

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ
ИНСТИТУТ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ НАУК
ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
НАУЧНЫЙ ЦЕНТР АЭРОКОСМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ ЗЕМЛИ

На правах рукописи

АРТЮШЕНКО МИХАИЛ ВИТАЛЬЕВИЧ

УДК 528.8.04:528.854:629.7.05

**МЕТОДЫ ФРАКТАЛЬНОГО АНАЛИЗА ДАННЫХ И УПРАВЛЕНИЕ
АЭРОКОСМИЧЕСКИМ ГИПЕРСПЕКТРАЛЬНЫМ
ГЕОМОНИТОРИНГОМ**

05.07.12 – Дистанционные аэрокосмические исследования

Диссертация
на соискание ученой степени
доктора технических наук

Научный консультант:
доктор физико-математических наук,
член-корреспондент НАН Украины,
профессор
Федоровский Александр Дмитриевич

Киев – 2015

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|--|-----------|
| Перечень условных сокращений..... | 8 |
| Введение..... | 9 |
| РАЗДЕЛ 1. Гиперспектральное дистанционное зондирование и интерпретация данных; постановка проблемы исследований..... | 21 |
| 1.1. Детальное гиперспектральное зондирование Земли..... | 21 |
| 1.2. Формирование гиперспектральных изображений..... | 24 |
| 1.3. Проблемы точности геопозиционирования кадров, объемов информации и управления съемкой..... | 28 |
| 1.4. Общие методы анализа спектральных данных..... | 33 |
| 1.5. Фрактальные свойства пространственных структур природных объектов и геосистем наблюдаемых с космических аппаратов..... | 36 |
| 1.6. Сегментация детальных изображений природных объектов, мультифрактальная сегментация..... | 37 |
| 1.6.1. Традиционные подходы к сегментации данных зондирования | 37 |
| 1.6.2. Фрактальная и мультифрактальная сегментация детальных изображений..... | 41 |
| 1.7. Спектрометрическая фитоиндикация и самоорганизация растительных покровов..... | 45 |
| 1.8. Постановка проблемы и заданий исследований..... | 50 |
| Выводы раздела 1..... | 51 |
| РАЗДЕЛ 2. Методические основы разработки новых методов статистического анализа данных гиперспектрального дистанционного зондирования..... | 53 |
| 2.1. Формализация понятия структуры..... | 53 |
| 2.2. Концепция гиперспектрального анализа структуры природных объектов..... | 53 |

| | |
|---|------------|
| 2.3. Программа по направлениям исследований диссертационной работы, уровни исследований структур природных объектов..... | 56 |
| 2.4. Основные понятия и определения методов исследований..... | 60 |
| 2.4.1. Степенные распределения спектров отражений и их особенности, исследование условий сходимости моментов..... | 60 |
| 2.4.2. Симметрии и инварианты спектров отражений..... | 69 |
| 2.4.3. Математический аппарат непрерывно-группового анализа спектров отражений..... | 71 |
| 2.4.4. Дробные размерности негладких объектов, основные понятия и необходимые сведения о фрактальных множествах..... | 82 |
| Выводы раздела 2..... | 89 |
| РАЗДЕЛ 3. Статистические закономерности гиперспектральных отражений светового потока. Частотные распределения..... | 91 |
| 3.1. Методология анализа частотных распределений спектров..... | 91 |
| 3.2. Распределения спектров и их смесей. Мезоскопический контактный уровень наблюдений лиственных покровов..... | 94 |
| 3.3. Макроскопический дистанционный уровень наблюдений..... | 103 |
| 3.4. Статистическая функция распределения спектров отражений, функция плотности..... | 109 |
| Выводы раздела 3..... | 113 |
| РАЗДЕЛ 4. Непрерывно-групповая модель, симметрии и инварианты спектров отражений..... | 114 |
| 4.1. Нормировка плотности распределения спектра отражений..... | 114 |
| 4.2. Группа симметрии распределений спектров отражений..... | 116 |
| 4.3. Простые и кратные инварианты спектров отражений, орбиты группы симметрии..... | 118 |
| 4.4. Масштабная инвариантность распределений спектров отражений..... | 122 |
| 4.5. Численный метод идентификации степенных распределений и симметрий спектров отражений..... | 127 |

| | |
|---|-----|
| 4.5.1 Постановка задачи | 127 |
| 4.5.2. Исходная информация для разработки численного метода | 129 |
| 4.5.3. Требования, предъявляемые к методу | 131 |
| 4.5.4. Вычисления кратного двойного инварианта с помощью кумулятивной функции | 132 |
| 4.5.5. Определение группы симметрии кумулятивного распределения | 136 |
| 4.5.6. Определение кратного двойного инварианта кумулятивного распределения спектров отражений | 138 |
| 4.5.7. Описание численного метода | 142 |
| 4.6. Применение и верификация непрерывно-групповой модели в задачах поиска залежей углеводородов | 152 |
| 4.6.1. Постановка задачи и условия эксперимента | 152 |
| 4.6.2. Вычисление инвариантов распределений спектров | 156 |
| 4.6.3. Сегментация данных гиперспектрального зондирования тестового участка | 162 |
| 4.6.4. Синтез и селекция изображения карты спектрометрических инвариантов | 165 |
| 4.7. Автоматизированная классификация объектов методом кратного двойного инварианта, на примере урбландшафта города по данным с ЕО-1 “Hyperion” | 167 |
| Выводы раздела 4 | 173 |
| РАЗДЕЛ 5. Неоднородная фрактальная модель спектров отражений | 174 |
| 5.1. Обоснование применения фрактального анализа для характеристики локальной структуры спектров | 174 |
| 5.2. Метод вычисления фрактальных размерностей локальной структуры спектров и гиперспектральных изображений | 176 |
| 5.3. Метод оценок фрактальных размерностей локальной структуры спектров | 194 |

| | |
|--|------------|
| 5.3.1. Назначение метода оценок фрактальных размерностей..... | 194 |
| 5.3.2. Вывод метода оценок фрактальных размерностей спектров..... | 195 |
| 5.4. Поле фрактальных размерностей спектров и гиперспектральных изображений..... | 199 |
| 5.5. Модель среднего поля фрактальных размерностей спектров..... | 204 |
| Выводы раздела 5..... | 207 |
| РАЗДЕЛ 6. Мультифрактальные структуры гиперспектральных отражений..... | 209 |
| 6.1. Мультифрактальная модель гиперспектральных отражений на основе энтропии Ренны | 209 |
| 6.2. Верификация мультифрактальной модели гиперспектральных отражений растительных покровов..... | 220 |
| 6.2.1. Численный метод реализации мультифрактальной модели гиперспектральных отражений..... | 220 |
| 6.2.2. Вариабельность спектра обобщенных фрактальных размерностей Ренны как индикатор состояния растительности..... | 226 |
| 6.3. Определение состояния растительного покрова по вариабельности показателя Липшица-Гельдера мультифрактального спектра..... | 229 |
| Выводы раздела 6..... | 234 |
| РАЗДЕЛ 7. Оценка периодичности гиперспектрального мониторинга территории Украины с космических аппаратов..... | 235 |
| 7.1. Описание метода..... | 235 |
| 7.2. Динамическая модель орбитального движения..... | 237 |
| 7.3. Расчет трассы космического аппарата..... | 240 |
| 7.4. Расчет зоны обзора и полосы обзора..... | 242 |
| 7.5. Статистические критерии качества покрытия территории зонами обзора..... | 243 |
| 7.7. Компьютерное моделирование и статистический анализ периодичности повторного осмотра территории Украины | 248 |

| | |
|--|------------|
| Выводы раздела 7..... | 251 |
| РАЗДЕЛ 8. Организация адаптивного управления аэрокосмическим мониторингом; основы визуального управления | 252 |
| 8.1. Обоснование эффективности гиперспектральным зондированием с беспилотных летательных аппаратов..... | 252 |
| 8.2. Постановка задачи визуального управления. Визуальная обратная связь..... | 257 |
| 8.3. Модель отображений кинематических параметров пространственного движения на проективную плоскость..... | 264 |
| 8.3.1. Отображение параметров положения твердого тела на проективную плоскость..... | 264 |
| 8.3.2. Однопараметрические группы отображений вращательно-поступательного движения твердого тела на проективную плоскость. | |
| Алгебра операторов..... | 287 |
| 8.3.3. Кинематические уравнения вращательного движения на проективной плоскости..... | 297 |
| 8.4. Синтез визуального управления движением..... | 300 |
| 8.4.1. Кинематическое управление вращательно-поступательным движением..... | 300 |
| 8.4.2. Динамическая задача управления ориентацией..... | 303 |
| 8.5. Компьютерное моделирование визуального управления..... | 307 |
| Выводы раздела 8..... | 311 |
| Выводы..... | 313 |
| Список использованных источников..... | 318 |
| Приложение А. Симметрии и инварианты спектров отражений..... | 334 |
| А.2. Пример сегментации данных гиперспектрального дистанционного зондирования по инвариантам..... | 342 |
| Приложение Б. Фрактальные размерности..... | 355 |

| | |
|--|-----|
| Б.1. Пример метода вычислений фрактальных размерностей спектров..... | 355 |
| Б.2. Пример метода оценок фрактальных размерностей спектров, верификация способа выявления аномалий..... | 360 |
| Б.3. Пример вычислений поля фрактальных размерностей гиперспектральных изображений..... | 364 |
| Приложение В. Способ и методика применения фрактальных моделей гиперспектрального зондирования растительных покровов для решения нефтегазопоисковых задач..... | 372 |
| В.1. Условия применения фрактальных моделей спектров..... | 372 |
| В.2. Реализация способа фрактальной спектрометрической фитоиндикации выявления аномалий природного и техногенного происхождения..... | 374 |
| В.2.1. Описание способа..... | 374 |
| В.2.2. Верификация способа выявления аномалий вызванных залежью углеводородов..... | 382 |
| В.3. Методика определения поля фрактальных размерностей и сегментация гиперспектральных изображений природных ландшафтов.... | 386 |
| В3.1. Постановка задачи..... | 386 |
| В.3.2. Назначение методики..... | 387 |
| В.3.3. Описание последовательности действий..... | 387 |
| В.3.4. Верификация методики на примере определения границы залежи природного газа..... | 413 |
| Приложение Д. Результат компьютерного моделирования мониторинга объектов на территории Украины с космических аппаратов..... | 420 |
| Приложение Е. Результаты моделирования визуального управления..... | 422 |
| Приложение З. Акты внедрений, использования, испытаний..... | 426 |

ПЕРЕЧЕНЬ УСЛОВНЫХ СОКРАЩЕНИЙ

| | |
|------------|---|
| ВО | – визуальная обстановка |
| ВОС | – визуальная обратная связь |
| ГДЗ | – гиперспектральное дистанционное зондирование |
| ГСИ | – гиперспектральное изображение |
| ДЗ | – дистанционное зондирование |
| ДЗЗ | – дистанционное зондирование Земли |
| КА | – космический аппарат |
| КДИ | кратный двойной инвариант группы симметрии степенного распределения |
| КС | – космическая система |
| ЛА | – летательный аппарат |
| ПО | – подвижный объект |
| ПЗС | – прибор с зарядовой связью |
| СМ-матрица | – спектрометрическая матрица |
| HR | – High resolution |
| ESA | – European Space Agency |
| NASA | – National Aeronautics and Space Administration |

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Гиперспектральные аэрокосмические исследования объектов земной поверхности, а также гиперспектральный мониторинг природно-техногенных процессов, открывают новые возможности для получения практически значимых результатов в различных отраслях экономики Украины. Исходной информацией для проведения таких исследований служат спектральные данные, которые формируются в сотнях каналов гиперспектрометров в результате дистанционного зондирования (ДЗ) Земли с летательных аппаратов (ЛА) (космических аппаратов (КА) и воздушных носителей). Настоящий момент характеризуется бурным развитием гиперспектральных технологий дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ). Под гиперспектральной технологией ДЗЗ следует понимать способ рациональной организации часто повторяющегося информационного процесса, который состоит из гиперспектрального дистанционного зондирования (ГДЗ) с последующим дешифрированием и интерпретацией гиперспектральных данных, представленных в виде гиперспектральных изображений (ГСИ) земной поверхности. Гиперспектральные информационные технологии ДЗЗ и геомониторинга являются одними из наиболее перспективных направлений дистанционных исследований Земли с КА и аэроносителей.

Цифровые ГСИ высокого пространственного и спектрального разрешений, в отличие от изображений, полученных другими способами дистанционного зондирования, позволяют извлекать более точную и детальную информацию об объектах зондирования. Назначением ГДЗ высокого разрешения, которое рассматривается в диссертационной работе, является детальное исследование тонкой структуры спектров для выявления изменений в состоянии природных и природно-техногенных объектов под действием факторов внешней среды. Данные, полученные в результате детального ГДЗ, используются в интересах фундаментальных наук о Земле,

экологическом мониторинге, сельском и лесном хозяйстве, организации рационального использования природных ресурсов, предупреждении и ликвидации последствий природных катастроф и техногенных аварий, поиске полезных ископаемых и в ряде других задач.

В настоящее время в мировой практике широкому применению гиперспектральных технологий аэрокосмического мониторинга препятствует малое количество спутников и аэроносителей, оборудованных гиперспектрометрами с требуемыми характеристиками, а также высокая размерность ГСИ, сложность формирования, передачи, хранения, цифровой обработки и интерпретации больших объемов информации. Современный этап развития гиперспектрального направления ДЗЗ, с точки зрения инновационной концепции, следует характеризовать как перспективное нововведение, которому еще следует получить массовое распространение на рынке услуг ДЗЗ. Малое количество коммерческих носителей с аппаратурой ГДЗ, а также низкий уровень предложений на этом рынке услуг являются следствием того, что инновационный процесс ГДЗ находится в начальной стадии развития.

Данные гиперспектрального зондирования – это принципиально новый вид информации о земной поверхности. Роль опытного специалиста-десифровальщика в распознавании типа объектов по результатам ГДЗ резко уменьшается при использовании всей совокупности данных высокого пространственного разрешения в сотнях каналов гиперспектральной съемки. Идентификация объектов по данным ГДЗ основана на способности различных химических элементов дифференцировано по длинам волн поглощать и отражать свет. Задачу идентификации объектов и их состояний по спектральным интенсивностям отражений, следует рассматривать как задачу распознавания по химическому составу и структуре его распределения. В связи с этим актуальным является разработка методов и моделей, основанных на статистике степенных распределений и фрактальных свойствах структур спектров; применение методов для обработки, интерпретации и

автоматизированного анализа этой специфической информации, а также методик решения природоохранных и ресурсных задач, которые развиваются в трудах научных школ академика НАНУ Лялько В.И., член-корреспондента НАНУ Федоровского А.Д., член-корреспондента НАНУ Трофимчука А.Н.

Вопросы обработки целевой информации на борту КА не являются принципиально новыми, но стали крайне актуальными в связи с необходимостью сокращения чрезвычайно больших объемов хранения и передачи информации детального ГДЗ. Многие природоресурсные и природоохранные задачи, которые в настоящий момент могут быть решены средствами детального ГДЗ, формулируются как поисковые задачи, связанные с выявлением локальных аномальных процессов и малоразмерных объектов на больших площадях контролируемых территорий или акваторий. Для таких задач обработка данных на борту КА и отсев фоновой информации существенно повышает оперативность принятия решений и обеспечивает значительную экономию ресурсов, связанных с формированием, хранением, передачей и последующей обработкой данных в специализированных наземных центрах. Разработка эффективных методов предварительной экспресс-обработки гиперспектральных данных на борту КА существенно расширяет возможности управления гиперспектральным мониторингом и является основой для построения адаптивных систем аэрокосмического геомониторинга. Под адаптивными (самоприспособляющимися) системами геомониторинга следует понимать системы наблюдения с ЛА, которые для достижения поставленной цели автоматически изменяют алгоритм своего функционирования и свою структуру в зависимости от результатов наблюдений. Предпосылками для практического развития адаптивных систем космического геомониторинга является возможность КА осуществлять перенацеливания аппаратуры зондирования на объекты интереса с одновременным переключением с режима среднего разрешения на детальное зондирование. Реализация такого вида управления мониторингом требует разработки эффективных методов экспресс-обработки результатов

зондирования на борту. Задачи управления и обработки результатов наблюдений, ранее рассматривавшиеся раздельно, при такой постановке должны решаться совместно.

Существует большой объем работ отечественных и зарубежных ученых по общим вопросам управления аэрокосмическими системами и выбора оптимальных параметров орбитального движения. Однако существующие методы управления носителями в режимах поискового гиперспектрального мониторинга не обеспечивают необходимой оперативности и точности наведения аппаратурой КА на объекты поиска с заранее неизвестными координатами.

Актуальность данной работы обусловлена необходимостью комплексного (системного) совершенствования существующих информационных технологий гиперспектральных аэрокосмических исследований, что, по мнению автора, будет способствовать повышению их инновационной эффективности.

Гиперспектральный геомониторинг является составной частью дистанционных аэрокосмических исследований, которые следует рассматривать как междисциплинарное научное направление. Эффективное применение гиперспектральных аэрокосмических методов определяется многими взаимосвязанными факторами, комплексное изучение которых требует системного подхода.

Связь работы с научными программами, планами, темами.
Результаты диссертационных исследований использованы при выполнении НИР по тематическим планам работ:

Научного центра аэрокосмических исследований Земли ИГН НАН Украины:

“Разработка системной методологии развития и повышения эффективности космического геомониторинга для решения задач природопользования при росте объема выполняемых тематических задач и

совершенствовании космических систем дистанционного зондирования Земли" (№ ГР 0108U000052);

"Методы информационного интегрирования данных многоспектральной аэрокосмической съемки, полевой спектрометрии и геолого-геофизических данных при решении заданий дистанционного поиска залежей полезных ископаемых на суше и морском шельфе" (№ ГР 0112U000702);

"Разработка методов и моделей, расширяющих функциональные возможности космического геомониторинга, на основе системных принципов анализа и моделирования взаимосвязанных пространственных, спектральных и временных информативных признаков объектов" (№ ГР 0112U004086);

Института космических исследований НАНУ-НКАУ – "Научно-методическое сопровождение Программы" (№ ГР 0103U003922);

Института кибернетики НАНУ им. В.М. Глушкова – "Разработка алгоритмов кластерных вычислений для задач спутниковой информации и сценарного анализа космической деятельности по проекту "Создание и подготовка серийного производства ряда высокопродуктивных интеллектуальных ЭВМ и специализированного параллельного программного обеспечения для решения сложных задач в экономике, науке, безопасности и обороне Украины и других отраслях народного хозяйства" (№ ГР 0104U008936).

В рамках указанных тем соискателем, как исполнителем, разработаны статистические модели, методы фрактальной и мультифрактальной сегментации данных по спектрам отражения природных объектов, методики гиперспектрального анализа окружающей среды с КА.

Цель и задачи исследования. Целью диссертационной работы является разработка новых методов и математических моделей обработки, интерпретации результатов детального аэрокосмического гиперспектрального геомониторинга и методов управления геомониторингом для повышения эффективности решения природоресурсных и природоохранных задач.

Достижение поставленной цели потребовало решения следующих задач:

- синтеза статистических моделей степенных распределений спектральных интенсивностей отражений светового потока природными объектами;
- разработки методов структурной и параметрической идентификации моделей степенных распределений по данным ГДЗ;
- синтеза фрактальных и мультифрактальной моделей описания структуры спектральных отражений, разработки методов идентификации моделей;
- проведение верификации моделей и методов на тестовых полигонах;
- разработки примеров классификации данных и методик решения природоресурсных задач;
- разработки методов экспресс-обработки данных ГДЗ на борту ЛА, а также метода прецизионного управления ГДЗ по реперным ориентирам;
- разработки основ синтеза систем автоматического управления по принципу визуальных обратных связей для управления подвижными объектами с распознавающей системой в контуре управления.

Объект исследования – гиперспектральные информационные технологии (процессы) аэрокосмических исследований объектов природы.

Предмет исследования – математические модели и методы для обеспечения решения природоресурсных и природоохранных задач средствами детального аэрокосмического гиперспектрального зондирования.

Методы исследования. В соответствии со сформулированной целью работы для решения поставленных задач привлекались следующие методы исследований:

- статистические методы (для описания распределений гиперспектральных данных);
- методы теории групп Ли (для идентификации симметрий и инвариантов спектров отражений, формирования управления ГДЗ);

- фрактальный и мультифрактальный анализ (для определения структуры спектров и формирования индикаторных признаков состояния природных объектов);
- методы синтеза управляющих воздействий подвижными объектами по отклонению и метод функций Ляпунова (для управления и стабилизации режимами ГДЗ);
- компьютерное моделирование (для обработки статистических данных).

Научная новизна полученных результатов состоит в следующем:

1. Применен комплексный (системный) подход к анализу информационных технологий гиперспектрального геомониторинга как единого процесса обработки данных на борту ЛА и автоматического управления режимами зондирования.

2. Обнаружен и экспериментально подтвержден эффект мультифрактальной структуры гиперспектральных отражений светового потока растениями и растительными покровами.

3. Впервые произведена постановка и формализация задачи сегментации и классификации данных гиперспектрального зондирования природных объектов по инвариантам степенных распределений и фрактальных размерностей структуры спектров.

4. Впервые разработана на основе аппарата теории групп Ли непрерывно-групповая модель симметрии степенных распределений спектральных отражений, а также методы идентификации распределений, а именно:

4.1) впервые разработан метод кратного двойного инварианта (КДИ) симметрии распределений, обосновано его применение как индикаторного признака для автоматизированной сегментации и классификации данных;

4.2) получил дальнейшее развитие метод идентификации степенных распределений на основе построения кумулятивной функции распределения и ранг-частотного метода; метод применен для вычислений КДИ по данным гиперспектрального зондирования.

5. Впервые для анализа и интерпретации данных гиперспектрального зондирования разработаны, верифицированы на тестовых полигонах и применены методы фрактального анализа, а именно:

5.1) получили дальнейшее развитие клеточный метод вычислений фрактальной размерности и размерности Минковского для определений локальной структуры спектров, построение полей фрактальных размерностей спектральных отражений территорий и сегментации данных ГДЗ по критерию локальной размерности поля;

5.2) разработан метод оценок фрактальных размерностей спектров для проведения экспресс-обработки данных в процессе зондирования.

6. Впервые разработана мультифрактальная модель гиперспектральных отражений растительных покровов и исследована фитоиндикационная связь вариабельности показателя Липшица-Гельдера с природными и техногенными аномалиями, вызванными концентрацией (залежами) природного газа и нефти.

7. Разработаны мультифрактальные методы исследований природных объектов по спектрам отражений, а именно:

7.1) получил дальнейшее развитие метод вычислений размерностей Рены по гиперспектральным характеристикам объектов зондирования;

7.2) адаптированы для проведения мультифрактального анализа гиперспектральных отражений метод вычислений функции фрактальных размерностей от показателя сингулярностей Липшица-Гельдера.

8. Получили дальнейшее развитие методы обработки спектральной информации на борту КА и идентификации объектов для организации адаптивного управления гиперспектральным мониторингом, а также методы стабилизации воздушных средств ГДЗ по реперным ориентирам.

Практическое значение полученных результатов состоит в повышении эффективности гиперспектральных технологий аэрокосмического геомониторинга. Разработанные методы могут быть использованы для автоматизации процессов сбора, обработки и интерпретации

гиперспектральных данных при решении природоресурсные и природоохранные задач.

Для анализа ГСИ разработана процедура автоматизированной сегментации и классификации объектов урболандшафтов методом КДИ (верифицировано на ГСИ г. Киева с EO-1 "Hypereion"); автоматизация снижает трудоемкость процесса, требующего проведения наземных заверочных работ и повышает достоверность результата; метод может быть использован для автоматизации комплексной оценки антропогенных изменений территорий по ГСИ.

На основе обнаруженного эффекта мультифрактальной структуры спектров отражений растений, разработаны и верифицированы:

"Способ фрактальной спектрометрической фитоиндикации выявления аномалий природного и техногенного происхождения". Способ позволяет по результатам спектрометрирования растений определять биохимические аномалии участков земной поверхности. При наличии соответствующих геологических признаков аномалии, биохимическая аномалия является индикатором залежей нефти или газа. На способ получен патент № 104360, 27.01.2014, Бюл.№2. Способ верифицирован на данных Восточно-Рогинцовского и Ново-Троицкого месторождений углеводородов;

"Методика определения поля фрактальных размерностей и сегментации гиперспектральных изображений природных ландшафтов". Методика применена при сегментации данных гиперспектрального ДЗ для определения границ залежи природного газа и верифицирована по данным с Глебовского (Крым) подземного природного газового хранилища. Методика также может быть использована для выявления утечек газа в подземных хранилищах и трубопроводах; применена при выполнении работ ЦАКИЗ (№ГР 0112U000702).

Результаты исследований использованы и внедрены в нижеследующих работах, что подтверждено соответствующими актами.

По проекту “Создание и подготовка серийного производства ряда высокопродуктивных интеллектуальных ЭВМ и специального параллельного программного обеспечения для решения сложных задач в экономике, науке, безопасности и обороны Украины и в других отраслях народного хозяйства” разработаны для первой кластерной отечественной вычислительной системы: алгоритмы “Оптимального выбора орбит и структуры космических систем зондирования Земли”, программа “Составления расписаний зондирований и вычисления максимального времени повторного осмотра территории” (Акт от 21.12.04, ИК им. Глушкова НАНУ).

Методы цифровой экспресс-обработки данных спектрометрии результатов исследований для быстропротекающих процессов были использованы и внедрены: в Харьковском физико-техническом институте (акты внедрения х/д № 406-83, № 317/83), Институте ядерных исследований (акт о внедрении х/д № 698-87), ЭПКТБ “Стройпластик”.

Внедлено в НПО “Молния” подсистема моделирования динамики движения объекта и законов управления им на завершающем этапе (уточненный расчет экономического эффекта по х/д № 624, 1982).

Личный вклад соискателя. Все основные результаты, которые выносятся на защиту, получены соискателем лично. В работах, написанных в соавторстве, соискателю принадлежит: [1] – разработка метода фрактальной спектрометрической фитоиндикации залежей углеводородов; [2] – постановка задачи и метод определения мультифрактальной структуры биоразнообразия и сообщества растений по космическим снимкам; [3] – описание методов фрактальной геометрии и их модификаций; [4] – способа спектральной фитоиндикации; [5, 6] – метод построения инвариантов систем на основе теории групп и алгебр Ли для фрактальной интерполяции данных; [13, 14] – метод аппроксимации и интерполяции функций нескольких переменных; [17] – оптимизация параметров орбит КА; [18] – оптимизация на основе

генетического метода; [19, 20] – методы оценок качества космических систем ДЗЗ по экономическим критериям; [26, 27] – структура системы автоматического управления ЛА по изображениям визуальной обстановки (ВО); [28, 29] – принцип синтеза алгоритмов управления подвижным объектом с визуальной обратной связью, группа и алгебра Ли отображения параметров движения на плоскость изображения; [35] – абстрактно-алгебраическая модель ориентации аппарата по визуальной обстановке.

Апробация результатов диссертации. Основные результаты работы докладывались и обсуждались на: Міжнародних конференціях з автоматичного управління “Автоматика–2012”, (м. Київ, 26-28.09.2012); “Автоматика–2009”(м. Чернівці, 22-25.09.2009); “Автоматика–2000”(м. Львів, 11-15.09.2000); “Автоматика 97” (м. Черкаси, 23-28.06.1997); “Автоматика 96” (г. Севастополь, 9-14.09.1996); “Автоматика 95” (м. Львів, 26-30.09.1995); 11-й Українській конференції з космічних досліджень (м. Євпаторія, 29.08-2.09.2011); 9-й Міжнародной конференции “Системный анализ и управление” (Евпатория, Крым, 4-11.07.2004, МАИ); Всесоюзная конференция по искусственному интеллекту (г. Переяславль-Залесский, 21-25.11.1988); Третій Українській конференції з перспективних космічних досліджень, (Кацивелі, Крим, 15-18.09.2003); First Symposium on Theory and Practice of Robots and Manipulators (Udine, Italy 5-8 Sep. 1973).

Публикации. По теме диссертации автором опубликовано 37 работ, в том числе: 23 научные работы, которые удовлетворяют требованиям к опубликованию результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора технических наук (11 – без соавторов, 1 – патент, 22 – в научных периодических изданиях Украины из которых: 12 – переиздано в научных периодических изданиях США, 12 – включены в научнометрическую базу Scopus); 2 публикации – в других изданиях Украины; 12 – в сборниках материалов и тезисов докладов отечественных, зарубежных конференций и симпозиума.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, восьми разделов, выводов, списка использованных источников и приложений. Полный объем диссертации составляет 447 страниц, из них объем без приложений и списка использованных источников – 317 страниц, 90 рисунков, 7 таблиц; 10 отдельных страниц заняты рисунками и таблицами, список использованных источников включает 144 наименований на 16 страницах, 6 приложений на 114 страницах.

РАЗДЕЛ 1

ГИПЕРСПЕКТРАЛЬНОЕ ДИСТАНЦИОННОЕ ЗОНДИРОВАНИЕ И ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ДАННЫХ; ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

1.1. Детальное гиперспектральное зондирование Земли

Гиперспектральное ДЗ земной поверхности в оптическом диапазоне выполняется с целью идентификации природных и техногенных объектов, а также для определения их состояния. Отличительной особенностью гиперспектральной информации является возможность одновременного анализа спектральных и пространственных характеристик объектов и процессов. Детальное ГДЗ, которое выполняется с высоким показателями пространственного и спектрального разрешений, делает возможным решение таких сложных задач, как обнаружение и распознавание малых объектов, оценка их физико-химических и биохимических свойств, выявления изменений в объектах. Гиперспектральное дистанционное зондирование в оптическом диапазоне (видеоспектрометрирование), в настоящий момент, рассматривается как одно из наиболее перспективных и быстро развивающихся направлений ДЗЗ, наиболее восприимчивое к инновациям и требующее внедрения самых последних достижений фундаментальных и прикладных наук [45]. Благодаря применению новых технологий количество спектральных каналов сенсоров ГДЗ увеличено до 100–1000, по сравнению с 5–7 при многоспектральной съемке. Достижение высоких показателей спектрального разрешения (от 0.1 до 10 нм) сопровождается высоким пространственным и радиометрическим разрешениями. Радиометрическое разрешение определяется числом уровней сигнала, которые сенсор может регистрировать, и обычно варьируется от 8 до 16 бит, что дает от 256 до 65536 уровней. В результате формируется многомерное пространственно-

спектральное изображение. Каждый элементарный участок такого изображения («пиксель») характеризуется собственным спектром.

Высокие параметры зондирования необходимы при регистрации отличительных особенностей земной поверхности, к которым следует отнести: растительный покров, природно-техногенный ландшафт, антропогенные воздействия на объекты природы и пр. Концепция функционирования гиперспектрометра основана на классических и новейших оптических системных решениях с применением большеформатных ПЗС-матриц. Широкие функциональные возможности этих приборов связаны с тем, что именно спектральные характеристики объекта и их поверхностное распределение обеспечивают наибольший объем информации о состоянии объекта и его изменении в процессе эксплуатации или жизнедеятельности.

В настоящий момент гиперспектральные снимки с КА доступны не так широко, как другие данные дистанционного зондирования. Космических аппаратов ДЗЗ, на борту которых установлена гиперспектральная аппаратура, крайне мало. Среди них наиболее известен гиперспектральный сенсор Hyperion, установленный на борту спутника EO-1 Центра космических полетов NASA. Число спектральных каналов – 220, спектральный диапазон 0,44 – 2,4 мкм, среднее спектральное разрешение – около 10 нм, пространственное разрешение – 30 м/п, ширина полосы обзора – 7,7 км. Спутник введен в эксплуатацию в 2000 году. Масса спутника 573 кг, орбита – полярная солнечно-синхронная, высота $H \approx 705$ км, наклонение $i=98,21$ град.

На борту спутника MightySat II исследовательской лаборатории военно-воздушных сил США установлен гиперспектральный сенсор FTHSI с 256 каналами спектрального диапазона 0,35÷1,05 мкм. Спутник PROBA-1 оборудован Compact High Resolution Imaging Spectrometer (CHRIS) содержит 82 спектральных канала. В РФ в эксплуатации спутник “Ресурс-П”, гиперспектральный сенсором ГСА содержит 96 канала, пространственное разрешение 25 м/п, радиометрическое – 12 бит [45]. В 2010 г. США введен в эксплуатацию военный спутник TacSat 3 с гиперспектрометром ARTEMIS,

который обеспечивает пространственное разрешение около 4 м/п, имеет 400 спектральных каналов, разрешение 5 нм в диапазоне 400–2500 нм. В числе приоритетных программ NASA существует направление развития спутниковых группировок с гиперспектральной и ультраспектральной аппаратурой [46]. По проблеме ультраспектральных измерений проводятся конференции в рамках Общества оптики и фотоники – SPIE (Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers) [47].

Измерения с числом спектральных каналов более 1000 получили в литературе название ультраспектральных. Применительно к спектральному разрешению, измерения в ультрафиолетовом и видимом диапазоне можно считать гиперспектральными – 1–10 нм, а ультраспектральными – лучше 1 нм. Примем также соглашение, по которому детальному пространственному разрешению отвечает разрешение 5 м/п и лучше. Изображения с высокими характеристиками пространственного разрешения (вне зависимости от вида съемки) в иностранной литературе получили название HR (High resolution)-изображениями. По введенной выше классификации HR-изображения – это изображения детального пространственного разрешения. Гиперспектрометрия детального разрешения, обсуждаемая в данной диссертации, выполняется с пространственным разрешением не хуже 5 м/п, спектральным – 1±5 нм.

Воздушные носители гиперспектральной аппаратуры занимают свою нишу при решении мониторинговых задач. Гиперспектральная съемка с воздушных носителей обеспечивает в локальных масштабах значительно более высокие показатели спектрального и пространственного разрешений, а также гарантирует высокие показатели периодичности съемки. Наличие облачности существенно влияет на качество космических снимков и на фактическую периодичность мониторинга. Наряду с созданием гиперспектрометров космического базирования более широкое распространение получили аналогичные авиационные сенсоры, среди них: AVIRIS, HYDICE, CASI (Compact Airborne Spectral Imager) и др. Наиболее

распространенным среди них является прибор AVIRIS, который находится в эксплуатации с 1989 года. Прибор имеет 224 спектральных канала в полосе 400–2500 нм, пространственное разрешение (размер проекции пикселя) 4×4 кв. м с высоты 4 км, полоса захвата 1900 м, скорость авианосителя 190 (км/ч.). Однако, эксплуатация подобных съемок с авианосителей, которые должны быть обязательно оснащены современными устройствами стабилизации аппаратуры и пространственной привязки получаемых изображений, достаточно дорогая, что сдерживает их широкое массовое применение. Все большую популярность получают беспилотные летательные аппараты (БПЛА) с различной оптико-электронной аппаратурой на борту. Можно прогнозировать широкое массовое применение БПЛА различных конструкций для проведения детальной гиперспектральной съемки. Необходимым условием для этого является замена дорогой и тяжелой гиростабилизированной платформы автоматическими системами стабилизации БПЛА по наземным ориентирам. Под термином БПЛА следует понимать ЛА без экипажа на борту, использующий аэродинамический принцип создания подъемной силы с помощью фиксированного или вращающегося крыла.

1.2. Формирование гиперспектральных изображений

Конечным продуктом гиперспектральной съемки является многомерное изображение, которые формируются компьютерными системами, и служат удобной формой представления данных для проведения детального гиперспектрального анализа. Структура данных гиперспектрального изображения (ГСИ) формируется аппаратными средствами ДЗЗ как трехмерный массив, каждый элемент которого – это численное значение интенсивности отраженного сигнала k , разложенного по диапазонам длин волн λ , от двумерной поверхности (x, y), разбитой на пиксели. Такую структуру данных ГСИ принято называть гиперкубом [48]. Каждому пикслю

соответствует спектральная координата, которая является третьим индексом массива интенсивности отражения.

Процесс образования структуры данных ГСИ системами авиационного или космического ДЗЗ, оборудованными щелевыми гиперспектрометрами, функционирующими по принципу “pushbroom”, предусматривает сканирование земной поверхности за счет движения ЛА по одной из пространственных координат. Рис. 1.1, рис. 1.2 иллюстрируют процесс сканирования поверхности вдоль оси X, которое осуществляется перемещением ЛА, с последующим формированием гиперкуба данных. В каждый момент дискретного времени происходит формирование одного кадра гиперспектрального изображения – узкого отрезка поверхности под ЛА. Этот отрезок перпендикулярен треку ЛА, и имеет направление вдоль оси Y.

Формирование кадра ГСИ происходит посредством оптической щели прибора, которая обычно устанавливается в фокальной плоскости входного объектива. После коллимирующего объектива световой поток в параллельных лучах попадает на дифракционную решетку или призму, где происходит разложение светового потока по спектру. После чего спектр проецируется и фиксируется на фотоприемной матрице (см. рис. 1.2 а). Далее с фотоприемной матрицы (ПЗС-матрицы) происходит считывание данных, соответствующих одному кадру ГСИ. Гиперспектральное изображение поверхности состоит из серии кадров (рис. 1.2 б), имеет структуру трехмерного массива – гиперкуба.

К сформированному гиперкубу [49] как многомерному ГСИ поверхности, применяются процедуры предварительной обработки:

- геометрическая коррекция;
- атмосферная коррекция;
- радиометрическая коррекция для устранения искажений, вызванных неравномерной чувствительностью элементов детекторов;
- географическая (геодезическая) привязка к координатам местности.

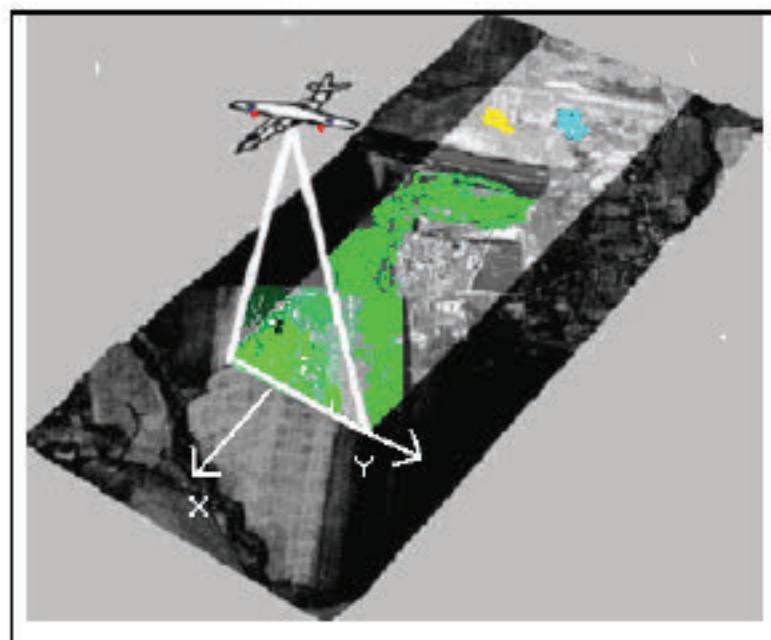


Рис. 1.1. Иллюстрация сканирования поверхности движением ЛА

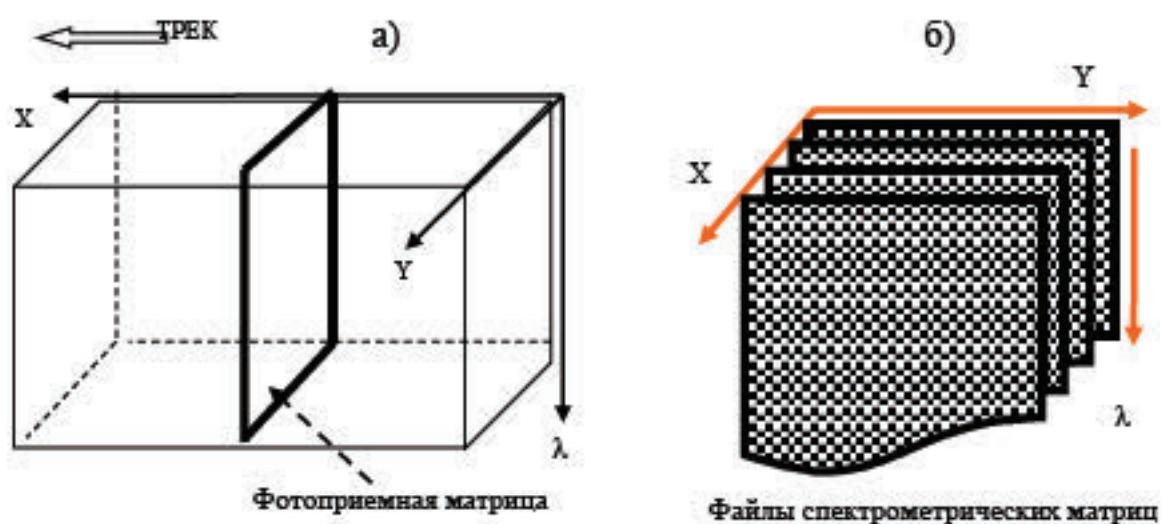


Рис. 1.2. а) Формирование гиперкуба данных ГСИ сканированием по пространству, вдоль оси Х; б) структура файлов исходных данных (СМ-матриц кадров) для последующей обработки ГСИ

Гиперкуб как 3-х мерный массив \mathbf{k} данных характеризуется тремя индексами

$$\mathbf{k} \in \{k_{i,j,p}\}; i = \overline{1,m}; j = \overline{1,n}; p = \overline{1,s}.$$

Каждой точке ГСИ с координатами (i, j, p) соответствует значение энергетической яркости $k_{i,j,p}$. Энергетическая яркость может быть задана в виде квантованных значений выходных сигналов съемочной аппаратуры или в виде коэффициентов спектральной яркости (КСЯ), спектральной плотности энергетической яркости (СПЭЯ). Взаимный пересчет этих величин может быть выполнен в процессе радиометрической коррекции с использованием данных наземной или бортовой калибровки. При контактной спектрометрии измерения проводятся в значениях коэффициентов спектральных отражений (КСО). Все эти величины можно объединить одним термином – «спектральная интенсивность».

На рис. 1.3 приведена структура данных одного кадра ГСИ – двумерный массив спектральных интенсивностей отраженного светового потока, представлен как спектрометрическая матрица (СМ-матрица). Столбцы матрицы j задают n номеров пикселей поперек трека движения (ось Y, см. рис. 1.1). Номера i строк СМ-матрицы соответствуют номерам спектральных каналов прибора, общее число каналов m . Диапазоны спектральных каналов, располагаются в гиперкубе по оси λ . На рис. 1.3 приведена СМ-матрица со спектральным разрешением 4 нм. Номерам пикселей по треку соответствует индекс p . Рис. 1.3 иллюстрирует сечение 3-х мерного массива данных ГСИ поперек трека движения $p = c$, $c = const$.

Рассмотренный способ “pushbroom” при формировании ГСИ предъявляет повышенные требования к точности геопозиционирования кадра при съемке с КА. При гиперспектральной съемке с воздушных носителей предъявляются более высокие требования к стабилизации съемочной

аппаратуры, чем при проведении съемок цифровыми матричными аэрофотоаппаратами.

| Интенсивность отраженного светового потока $k_{i,j}$ | | | | | | |
|--|---|-------------|---------|-------------|---------|-------------|
| № канала; λ нм | № пикселя в линейке: $j = 1, 2, \dots, n$ | | | | | |
| $i = 1, 2, \dots, m$ | $j=1$ | $j=2$ | \dots | $j=K$ | \dots | $j=n$ |
| $i = 1; 450$ нм | $k_{1,1}$ | $k_{1,2}$ | \dots | $k_{1,K}$ | \dots | $k_{1,n}$ |
| $i = 2; 454$ | $k_{2,1}$ | $k_{2,2}$ | \dots | $k_{2,K}$ | \dots | $k_{2,n}$ |
| $i = 3; 458$ | $k_{3,1}$ | B, B^* | | $k_{3,K}$ | \dots | \dots |
| \dots | \dots | \dots | \dots | \dots | \dots | \dots |
| $i = K$ | $k_{K,1}$ | $k_{K,2}$ | \dots | $k_{K,K}$ | \dots | $k_{K,n}$ |
| \dots | \dots | \dots | \dots | \dots | \dots | \dots |
| $i = m$ | $k_{m,1}$ | $k_{m,2}$ | \dots | $k_{m,K}$ | \dots | $k_{m,n}$ |
| $i = m_1$ | $k_{m_1,1}$ | $k_{m_1,2}$ | \dots | $k_{m_1,K}$ | \dots | $k_{m_1,n}$ |

Рис. 1.3. СМ-матрица (кадр ГСИ) со спектральным разрешением 4 нм в процессе обработки данных “прыгающим окном” B

1.3. Проблемы точности геопозиционирования кадров, объемов информации и управления съемкой

Каждый кадр изображения в гиперкубе – это узкая полоса земной поверхности, представленная в изображении одной строкой пикселей, следовательно, становится очевидной проблема точности геопозиционирования и геопривязки кадра. Точность геопозиционирования кадра определяется возможностью бортовой системы КА определять местоположение и ориентацию аппарата в момент съемки. Эта служебная информация сопровождает каждый кадр и используется для геопривязки, определяет параметры внешнего ориентирования кадра. Местонахождение КА на орбите может с высокой точностью определяться глобальной спутниковой

системой позиционирования, типа GPS. Параметры ориентации, определяемые измерительным комплексом, гораздо менее точны. Так, например, кадр с КА QuickBird имеет размер $(16,5 \times 16,5)$ км² и точность геопозиционирования составляет 23 м, что обеспечивается системой GPS и параметрами ориентации по звездным датчикам. Сектор углов отклонения линии визирования оптико-электронной системы (ОЭС) от направления в nadir составляет $\pm 30^\circ$ вдоль и поперек плоскости орбиты. Такая точность геопозиционирования вполне приемлема для приведенного выше размера панхроматического кадра, но является неудовлетворительной для детальной гиперспектральной съемки с размером кадра в одну строку пикселей и последующим компьютерным синтезом всего ГСИ из строк. Низкая точность определения параметров ориентации кадра приводит к тому, что ГСИ состоит из строк разных сцен. Следовательно, существует проблема определения параметров ориентации и управления стабилизацией в режиме детального гиперспектрального зондирования, которое производится с борта КА или аэроносителя.

Одним из факторов, сдерживающих инновационный процесс [19, 20, 37, 38, 50] широкого внедрения аэрокосмического ГДЗ, является отсутствие эффективных методов точного геопозиционирования и управления наведением ОЭС на требуемый объект детального зондирования. По этой же причине, для аэроносителей гиперспектральной аппаратуры принципиальным является точная стабилизация ОЭС в турбулентной атмосфере. Широкий класс мониторинговых задач с короткими разрывами в наблюдениях требует получения объективных и постоянно обновляющихся данных. Такие задачи могут успешно решаться путем проведения оперативных съемок с воздушных носителей, к числу которых принадлежат и БПЛА различных конструкций. Эксплуатация специализированных авианосителей, оснащенных современными устройствами инерциальной навигации и гиростабилизированной платформой, достаточно дорога, а космическая съемка часто недоступна или не удовлетворяет требованиям к качеству

получаемых материалов, или оперативности. Частично этот недостаток компенсируют установкой на носители кроме гиперспектральной аппаратуры панхроматической цифровой видеокамеры сопровождения, которая производит съемку синхронно с гиперспектрометром, но с большим захватом наблюданной территории. По данным с камеры сопровождения определяются опорные ориентиры с известными геодезическими координатами, что позволяет произвести в процессе обработки ГСИ коррекцию геопривязки кадра и компенсацию геометрических искажений гиперкуба, обусловленных эволюциями носителя [51, 52]. Так, например, при наличии в кадре КА *QuickBird* необходимого количества точечных ориентиров, с известными геодезическими координатами, точность геопривязки возрастает до 2 м [53]. Определение параметров внешнего ориентирования кадра по точечным источникам наблюдения – хорошо известная процедура фотограмметрии [54], которая в разных модификациях используется на этапе обработки аэрофотоснимков. В свою очередь, методы определения параметров орбитального движения и параметров ориентации КА по результатам наблюдений наземных ориентиров, основанные на фотограмметическом принципе, хорошо разработаны в теории космонавтики [55].

Приведенный выше пример анализа достижимой точности геопозиционирования по звездным датчикам и астроизмерительным системам КА, а также обзор способов определения ориентации КА, выполненный в работе [56], показывает, что наибольшей точностью обладают способы определения ориентации с помощью наземных ориентиров. Для решения мониторинговых задач ГДЗ гораздо больший эффект оперативности, чем приписывание кадру параметров ориентации, при которых он был получен, следует ожидать от автоматического управления режимом съемки и стабилизации движения ЛА, которые выполняются по наземным ориентирам. Для этого следует данные зондирования частично обрабатывать на борту носителя и использовать эту информацию для управления режимом съемки.

Кроме проблемы низкой точности определения параметров внешнего ориентирования строки пикселей (кадра ГСИ), которую могут обеспечить информационные бортовые системы, не менее важной проблемой детального ГДЗ является проблема больших объемов исходной информации. В работе [45] предложена формула для оценки объемов информации для одиночных ГСИ

$$I = \frac{L_1}{R_1} \cdot \frac{L_2}{R_2} \cdot r \cdot n, \quad (1.1)$$

где L_1, L_2 – размеры сцены вдоль и поперек трассы (м); R_1, R_2 – пространственное разрешение вдоль и поперек трассы (м); r – радиометрическое разрешение (бит); n – число спектральных каналов. Объем информации в изображении от КА “Ресурс-П” с гиперспектральным сенсором ГСА при разрешении на местности в надире 30 м для сцены размером 25×25 кв. км составляет 1,07 Гбит. В процессе аэрокосмического мониторинга используются целые потоки изображений, которые поступают через определенные промежутки времени. Например, система космического мониторинга “Аэрокосмос”, предназначенная для оперативного обнаружения пожаров, обеспечивает формирование суммарного объема информации около 250 Гбит в сутки.

Визуальные каналы, как источники информации о среде, обладают высокой информативностью. Эта информация может частично быть обработана на борту КА или аэроносителя и использована в целях автоматического управления носителем. Возросшее качество и разнообразие визуальной информации, которое обеспечивают современными ОЭС, стимулирует разработку новых методов управления и синтеза управляющих воздействий различными ПО [56, 57]. Проблеме использования источников визуальной информации для задач навигации и высокоточного управления аэрокосмическими системами было уделено значительное внимание на 16 Симпозиуме IFAC (2004 г., С-Петербург) [58, 59]. Следует отметить, что наиболее общая постановка проблемы управления подвижными объектами

адаптивного типа рассматривалась академиком А.И. Кухтенко в начале 1970-х годов. Такие объекты должны быть максимально приспособлены к целенаправленным действиям в условиях неопределенности и изменений окружающей среды. Системы управления объектами включали в свой состав разнообразные информационные сенсоры, блоки распознавания визуальной обстановки и принятия решений. Формирование управления осуществлялось бортовыми цифровыми вычислителями. Для математического описание функционирования такого подвижного объекта адаптивного типа с интеллектуальной системой управления (по современной терминологии) А.И. Кухтенко было предложено использовать абстрактно-алгебраические методы описания. В рамках этого направления соискателем были проведены исследования по описанию и анализу визуальной обстановки (сцены), в целях управления подвижными объектами, методами теории групп Ли и алгебр Ли. По результатам исследований был сделан совместный с автором данной диссертации доклад “Абстрактно-алгебраические методы описания процессов функционирования некоторых видов адаптивных роботов” на симпозиуме IFToM (International Federation for the Theory of Machines and Mechanisms) в 1973 г. (Италия) [35]. В последующих работах, соискателем был введены термины “визуальная обратная связь” [30], “визуальное управление” [21, 36], продемонстрирована возможность и преимущество синтеза управления подвижными объектами с визуальной обратной связью методами теории групп Ли и алгебр Ли. Дальнейшее расширение этих возможностей развивается в данной диссертационной работе. Для адаптивного управления аппаратурой гиперспектрального зондирования используется процедура распознавания фрактальной структуры спектра подстилающей поверхности на борту ЛА и управление движением по реперным объектам на картинах визуальной обстановки.

1.4. Общие методы анализа спектральных данных

Гиперспектральным анализом принято называется спектральный анализ, который проводится для числа спектральных каналов от нескольких сотен до тысячи. Анализ проводится по значениям спектральных интенсивностей отраженного светового потока, которые регистрируются одновременно на фоточувствительной матрице гиперспектрометра [48]. Теория распознавания типа объектов и материалов при гиперспектральных измерениях исходит из фундаментальных основ спектрального анализа – способности различных материалов специфично и дифференцировано, по длинам электромагнитных волн, поглощать и отражать свет. Спектральные отклики различных химических и биохимических элементов индивидуальны. Следовательно, обработка данных ГДЗ должна позволить различать объекты и их состояния по отличиям в составе материала, для этого необходимо разработать методы дешифрирования данных по их спектральным откликам. Таким образом, ГДЗ открывает новые возможности для решений различных, более сложных, прикладных задач, которые мультиспектральными методами принципиально неразрешимы. В частности, и на основе изучения изменений происходящих в спектрах отражений растений под действием факторов среды, т.е. спектрометрической фитоиндикации.

Однако, для интерпретации данных ГДЗ применение фундаментального принципа спектрального анализа – существование однозначных связей между различными химическими (биохимическими) элементами и спектрами их излучений (отражений), во многих случаях не приносит ожидаемого успеха. Причина, по мнению автора диссертации, состоит в том, что при исследованиях элементов природных ландшафтов и растительных покровов следует учитывать сложную негладкую геометрию отражающих световой поток поверхностей и объемов, а также сложную структуру смеси элементов, которая проявляет фрактальные свойства.

Основная особенность гиперспектрального анализа, которая отличает его от многоспектрального, состоит в привлечении для идентификации объектов дифференциальных спектральных характеристик. Дифференциация подразумевает наличие высоких значений интенсивностей в характеристиках для данного материала узких спектральных диапазонах. По ставшей уже классической схеме, спектральный анализ выполняется путем сравнения спектrogramм, полученных в ходе съемки, со спектральными характеристиками известных материалов и образцов, которые хранятся в различных спектральных электронных библиотеках. Из числа крупных и общедоступных библиотек следует назвать: Johns Hopkins University spectral library [60], JPL spectral library [61], USGS Spectroscopy Lab's splib06 [62]. *В процессе подготовки эталонов различных материалов образцы проходят тщательную обработку, которая полностью разрушает структуру среды в которой находился этот материал в природных условиях, а сам материал очищается от примесей.* При сравнении спектrogramм, полученных в ходе эксперимента над природными объектами, с библиотечными характеристиками, возникают известные трудности. Прежде всего, связанные с анализом спектrogramм объектов, в состав которых включаются различные смеси. Эта проблема в спектральном анализе частично решается субпиксельным и корреляционным методами [48].

Субпиксельный метод применяется в спектральном анализе в тех случаях, когда необходимо оптическими методами определить элементный состав сложного материала. Метод достаточно трудоемкий и работает при выполнении ряда условий. Например, следует предположить, что исследуемый образец состоит из известных элементов, идеальные векторные спектральные характеристики которых существуют в спектральной базе данных. Смешивая линейным образом выбранные векторные спектральные характеристики, следует проверить наличие определенного типа статистики и ее асимптотической сходимости. Если условия не выполняются, то следует выбрать другой векторный базис.

Однако, как показывают личные исследования соискателя, основная трудность в сопоставлении реальных спектрограмм природных объектов с эталонными спектральными характеристиками их состава в том, что природа упаковывает различные химические и биохимические элементы в сложные структуры, пористые образования, и падающий на объекты световой поток, прежде чем отразиться от образца, проходит сложный путь по поверхностному слою. Например, сложным является путь светового потока попадающего на лист растения. Световой поток прежде, чем отразится от листьев растений, проникает в толщу листа, где испытывает многочисленные преломления. Это связано с тем, что как на поверхности, так и в толще листьев существует множество зон раздела, обладающих различными коэффициентами преломления (см. подраздел 1.7).

Перечисленный выше эффект делает невозможным использование данных спектральных лабораторий для точного определения состава и состояния природного объекта. *Спектральные характеристики экстрагированных из растений биохимических элементов и их смесей существенно отличаются от реальных спектрограмм растений, полученных в результате контактных и дистанционных измерений.* Такое противоречие между методами спектрального анализа и спектром отражений от реальных природных объектов приводит к необходимости поиска характеристик и индикаторных признаков, характеризующих структуру объекта. Возможность проследить изменения в структуре объекта, который может состоять из большого числа элементов, должно позволить характеризовать состояние объекта природы по его структуре.

По мнению ряда специалистов информационные возможности аппаратуры детального гиперспектрального аэрокосмического зондирования до конца не ясны, однако принято считать, что сочетание высокого спектрального и пространственного разрешений должно способствовать повышению точности распознавания объектов [63]. Следует исходить из того,

что универсальных решений проблемы сегментации и интерпретации данных ГДЗ не существует.

1.5. Фрактальные свойства пространственных структур природных объектов и геосистем наблюдаемых с космических аппаратов

О фрактальных свойствах пространственных структур природных объектов, геосистем [64, 65], распространении в турбулентной среде радиоактивных и загрязняющих территории веществ [66], известно достаточно много благодаря многочисленным работам Бенуа Мандельброта и его последователей [67–69]. Эффект Ричардсона, связывающий протяженность береговой линии степенной дробной размерностью с масштабом измерений, является своего рода парадигмой пространственного фрактала.

В работах [64, 65], относящихся к началу 90-х гг., сотрудниками Института географии АН СССР Васильевым Л.Н. и Тюфлиным А.С. была продемонстрирована возможность эффективного исследования пространственных свойств распределений различных геосистем с помощью анализа изображений из космоса. Эти работы убедительно показали, что фрактальные свойства, такие как масштабная инвариантность, самоподобие, а в более общем случае самоаффинность различных пространственных структур природы, фиксируются на космических снимках в виде различных геофизических полей. Космическая съемка позволяет исследовать свойства различных неупорядоченных пространственных структур по отображению полей яркости (оптической, радиолокационной и др.) на космических снимках. На рис. 1.4, рис. 1.5 приведены примеры пространственных фрактальных структур, дешифрированных по разномасштабным снимкам с различных КА.



Рис. 1.4



Рис. 1.5

Рис. 1.4, рис. 1.5. Примеры фрактальных структур геосистем по данным с КА

На рис.1.4. приведена бинарная сегментация изображения посевов зерновых на юго-западе Польши. Наблюдается пространственная фрактальная структура распределения яркости в кадре, фрактальная размерность $D = 1,75$.

На рис.1.5. приведена ветвящаяся фрактальная пространственная структура эрозионной сети реки Сейм, $D = 2,22$.

1.6. Сегментация детальных изображений природных объектов, мультифрактальная сегментация

1.6.1. Традиционные подходы к сегментации данных зондирования

Сегментация данных ДЗЗ состоит в разбиении массива данных съемки пространственно-распределенных объектов на классы (типы), отличающиеся друг от друга по некоторым характеристикам. Представлению сегментации данных в виде изображений соответствует разбиение изображений на непересекающиеся области, каждая из которых принадлежит набору данных

одного типа и заполнена фрагментами одного типа изображения. При анализе изображений, наблюдателем или автоматической системой, целью сегментации является определение геометрических областей и указание для каждой из них номера класса. Такую лаконичную совокупность сведений об исходном изображении называют его картой. Обработка изображения, позволяющая получить карту, называется сегментацией. Результат сегментации данных на карте изображения позволяет выделить визуальными средствами области, относящиеся к одному классу, например, придать им определенную текстуру, яркость, цвет и т.п. Следствием такой обработки является селективное изображение.

Для решения задачи сегментации изображений общих подходов к разделению на области в многомерном пространстве признаков не существует и для этого используется большой набор математических методов, описание которых можно найти в литературных источниках [70–76]. К ним относятся: различные виды пороговых методов, в частности, основанные на анализе гистограмм яркости изображений [73]; марковской фильтрации [74]; байесовской сегментации, основанной на распределениях Гиббса [71]; методов алгебраической топологии [75, 76] и др. Следует отметить, что рассматриваемые методы обладают определенной универсальностью для сегментации монохроматических изображений, и не ориентированы на цифровую обработку многомерных гиперспектральных изображений.

Класс методов сегментации изображений на основе пороговой обработки является наиболее распространенным, понятным и простым в реализации. В простейшем случае пороговый метод ориентирован на обработку полутоновых изображений, отдельные однородные участки которых различаются средней яркостью $\langle x(i_1, i_2) \rangle$. В случаях, когда фрагмент изображения содержит только два типа однородных участков, задача сводится к бинарной сегментации. Преобразование каждой точки (i_1, i_2) исходного

изображения $x(i_1, i_2)$ в выходное изображение $y(i_1, i_2)$ выполняется по правилу:

$$y(i_1, i_2) = \begin{cases} y_0, & \forall x(i_1, i_2) \leq x_0 \\ y_1, & \forall x(i_1, i_2) > x_0, \end{cases} \quad (1.2)$$

где x_0 – единственный параметр обработки, который называется порогом; y_0, y_1 – уровни выходной яркости, которые могут быть заданы произвольно, они выполняют роль меток, при помощи которых осуществляется разметка получаемой карты и отнесение ее точек к классам H_0 или H_1 соответственно. Если преобразование изображения (сегментация, селекция) выполняется для визуального восприятия, то значения y_0, y_1 соответствуют уровням черного и белого. В случаях многомерной сегментации изображений, состоящих более чем из двух классов, для пороговой обработки должно быть задано семейство порогов, отделяющих яркости различных классов друг от друга.

В наиболее развитом виде методы пороговой сегментации, основанные на анализе гистограмм яркости, базируются на предположении о том, что распределения вероятностей для каждого класса унимодально и содержат по одному пику. На рис. 1.6 приведен пример метода пороговой обработки гистограмм в случае разделения объектов сцены на два класса – бинарная сегментация гистограммным методом.

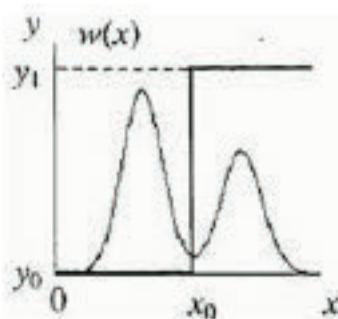


Рис. 1.6. Бимодальный вид гистограммы фрагмента изображения

x – интервалы яркости, $w(x)$ – относительная частота (статистическая вероятность), x_0 – порог яркости, сегментирующий участки изображения на два класса: y_0, y_1 .

Для общего многомерного случая в гистограммный метод пороговой сегментации вводится предположение о том, что отдельные моды соответствуют различным классам, а разделяющие их впадины и количество пороговых точек x_0 – малочисленны. В этом случае пороги сегментации сравнительно просто находятся по положению впадин [70, 73]. Однако реальные гистограммы природных ландшафтов обычно сильно изрезаны, и это служит одним из ограничивающих факторов для определения точек минимума. Вторым препятствием является то, что границы между однородными участками на изображении в большинстве случаев размыты, вследствие чего уровень гистограммы в тех ее частях, которые отображают точки границы, возрастает. Это приводит к уменьшению провалов в гистограмме или даже их исчезновению.

Более трудозатратными по сравнению с пороговыми методами является класс методов, основанный на моделях гауссовских смесей [72], в которых предполагают, что каждый паттерн (фрагмент изображения с определенной мерой функции яркости) можно представить гауссовскими полями, а в каждом пикселе могут присутствовать все паттерны, но с разной вероятностью. Неизвестный паттерн находится как решение вариационной задачи. В случаях, когда распределение отличается от нормального, метод не обеспечивает правильной сегментации. Малоэффективными также в случае степенных распределений оказываются методы на основе байесовской сегментации, которая предусматривает описание исходного изображения при помощи распределения Гиббса [71], этот вид распределений экспоненциальный.

На предположении о том, что пространственное распределение яркостей относится к классу нормальных или экспоненциальных и имеет конечную дисперсию, основаны методы определения меры расстояний Кульбака-

Лейблера между двумя вероятностными распределениями. В случае степенных распределений, следует ожидать, что использование методов этого класса приведет лишь к частичной сегментации, в результате чего многие участки изображений останутся неверно классифицированными.

1.6.2. Фрактальная и мультифрактальная сегментация детальных изображений

Специфика обработки изображений ДЗЗ высокого пространственного разрешения, так называемых HR-изображений (High resolution), природных ландшафтов, состоит в том, что такие изображения, например поставляемые с сенсоров КА: Quick Bird (0,7 м), Ikonos (1 м) и даже 2,5 м/п с KA Spot, позволяют увидеть множество мелких деталей, которые не проявляются на снимках среднего разрешения. Одновременно с возможностями получения дополнительной, более обширной, информации об объектах, такие изображения демонстрируют высокую вариабельность и гетерогенность полей отражений и, как отмечается в ряде исследований [77–83], стандартные статистические (стохастические) методы анализа и сегментации данных, основанные на предположении о нормальном гауссовском распределении яркостей, становятся неэффективными. В монохроматических HR-изображениях природных ландшафтов вариабельность поля яркостей возрастает, появляются новые текстуры^{*}, и объекты одного класса уже не являются однородными по тону. Это мешает правильной классификации объектов, затрудняет выбор традиционных схем сегментации. Текстура

* Под текстурой понимают специфические изменения тона (интенсивности цвета) в изображении объекта или его некоторой части. К текстуре относят также наличие на изображении характерных линий. Наряду с термином "текстура" широко используются такие, как "узор", "рисунок", "фактура", "способ заливки".

изображения лесов, полей, рек уже не четко определяется, она становится более сложной, состоящей из ряда локальных текстур [77, 79, 83]. Объект, который должен классифицироваться как один вид, имеет высокую контрастность, что проявляется в больших различиях значений яркости пикселей.

В работах [78–81] отмечается, что статистика природных высокоточных изображений имеет свои специфические особенности. Гистограммы таких изображений отличаются от нормальных распределений – они имеют “тяжелые хвосты”, асимметрию и эксцесс, поэтому первоначальные усилия, которые ограничивались исследованием статистик второго порядка и оценками двухточечной корреляции, не привели к ожидаемому успеху. Суть трудностей заключается в том, что при увеличении пространственного разрешения спектральная изменчивость внутри поля яркости также возрастает и влияет на точность классификации и выбор схемы сегментации. Следовательно, эффективная сегментация природных высокоточных изображений не может быть выполнена традиционными, рассмотренными выше, методами.

Альтернативой перечисленным выше стандартным методам анализа изображений, являются прикладные методы фрактальной геометрии, которые строятся на основе фрактального и мультифрактального формализма [68, 69]. Теоретическое обоснование этого класса методов для текстурного анализа монохроматических изображений было концептуально сформулировано в начале 90-х гг. группой французских математиков института INRIA в работе [83]. Применительно к HR-снимкам мультифрактальные методы в настоящее время интенсивно развиваются многими исследователями, среди них следует отметить группу Антонио Туриэля в Институте морских исследований в Барселоне (Institute for Marine Sciences) [78, 81, 84] и ГАО РАН [79, 80]. Однако результаты такой обработки демонстрируются исключительно на панхроматических или радиолокационных изображениях.

В работе [85] демонстрируется техника построения поля фрактальных размерностей радиолокационных снимков в фиксированном дециметровом диапазоне длин волн. В этой работе фрактальная размерность фрагментов изображения поля яркости используется как индикаторный признак, по которому одинаковым природным подстилающим поверхностям соответствует определенное среднее значение фрактальной размерности. Сама же фрактальная размерность фрагментов вычисляется методом покрытия или призм и является характеристикой степени заполнения трехмерного представления (две пространственные координаты, третья координата – яркость) фрагмента изображения, попадающего в сканирующее или “прыгающее” окно просмотра. После вычисления фрактальных размерностей всех областей изображений строятся гистограммы полей фрактальных размерностей, которые имеют многомодальный вид. Такой вид гистограмм поля фрактальных размерностей позволяет выполнить переход к селективным изображениям, на которых выделяются определенные типы объектов, т.е. произвести пороговую сегментацию по значениям частоты встречаемости интервалов фрактальных размерностей. По утверждению авторов работы, метод позволяет выделить на радиолокационных изображениях такие объекты сцены как овражно-балочные системы, водоразделы, сельскохозяйственные поля с их детализацией: засеянные, убранные с наличием стерни и без нее, элементы дорог, береговые линии и т.п. Фрактальная обработка радиолокационных изображений значительно расширяет возможности радиолокационных методов и приближает их по качеству к панхроматическим HR-изображениям. Однако без предварительных исследований нельзя сделать заключение о перспективности распространения этого метода на многоспектральные и гиперспектральные изображения, в которых оценки размерностей должны выполняться по распределениям спектральных яркостей в сотнях каналов сенсора.

В работе [79] применен мультифрактальный формализм для анализа панхроматических HR-изображений. Метод предусматривает проведение

мультифрактального анализа изображения по распределению тона. Для фрагментов изображения производится оценка показателя Гёльдера по вычисляемым значениям вейвлет-преобразований. В дальнейшем сегментация объектов проводится по значениям показателя Гёльдера. На рис. 1.7 приведен пример мультифрактальной сегментации изображения горного района [80].

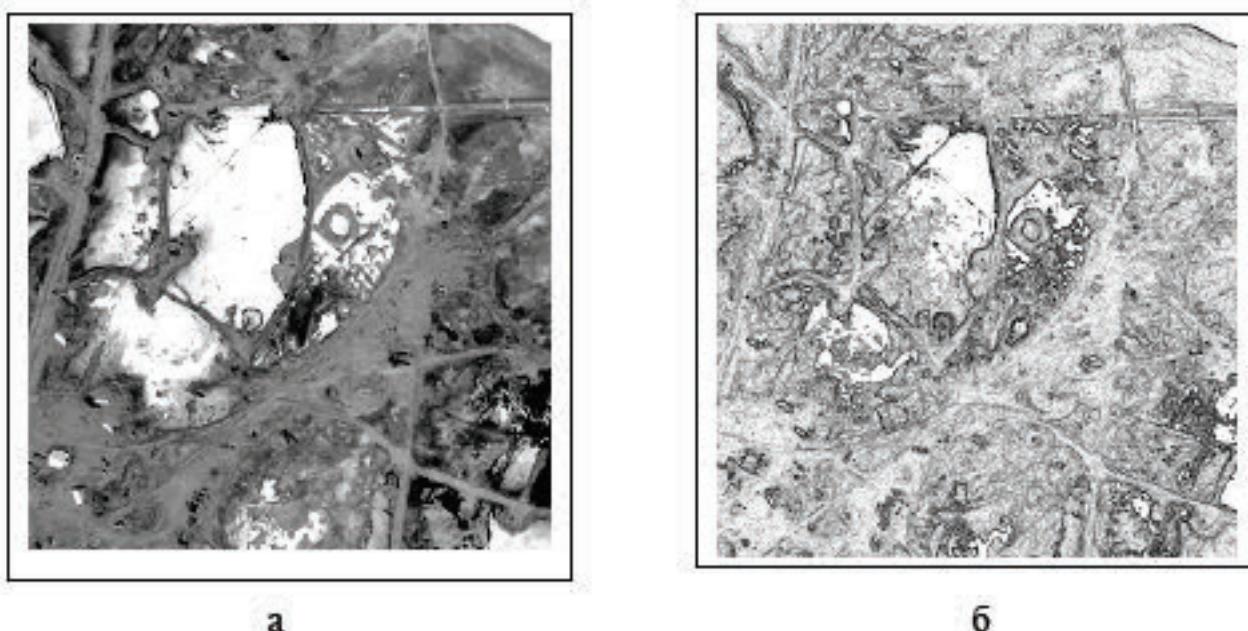


Рис. 1.7. Панхроматический снимок с КА QickBird горного района (а), карта изображения района построена методом мультифрактальной сегментации (б)

Применение мультифрактального формализма к обработке HR-изображений природных ландшафтов обосновывается их фрактальными свойствами – масштабной инвариантностью пространственного распределения структуры и степенным характером частотных распределений (гистограмм) яркости изображений. Рассмотренные примеры использования фрактального и мультифрактального формализма основаны на свойстве пространственных распределений природных структур. Гораздо менее изученными остаются спектральные свойства природных систем и их распределений в природных структурах. Соответственно малоизученным является и возможность применения мультифрактальных методов

сегментации данных для обработки и интерпретации гиперспектральных изображений. Решение этой проблемы рассматривается в данной диссертационной работе.

1.7. Спектрометрическая фитоиндикация и самоорганизация растительных покровов

Рассмотрим крайне сжато, на физиологическом уровне описания, специфические оптические свойства растений и покровов, а также возможное применение фитоиндикационных свойств в задачах ДЗЗ.

При решении различных отраслевых задач экологии, поиска полезных ископаемых, сельского хозяйства и в других областях широкое распространение получили различные фитоиндикационные методы. *Фитоиндикация, как раздел экологии растений, изучает связь ботанических объектов с факторами среды, а также позволяет проводить индикацию условий среды с помощью растений и растительных покровов (видов, комплексов, сообществ).* Методы фитоиндикации как способа практического использования различных признаков и свойств растений, а также растительного покрова, служат для получения интегрированной оценки и качественной характеристики среды обитания. Во многих случаях методы оптической фитоиндикации способны заменить многочисленные и дорогостоящие количественные анализы, пробы окружающей среды, которые проводятся с целью получения обобщающей характеристики экологического благополучия регионов. Спектрометрическая фитоиндикация, основанная на анализе спектральных характеристик растений, находит применение в геологоразведке при поиске залежей полезных ископаемых, в частности углеводородов [1, 4, 39, 86, 87], в сельском хозяйстве.

Для решения перечисленных выше задач методами дистанционного или контактного зондирования растений в оптическом диапазоне, представляет

интерес возможность произвести оценку состояния растений и растительных покровов по изменениям их отражательной способности под действием различных факторов, в том числе и среды обитания. Такой вид фитоиндикации уместно назвать спектрометрический. Этот метод позволяет произвести объективную оценку состояния растительности при отсутствии явных, видимых, признаков дополнительной пигментации листьев, с помощью недеструктивных дистанционных оптических средств зондирования. Решение этой задачи возможно с использованием спектрометрии отражения, например для определения наличия повышенного содержания антоцианов – пигментов из группы флавоноидов, а также более детальной диагностики воздействия неблагоприятных факторов внешней среды, чем это предоставляет простое визуальное наблюдение. Современная техника позволяет регистрировать спектры отражения растений на значительном расстоянии, включая наблюдения из космоса [87, 88]. Наблюдения из космоса значительно расширяют возможности методов фитоиндикации, позволяют на больших территориях осуществлять экологический мониторинг состояния растений в процессе их развития; выявлять влияние различных внешних факторов и, как демонстрируется в работе соискателя [2], решать основную задачу экологии биоразнообразия. Дистанционные методы зондирования растительных покровов и достоверная спектрометрическая фитоиндикационная интерпретация данных, позволят производить оценку больших территорий на перспективность их дальнейшего детального геофизического и геологического обследований с целью выявления залежей полезных ископаемых, что будет способствовать значительному снижению стоимости геологоразведочных работ. Количественные оценки состояния покровов связаны с проведением высокоточного гиперспектрального зондирования и создания методов эффективной сегментации данных зондирования. Изучение оптических свойств листьев, количественная оценка поглощения, пропускания и рассеивания (отражения) ими света, имеет большое значение не только для

понимания общих принципов усвоения солнечной энергии, механизмов фотосинтеза и адаптационных процессов в растениях, но также является важной составной частью многих методик ДЗЗ.

Большинство исследователей в области физиологии растений и смежных научных направлений отмечают сложную организацию листа высших растений как оптической системы. Отмечается специфическая, тонко организованная и динамическая структура с возможностью направленного изменения в содержании пигментов листьев, способностью к эффективной утилизации энергии солнечного излучения для фотосинтеза и приспособлению к действию этого излучения в самых разнообразных экологических ситуациях [89]. Несмотря на то, что листья различных растений обладают различными размерами, морфологией, анатомическим строением и имеют свои биохимические и физиологические особенности, однако, в принципах и механизмах осуществления первичных фотосинтетических процессов, которые протекают в специализированных органоидах (хлоропластах), прослеживаются общность и единообразие [89, 90].

Только часть света, падающего на лист, отражается от него. В спектрометрии различают зеркальное (на гладких, блестящих поверхностях) и диффузное (рассеянное) отражения. Отражение листьев, главным образом, характеризуется как диффузное. Свет, проникая в толщу листа, сильно рассеивается и многократно изменяет свое направление. Это связано с тем, что как на поверхности, так и в толще листа существует множество поверхностей раздела, обладающих различными коэффициентами преломления: кутикула, эпидермис, клетки паренхимы, заполненные воздухом межклетники. Сходные эффекты происходят при прохождении света через клетки. Здесь существуют различия в коэффициентах преломления между воздухом, жидкой фазой, клеточными стенками, рассеиванием на субклеточных структурах. В результате, при отсутствии сильного поглощения, оптические пути света значительно увеличены по сравнению с

геометрической толщиной листа. Благодаря этому листья поглощают значительно больше света, чем экстрагированные из них пигменты или изолированные хлоропласты [89, 90].

Как уже отмечалось выше, важным является и тот факт, что, несмотря на морфологические и анатомические отличия, листья растений разных видов, обладают общими и универсальными свойствами: спектры их отражения в некоторых спектральных областях достаточно хорошо коррелируют между собой [89, 90]. Это свойство придает методикам ДЗЗ, базирующимся на методах оптической фитоиндикации, достаточную для их широкого использования степень универсальности. Элементный биохимический состав растений очень многочислен, а его количественный состав претерпевает существенные изменения под влиянием факторов среды. По характеристикам спектра отражения удается обнаружить признаки и оценить степень побурения и некротизации ткани. Побурение связано с окислением некоторых полифенолов ферментом полифенолоксидазой и происходит в результате повреждения структур клетки, в ответ на воздействия неблагоприятных для произрастания факторов среды. По характеристикам оптического спектра листьев можно выявить и количественно определить красные пигменты – антоцианы, синтез которых часто активируется в неблагоприятных условиях. Возможно, также выявлять разрушение хлорофиллов и образование феофитинов – продуктов деградации, в которых отсутствует хелатированный ион магния. Эти процессы сопровождается характерными изменениями спектров отражений. Кроме того, обнаружено, что действие высоких интенсивностей света (фотоокислительный стресс) вызывает определенные изменения в характере поглощения пигментов, что может быть использовано для выявления этого типа повреждений [89, 90].

В зависимости от внешних условий изменяются геометрические размеры клеток, морфология ассимиляционных тканей, содержание и соотношение основных пигментов фотосинтеза (хлорофиллов и каротиноидов), различным образом организуются фотосинтетические

мембранны (хлоропласты теневого и светового типа). Фотосинтетический аппарат растений обладает высокой пластичностью и способностью приспособления к различным и часто меняющимся условиям окружающей среды. Оптическая система листьев обеспечивает оптимальный для данных условий режим светосбора и препятствует фотодеструктивным процессам, которые могут быть вызваны как видимым светом, так и излучением в ультрафиолетовой области.

В ответ на действия стрессоров в растениях на всех уровнях возникают специфические реакции, характерные для конкретного стрессового воздействия. Например, пожелтение листьев (хлороз) при несбалансированном минеральном питании, некроз и побурение, являются симптомами неблагополучия растений и возможным воздействием на них повышенных концентраций элементов тяжелых металлов или углеводородов, которые находятся в грунте, воздухе или воде. Эти изменения также могут свидетельствовать о наличии негативного воздействия на организм растения углеводородов. При воздействиях такого вида возможно изменение содержания хлорофилла в листьях, которое с достаточно высокой точностью устанавливается способами измерений интенсивности отраженного света при определенных длинах волн. В частности было выявлено, что чувствительная к изменениям концентрации хлорофилла область спектра находится около 550 нм, а не в красной части спектра, как предполагалось ранее. В работе [88] показана возможность регистрировать эти изменения в процессе наблюдений за растительностью из космоса.

Приведенное выше краткое изложение физиологических аспектов организации оптических свойств (физиологический уровень описания) растений и покровов позволяет рассматривать их как сложные самоорганизующиеся системы, которые состоят из большого количества элементов строения и имеют сложную целостную, неподдающуюся исследованию по частям, структуру с нелинейным взаимодействием между элементами.

1.8. Постановка проблемы и заданий исследований

Проблема (задание) исследований состоит в следующем.

Для комплексного повышения эффективности решения природоресурсных и природоохранных задач средствами аэрокосмического гиперспектрального мониторинга необходимо:

1. Разработать методы сегментации и интерпретации данных ГДЗ по масштабным инвариантам структуры спектральных яркостей изображений. Математическая постановка задачи следующая.

- 1.1. Гиперкуб данных ГДЗ определяет для ограниченной, гладкой, открытой области Ω на трехмерной решетке, составленной из пикселей и длин волн (спектральных каналов гиперспектрометра)

$$\Omega \in Z \times Z \times Z \quad (1.3)$$

цифровую функцию спектральной яркости

$$k(x) \rightarrow Z, \quad x = (x, y, \lambda) \in \Omega, \quad (1.4)$$

то есть ГСИ. По значениям $k(x)$ необходимо определить цифровую функцию масштабных инвариантов или фрактальных размерностей спектральной яркости

$$D: k \rightarrow R, \quad (1.5)$$

и построить скалярное поле распределений инвариантов (фрактальных размерностей) изображения на решетке пикселей

$$D(x) \rightarrow R, \quad x = (x, y) \in \Omega, \quad \Omega \in Z \times Z. \quad (1.6)$$

По значениям поля инвариантов выполнить сегментацию данных, т.е. определить замкнутое множество ребер Γ и все связные подмножества

$$\{\Omega_j\} \in \Omega \setminus \Gamma, \quad j = \overline{1, S}, \quad (1.7)$$

где Z – множество целых чисел, R – множество вещественных чисел, "×" – прямое произведение множеств, "\setminus" – разница множеств.

1.2. По значениям инвариантов D провести классификацию областей сегментации $\{\Omega_j\}$.

2. Сократить объемы целевой информации ГДЗ, необходимой для определения структуры спектров отражений контролируемых объектов.

3. Для решения проблемы необходимо разработать:

3.1. Обоснованные модели описания масштабно-инвариантных структур спектров отражений природных объектов для 3-х уровней наблюдений: мезоскопического – контактная спектрометрия, макроскопического – дистанционное полевое гиперспектральное зондирование, глобального – гиперспектральное зондирование с КА.

3.2. Методы структурной и параметрической идентификации моделей;

3.3. Методику определения масштабных инвариантов и верифицировать методику на примерах решения нефтегазопоисковых задач.

3.4. Развить методы прецизионного управления платформой и аппаратурой ГДЗ по реперным (опорным) объектам сцены.

Выводы раздела 1

1. Настоящий момент характеризуется бурным развитием новых информационных технологий детальных гиперспектральных и ультраспектральных аэрокосмических исследований Земли. Информационные гиперспектральные технологии рассматриваются как единый информационный процесс, который включает гиперспектральное ДЗЗ с КА или воздушных носителей, обработку и интерпретацию данных.

2. Препятствием на пути массового внедрения этих технологий и становления их как инновационного продукта являются:

2.1) большие объемы информации, которые формируются в результате зондирования земной поверхности щелевыми гиперспектрометрами и бортовыми компьютерами в виде гиперкуба данных;

2.2) высокие требования к точности геопривязки кадров и стабилизации движения платформ ЛА с сенсорами ГДЗ, особенно для воздушных ЛА которые работают в условиях турбулентной атмосферы.

2.3) информационные возможности интерпретации данных гиперспектральной съемки, которая проводится одновременно в сотнях спектральных каналов и представляет принципиально новый вид информации об объектах, остаются не выясненными; отсутствуют эффективные научно-обоснованные методы обработки ГСИ и методики решения прикладных задач по спектральным характеристикам.

3. Из анализа состояния развития систем управления аэрокосмическими объектами следует, что принципиальное решение проблемы повышения точности ГДЗ, оперативности обработки информации и сокращения объемов передаваемой в наземные центры информации может быть достигнуто путем частичной обработки данных на борту КА и построением адаптивных систем космического геомониторинга.

4. Краткий анализ развития методов обработки и интерпретации монохроматических и радиолокационных снимков высокого пространственного разрешения (HR-изображений) природных объектов показывает, что статистика распределений яркости изображений отличается от нормального гауссовского распределения. Многолетний опыт зарубежных исследований по обработке HR-изображений убеждает в эффективности применения фрактального и мультифрактального подхода к сегментации монохроматических изображений природных объектов. Между тем остается малоизученной возможность расширения области применения методов фрактальной геометрии на статистическую обработку и последующую интерпретацию многомерных, детальных гиперспектральных изображений природных объектов.

5. Сформулированы постановка проблемы и заданий исследований.

РАЗДЕЛ 2
МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗРАБОТКИ НОВЫХ МЕТОДОВ
СТАТИСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ДАННЫХ
ГИПЕРСПЕКТРАЛЬНОГО ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

2.1. Формализация понятия структуры

Дальнейшее рассмотрение требует формализации понятия “структур” системы. Следуя монографии В. Эбелинга “Образование структур при необратимых процессах” [91], определим понятие структуры системы следующим образом.

Система состоит из элементов, которые упорядочены определенным образом и связаны определенными отношениями. Под структурой системы принято понимать способ организации элементов и характер связи между ними. При этом не существенно, какова природа элементов. Говоря о структуре системы, мы не обращаем внимания на то, какие элементы составляют систему, а рассматриваем лишь совокупность отношений между ними. Структура системы, определенная как совокупность отношений, задает связь между элементами системы.

Под структурой системы будем далее понимать совокупность отношений, между элементами системы, абстрагируясь от физической, биологической и т.п. сущности элементов образующих систему.

2.2. Концепция гиперспектрального анализа структуры природных объектов

Исследования пространственных структур природных систем (геосистем) и их фрагментов демонстрируют адекватность описания и анализа наблюдаемых структур моделям и методам, которые строятся на теории фракталов и мультифракталов [66-68]. Последующие исследования пространственных распределений природных структур, наблюдаемых с КА,

выявили фрактальные свойства пространственного распределения яркости на детальных изображениях [64, 65]. Фрактальные свойства распределений яркости и степенной вид статистических частотных распределений эффективно используются в цифровых методах обработки детальных монохроматических изображений природных объектов [78-85], (см. подразделы 1.5, 1.6).

Гиперспектральная съемка, в отличие от панхроматической съемки, позволяет регистрировать химический, биохимический, минеральный состав и его структуру в природных объектах. Если статистика частотных распределений элементного состава объектов, которая проводится по спектрам отражений, характеризуется степенным видом распределений, это является признаком фрактальных свойств структуры. Эти свойства структуры могут быть использованы для цифровой обработки детальных гиперспектральных изображений и интерпретации результатов.

В порядке предварительного обоснования того факта, что степенные распределения спектров отражений присущи большому количеству природных объектов, в подразделе 2.4 приведены типовые графики частотных распределений спектров отражений растительных покровов, которые имеют степенной вид. Растительный покров составляет обширный класс природных объектов и геосистем. На примерах спектров отражений растительных покровов в диссертации демонстрируется методология гиперспектральных аэрокосмических исследований объектов, в структуре которых обнаруживаются фрактальные, масштабно-инвариантные свойства, а также степенные распределения. Так как гиперспектральный анализ основан на концепции о том, что структура объектов проявляется в спектрах отражения электромагнитных волн, можно считать, что, изучая частотные распределения спектра отражений объекта, мы изучаем статистику распределений элементов структуры объекта.

Для сложных систем, в которых происходят процессы самоорганизации, характерны степенные распределения. Между тем, степенные распределения

– это отличительное статистическое свойство фрактальных структур и их характерный признак. Вопросы выяснения механизмов формирования структур со степенным видом распределений выходят за рамки исследований диссертационной работы и исследуются в рамках синергетики. Структуры со свойствами степенных частотных распределений, масштабной инвариантности, самоподобия или, в общем случае, самоаффинности, рассматриваются как результат процессов самоорганизации сложных систем. Масштабно-инвариантные свойства степенных распределений, их связь с образованием мультифрактальных структур и энтропией систем привели к переосмысливанию многих фундаментальных разделов физики неравновесных процессов [92]. Синергетический подход используется в настоящее время в геологии для прогнозирования и поиска полезных ископаемых [93]. Здесь исходят из предпосылки, что процессы самоорганизации в системах происходили при формировании геологических структур, и оставили свой след, сформировав различные геологические тела, от кристаллов до залежей полезных ископаемых, многие из которых характеризуются пространственными фрактальными свойствами.

В растениях и растительном покрове процессы самоорганизации происходят постоянно, во время всего жизненного цикла, и проявляются в мультифрактальной структуре разнообразия видового сообщества [94], которое можно наблюдать с КА по методике предложенной соискателем [2, 40]. Соискателем также установлено, и обосновывается в диссертационной работе, факт того, что процессы самоорганизации в растениях под действием факторов среды можно наблюдать по структуре спектров отражений, для которых характерны степенные распределения, фрактальные и мультифрактальные свойства [1, 4, 39, 41].

Под *сложностью* системы следует понимать ее несводимость к простой сумме своих частей. Описать структуру такой системы на статистическом уровне невозможно с помощью одной или нескольких мод, или нескольких гармоник при спектральном анализе. Сложные системы всегда являются

существенно нелинейными. К ним нельзя как к линейным системам применять принцип суперпозиции, который предусматривает разложение системы на независимые составляющие, и изучать свойства системы по частям. Масштабно-инвариантный вид степенных частотных распределений, означает, что в структуре системы нельзя выделить одну или несколько мод и предложить для них удачную интерпретацию, необходимо рассматривать весь интервал степенного частотного распределения.

Многие величины, которые приходится измерять, группируются около типичных значений и отвечают нормальному закону распределений Гаусса. Такие величины имеют характерный масштаб. Однако область действия степенного распределения гораздо более значительна. Типичного масштаба в таких распределениях нет, следовательно, невозможно выделить одно или несколько значений, которые бы характеризовали это распределение. Более того, как показано в подразделе 2.3, реальными являются случаи, когда для степенных распределений отсутствует сходимость моментов различных порядков, что делает невозможным использовать стандартные методы параметрической статистики.

2.3. Программа по направлениям исследований докторской работы, уровни исследований структур природных объектов

Разработку и исследования методов анализа спектров отражений целесообразно проводить в рамках математических моделей, каждая из которых имеет свой язык описания и использует свои методы анализа.

Первое направление анализа данных ГДЗ. Этот подход основан на соображениях симметрии и инвариантов спектров отражений. Под преобразованиями симметрии любого объекта следует понимать совокупность преобразований, в результате которых объект не меняется. Теория инвариантов основана на теории групп, дает методологию и конкретный математический аппарат для определения наиболее общих свойств, характеристик и параметров исследуемых объектов, которые остаются

неизменными при различных преобразованиях этих объектов (подробнее см. в пункт 2.4.2). Степенные законы, которые демонстрирует статистический анализ гиперспектральных отражений (см. пункт 2.4.1), позволяют определить группы симметрий и расширенные группы, а также определить инварианты и кратные инварианты различных порядков (см. пункт 2.4.3) по данным ГДЗ. Для этого используется достаточно развитый математический аппарат теории групп Ли (группового ядра). Это направление исследований основано на фундаментальных понятиях геометрий, согласно которым каждая геометрия определена своей непрерывной и транзитивной группой преобразований (Эрлангенская программа Феликса Клейна). В рамках 1-го направления исследований строится:

1. Непрерывно-групповая модель спектров отражений.

Второе направление анализа данных ГДЗ основано на современных представлениях фрактальной геометрии, основные понятия которой (см. пункт 2.4.4) существенно противоречат понятиям традиционной геометрии, одним из которых является представление о дробных размерностях геометрических объектов. В рамках 2-го направления строятся модели описания спектров отражений:

2. Неоднородная фрактальная модель спектров отражений.
3. Модель поля фрактальных размерностей.
4. Модель среднего поля фрактальных размерностей.
5. Мультифрактальная модель.

Каждая модель лаконично формализует описание структур гиперспектральных отражений объектов, и позволяют исследовать структуры, используя для этого разный математический формализм.

Каждая из рассматриваемых моделей должна быть поддержана численными методами структурной и параметрической идентификации, которая проводится по данным гиперспектрального зондирования. Следует предусмотреть контроль точности идентификации. Модели, и численные методы верифицируются для решения прикладных задач на тестовых

полигонах и составляют научно обоснованное математическое и методическое обеспечение для проведения сегментации гиперспектральных изображений, интерпретации результатов исследований, разработки методик решения прикладных отраслевых природоохранных и природоресурсных задач.

Третье направление исследований связано с построением модели системы управления процессом сбора и формирования гиперспектральных данных требуемого качества с ЛА. Требование к данным в гиперкубе ГСИ следующие: точность геопривязки кадра должна быть не хуже пространственного разрешения детальной съемки (5 м) при спектральном разрешении не хуже 5 нм; среднее время обновления информации о малоразмерных объектах на территории Украины, наблюдаемых с КА, не хуже 3-х суток; необходимо предусмотреть процедуры обработки целевой информации на борту ЛА. Это направление исследований связано с построением модели системы управления адаптивного типа с процедурой анализа данных на борту ЛА. Математическим аппаратом этих исследований является теория групп и алгебр Ли на проективной плоскости.

Проведение совместных исследований, по перечисленным направлениям, будет способствовать повышению эффективности гиперспектральных аэрокосмических исследований.

Уровни исследований структур природных объектов. В диссертационной работе исследование природных объектов с масштабно-инвариантными структурами и степенными распределениями проводится на примерах спектров отражений растений и растительных покровов. Структуры спектров описываются инвариантами групп преобразований симметрий и масштабными инвариантами фрактальных и мультифрактальных моделей. Выделяются три уровня исследований структуры природных объектов по их спектральным откликам: мезоскопический, макроскопический и глобальный. Глобальный уровень исследований выполняется многоспектральной аппаратурой ДЗЗ с пространственным разрешением 30 м. В результате исследований глобального уровня была выявлена мультифрактальная

пространственно-распределенная структура видового разнообразия сообщества растений. Эта мультифрактальная структура была подробно исследована доктором по данным с КА Landsat TM, TM+. Исследования этого уровня достаточно полно освещены в совместных работах и докладах соискателя [2, 3, 40, 41]. В этих работах была подтверждена гипотеза мультифрактальной структуры видового сообщества растений, и на экспериментальном материале доказана возможность наблюдений с КА пространственной структуры разнообразия сообществ. В диссертационной работе этот уровень наблюдений предусматривает проверку наиболее перспективных методов, развитых в диссертации, на данных среднего спектрального и пространственного разрешений с КА EO-1 «Нурегион» для решения универсальной задачи сегментации и классификации гиперспектральных изображений урбанизированного ландшафта (см. подраздел 4.7).

1. **Макроскопический** уровень исследований выполняется в диссертационных исследованиях дистанционно, гиперспектральным высокоточным зондированием растительных покровов спектрорадиометром ASD FieldSpec® 3FR с интегрирующей сферой RTS-3ZC. Спектрометрирование проводится в диапазоне 350-2500 нм со спектральным разрешением 1 нм, захват прибора составляет 0,15 м поверхности съемки, расстояние до объектов съемки 10 м. Показания прибор калибруются по отношению к белому фону, результат каждого измерения представлен значениями коэффициентов спектральных яркостей (КСЯ) в каналах прибора и соответствует одному гиперспектральному пикслю. Из множества измерений вдоль маршрута съемки формируется один кадр ГСИ, несколько маршрутов измерений позволяют синтезировать ГСИ из кадров. Полученный таким образом гиперкуб данных является исходным материалом для проведения этого уровня исследований.

2. **Мезоскопический** уровень исследований проводится по измерениям, которые выполняются контактным способом прибором FieldSpec® 3FR со

спектральным разрешением 1 нм, а также спектрофотометром СФ-18 с разрешением 2 нм.

В настоящее время в области разработки методов гиперспектрального зондирования для исследований состояния сельскохозяйственных посевов используется методология, основанная на эмпирическом поиске различных индикаторных индексов, которые формируются как дробно-линейные функции комбинаций спектральных интенсивностей отраженного диффузного светового потока, который фиксируется в каналах гиперспектрометров [100]. Исследования обычно начинаются с более точной дистанционной полевой съемки, а полученные результаты в виде рекомендаций по использованию различных индикаторных индексов, каждый из которых предназначен для диагностики специфических особенностей объектов, в дальнейшем используются при дешифрировании данных гиперспектральных снимков с аппаратурой авиационного или космического базирования. В диссертационной работе применен подход натурного моделирования гиперспектральных данных мезоскопического и макроскопического уровней исследований. В этом подходе методы и модели анализа данных гиперспектрального зондирования с ЛА отрабатываются на данных, полученных в результате полевой дистанционной спектральной съемки.

2.4. Основные понятия и определения методов исследований

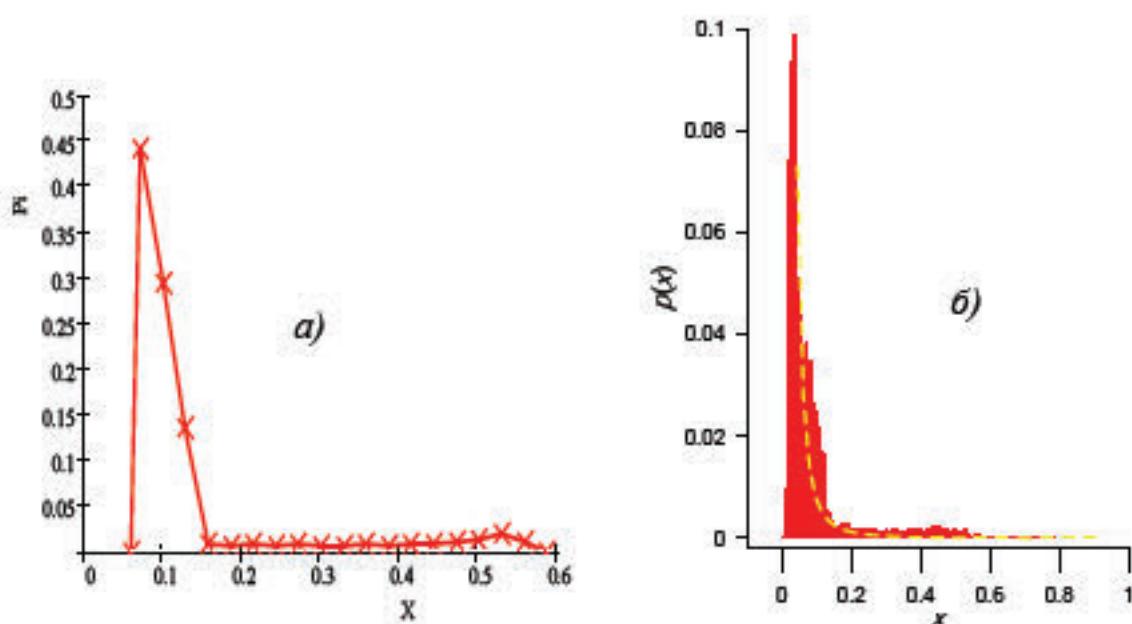
2.4.1. Степенные распределения спектров отражений и их особенности, исследование условий сходимости моментов

Когда при измерениях какой-либо величины x вероятность p получения того или иного значения обратно пропорциональна некоторой степени этого значения, говорят, что данная величина характеризуется степенным законом распределения

$$p(x) = C x^{-a}, \quad x > 0, \quad a > 0. \quad (2.1)$$

Иногда степенной закон распределений называют законом Ципфа или распределением Парето.

На рис. 2.1 приведены графики частотных распределений спектров отражений растений, которые демонстрируют хорошее приближение к степенному виду распределений, имеют тяжелые хвосты и лептоэкспесс. График *a*) полигон частот спектра отражений березы в ближнем ультрафиолетовом и видимом диапазонах, получен в результате обработки контактного спектрометрирования одного листа березы (мезоскопический уровень исследований). График *б*) – гистограмма построена по результатам гиперспектрального дистанционного высокоточного зондирования посевов пшеницы (макроскопический уровень исследований).

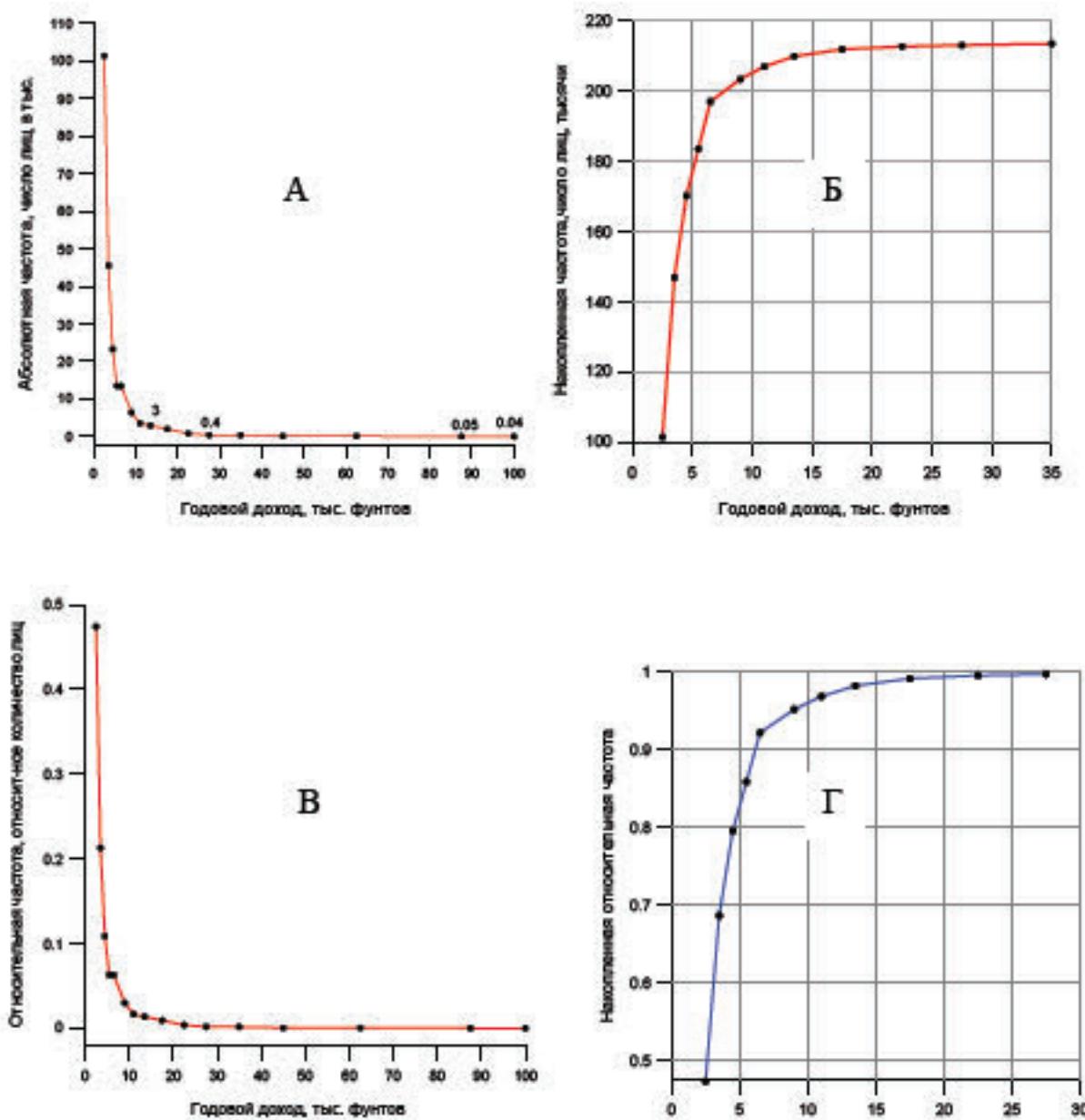


а) – полигон частот распределений спектра отражений одного листа березы, мезоскопический уровень исследований; x – КСО, p – частота (вероятность);

б) – гистограмма частотных распределений спектра отражений посева пшеницы, макроскопический уровень исследований; x – КСЯ.

Рис. 2.1. Графики частотных распределений спектров отражений растений, представляют результаты 2-х уровней исследований: *а)* мезоскопического, *б)* макроскопического

Исходным примером распределения степенного типа, которое было обнаружено экономистом В. Парето, является распределение населения по доходам. Основные графики этого распределения демонстрируются на рис. 2.2, их построение было выполнено диссертантом по табличным данным, которые приведены в работе [95].



А, Б – Полигон частот и функция распределения в абсолютных значениях частоты; В, Г – тоже в относительных значениях частоты.

Рис. 2.2. Пример распределения Парето населения по доходам

Распределение, заданное функцией вида (2.1), – это и есть распределение, отвечающее степенному закону. Степень α называют показателем степенного закона. Для каждого рассматриваемого распределения показатель α имеет фиксированное значение. Это значение не меняется при переходе от относительных частот (график В) к их абсолютным значениям (график А). Константа C обеспечивает выполнение условия нормировки, которое сводится к тому, что сумма значений относительных частот $p(x)$ должны равняться 1. Выполнение этого условия демонстрируется на примере функции распределения, приведенной на графике Г, на котором наблюдается асимптотическое сходимость суммы к 1. В случае, когда частота выражена в абсолютных значениях, функция распределения сходится к суммарной частоте (график Б). Графики А и В показывают, что полигоны частот, представленные в абсолютных и относительных значениях частоты, суть аппроксимации их степенными функциями вида (2.1). Для них показатель степенного закона α одинаковый, а значение C – разное, и не характеризует основные свойства распределения.

Для непрерывной варианты x степенной закон распределений может быть выражен через функцию плотности $f(x)$

$$f(x) = C x^{-\alpha}, \quad (2.2)$$

или с точностью до постоянной

$$f(x) \propto x^{-\alpha}. \quad (2.3)$$

Учитывая, что электромагнитный спектр и мощность светового потока по своей физической сущности величины непрерывные, запись степенного закона распределений через функцию плотности (2.2) имеет смысл для рассмотрения гиперспектральных отражений природных объектов.

Распределения многих величин, которые приходится измерять, группируются около типичных значений и отвечают нормальному закону (Гаусса) распределений. Такие величины имеют характерный масштаб. Минимальные и максимальные значения варианты отличаются

незначительно. Область действия степенного распределения гораздо более значительна, и часто охватывает несколько или даже много порядков возможных изменений варианты. Типичного масштаба в таких распределениях нет, невозможно выделить одно значение, которое бы характеризовало это распределение. Степенной закон распределения доходов на рис. 2.2 демонстрирует область значений, которая охватывает приблизительно 2 порядка изменения варианты (доходов). Спектры отражений растений, которые подробно рассмотрены в диссертации, демонстрируют широкие области значений степенного закона распределений.

В тематических задачах ДЗЗ степенной вид распределений не позволяет выделить объекты из фона по их типичным значениям интенсивности отражений. Более того, как будет показано далее, реальными являются случаи, когда для степенных распределений отсутствуют моменты различных порядков, например, первого порядка – среднее значение, второго порядка – дисперсия (центральный момент второго порядка), корреляционный момент (второй смешанный центральный момент двух случайных величин). На рис. 2.3 приведены графики функций плотности степенного, экспоненциального и нормального распределений. Главным отличием степенных распределений от других видов распределений является скорость убывания функции плотности $f(x)$ с ростом значений аргумента (варианты) x . Гораздо более медленное убывание функции плотности, по сравнению с другими типами распределений, закрепило за степенными распределениями название распределений с “тяжелыми хвостами”.

Возвращаясь снова к рис. 2.2, на графике А можно наблюдать, что даже в конечном, приведенном на графике, значении варианты на отметке аргумента 30–100, абсолютная частота имеет вполне определенное не нулевое значение. Во многих реальных случаях степенные распределения в дополнении к тяжелому хвосту имеют еще лептоэксцесс. Именно такой – степенной вид распределений демонстрируют гистограммы и полигоны частот распределений растительных покровов.

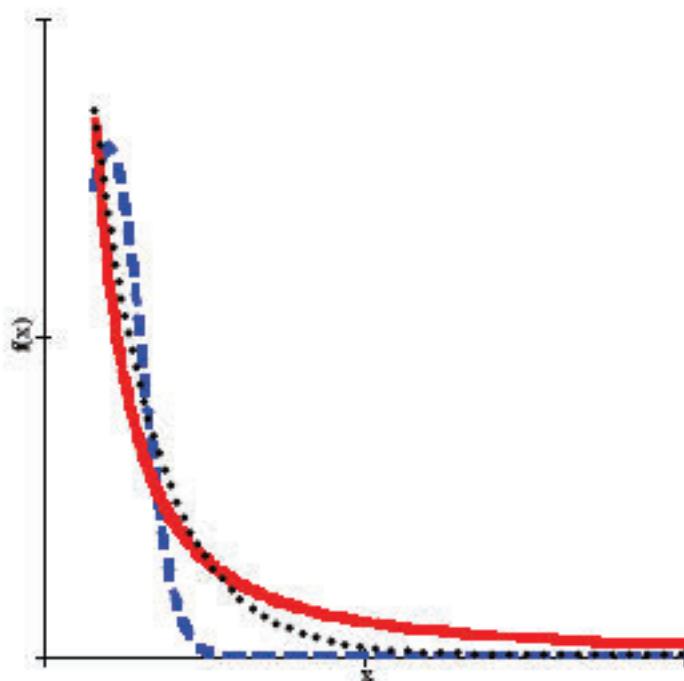


Рис. 2.3. Графики функций плотностей: степенного, экспоненциального, нормального распределений (последовательность – сверху вниз в хвостовой части)

Моменты k -го порядка распределений случайной непрерывной величины X со значениями x определяются интегралом

$$M_k = \int x^k f(x) dx, \quad (2.4)$$

и являются математическим ожиданием k -й степени случайной величины X .

Для степенных распределений моменты k -го порядка расходятся при

$$k \geq a - 1. \quad (2.4a)$$

Докажем условия сходимости моментов степенных распределений. Для этого проведем более подробный анализ сходимости моментов распределений, удовлетворяющих степенному закону (2.1), применительно к дистанционному гиперспектральному зондированию растительности. На гистограмме рис. 2.1 отчетливо видно, что степенной закон выполняется, начиная с некоторого минимального значения переменной x_{\min} . Именно такой вид, резко склоненный влево, демонстрировали все анализированные

гистограммы дистанционного зондирования растительности. Следовательно, изучаемая далее статистика начинается с некоторого минимального значения переменной x_{\min} .

Среднее значение величины $\langle x \rangle$ или первый начальный момент степенного распределения, для функции плотности вида (2.2) определяется по формуле (2.4), равен

$$\langle x \rangle = \int_{x_{\min}}^{\infty} x f(x) dx = C \int_{x_{\min}}^{\infty} x x^{-a} dx = C \int_{x_{\min}}^{\infty} x^{-a+1} dx = \frac{C}{2-a} x^{-a+2} \Big|_{x_{\min}}^{\infty}. \quad (2.5)$$

Из выражения (2.5) следует заключение, что среднее стремится к бесконечности при $a \leq 2$, $\langle x \rangle \rightarrow \infty$. Следовательно, степенные законы с малым показателем a не имеют конечных средних значений. Аналогично в случае дискретной случайной переменной, ряд, заменяющий интеграл, будет расходиться. Формально, в результате вычисления среднего значения в одном выборочном эксперименте, какое-то число будет получено, однако повторная выборка, съемка и подсчет средней интенсивности отражения светового потока того же объекта, приведет к очень большим расхождениям средних значений. Отсутствие сходимости первого момента в спектрах отражений при $a \leq 2$ показывает, что среднее значение для такого распределения есть плохо определенная величина, которая может варьироваться в очень большом диапазоне. Таким образом, вычисление средних значений коэффициентов спектральных яркостей $\langle x \rangle$ для некоторого набора замеров не позволяет предсказывать средние результаты замеров $\langle x \rangle$ для аналогичных объектов. Естественно, что в этом случае может иметь место неполная сегментация данных при выделении объекта из фона по средним значениям спектральной яркости.

Для случаев степенных законов с показателями $a > 2$ среднее значение вполне определено. В соответствии с выражением (2.5) и при выполнении

условий нормировки плотности распределения (см. подраздел 4.1)

$C = (a - 1)x_{\min}^{a-1}$ значение среднего равно

$$\langle x \rangle = \frac{a-1}{a-2} x_{\min}. \quad (2.6)$$

Условие сходимости средних значений остается верным и при любом другом, а не только при гиперспектральном, способе съемке, например в случаях многоспектральной съемки. Если яркости пикселей распределены по поверхности снимка в соответствии со степенным законом с показателем $a \leq 2$, то использовать их средние значения $\langle x \rangle$ в качестве индикаторного признака плохая практика. Если взять много выборок, т.е. фрагментов изображения того же самого объекта, и подсчитать средние значения яркостей пикселей в каждой выборке, то средние значения отдельных выборок могут отличаться друг от друга на несколько порядков. Следовательно, при таком виде распределений средние значения яркостей не могут служить информативным признаком или составной частью интегральных признаков для сегментации изображений.

Моменты степенных распределений $f(x)$ высоких порядков рассчитываются по формуле (2.5), аналогично подсчету средних значений. Второй момент – средний квадрат величины $\langle x^2 \rangle$ равен

$$\langle x^2 \rangle = \int_{x_{\min}}^{\infty} x^2 f(x) dx = \frac{C}{-a+3} x^{-a+3} \Big|_{x_{\min}}^{\infty}, \quad (2.7)$$

при $a \leq 3$, $\langle x^2 \rangle \rightarrow \infty$, этот момент расходится. Это значит, что рассматриваемое распределение не имеет определенного среднеквадратического значения, то есть стандартного отклонения.

Если степенной показатель распределения $a > 3$, второй момент имеет ограниченное и вполне определенное значение

$$\langle x^2 \rangle = \frac{C}{-a+3} x^{-a+3} \Big|_{x_{\min}}^{\infty} = \frac{a-1}{a-3} x_{\min}^2. \quad (2.8)$$

В самом общем виде моменты $\langle x^k \rangle$ порядка k степенных распределений являются вполне определенными величинами если выполняется условие, которое связывает порядок момента со степенным показателем $k < a - 1$. В этом случае момент порядка k равен:

$$\langle x^k \rangle = \int_{x_{\min}}^{\infty} x^k f(x) dx = \frac{a-1}{a-1-k} x_{\min}^k. \quad (2.9)$$

Следовательно, для того чтобы момент порядка k был определен, должно выполняться условие

$$a > k + 1, \quad (2.10)$$

где a – степенной показатель распределения.

Условие (2.10) сходимости моментов доказано. Следовательно, (2.4a) является условием, при котором моменты степенных распределений расходятся.

Масштабно-инвариантные свойства степенных распределений основаны на том, что если аргумент функции плотности вида (2.2) увеличить или уменьшить в k раз степенной вид функции и степенный параметр функции останутся неизменными:

$$f(k \cdot x) = C(k \cdot x)^{-a} = C(k^{-a} x^{-a}) = C k^{-a} x^{-a} = C_1 x^{-a}, \quad C_1 = \text{const}. \quad (2.11)$$

Следовательно, выражение (2.3), которое задает функцию плотности с точностью до постоянной, останется неизменным:

$$f(k \cdot x) \propto x^{-a}. \quad (2.12)$$

2.4.2. Симметрии и инварианты спектров отражений

Преобразования симметрии любого объекта – это совокупность преобразований, в результате которых объект не меняется. Законы природы характеризуются определенными видами симметрии. В общем смысле под симметрией физических законов подразумевают их инвариантность по отношению к определенным преобразованиям. В каждом случае, когда физические законы инвариантны относительно какой-либо операции симметрии, существует соответствующая ей сохраняющаяся физическая величина – инвариант, и каждой непрерывной симметрии физической системы соответствует некоторый закон сохранения.

Теория инвариантов основана на теории групп, дает методологию и конкретный математический аппарат для определения наиболее общих свойств, характеристик и параметров исследуемых объектов, которые остаются неизменными при различных преобразованиях этих объектов. Теория инвариантов и групп симметрий обеспечивают необходимый уровень строгости и адекватности при построении математических моделей и проведения анализа. Учет симметрий и инвариантов часто приводит к эффективным численным методам. Описания свойств математических моделей и технических объектов в терминах инвариантов групп преобразований, как правило, имеют большую общность и глубину, чем их аналоги, полученные в координатной форме.

Законы симметрии устанавливаются на основе эксперимента. Наряду с фундаментальными законами сохранения обнаруживаются различные динамические законы природы, которые характеризуются разнообразными и часто скрытыми видами симметрии. Так, например, описание разнообразных процессов часто сводится к построению математических моделей, основанных на специфических законах, которые присущи каждому конкретному процессу и выражаются различными системами нелинейных дифференциальных уравнений. В этих случаях определение групп симметрий, допускаемых

данной системой, выполняется достаточно развитыми методами группового анализа дифференциальных уравнений [96], в основу которого заложен гораздо более общий аппарат теории групп Ли и их продолжений [97, 98].

Кроме естественно возникшей цели показать, что статистический закон распределений спектров отражений растительных покровов имеет свои инварианты и, следовательно, симметричен относительно некоторого множества преобразований, необходим более точный метод идентификации типа распределений и параметров, чем наблюдения за внешним видом простых гистограмм (см. раздел 3). Такой метод удобно строить путем определения групп симметрии и инвариантов разных форм закона распределений спектральных отражений. В этом случае нет необходимости использовать методы теории продолжений групп – достаточно воспользоваться основными определениями и методами вычислений однопараметрических групп, их расширений, орбит групп преобразований, кратных инвариантов.

Как уже отмечалось выше, законы симметрии устанавливаются на основе эксперимента и, следовательно, становится очевидным необходимость создания достаточно точного численного метода, способного идентифицировать инварианты распределений по многочисленным наборам данных цифровых спектrogramм оформленных в виде гиперспектральных изображений. После проведения идентификации, определения типа и параметров распределений спектров отражений, необходимо определить наиболее информативные для спектрального зондирования характеристики, которые позволят оценить степень воздействия внешних факторов на растительные покровы. Такие характеристики определяются из числа инвариантов группы симметрии.

2.4.3. Математический аппарат непрерывно-группового анализа спектров отражений

Представление о том, что на произвольное множество элементов действует абстрактная группа, и в результате такого действия множество определенным образом структурируется так, что в нем образуются определенные отношения между элементами, – является наиболее общей математической моделью для многих процессов. Выявить структурные особенности множества и определить тип группы, под действием которой множество приобретает определенную структуру, можно по инвариантным отношениям, которые прослеживаются между элементами множества. Названия элементов множества, и каким образом осуществляется это действие, является несущественным. Выявить структуру множества возможно как на статистическом уровне исследования, так и детерминистическом. Наиболее развитым математическим аппаратом для решения задач в такой постановке является теория групп Ли.

Кратко изложим сведения необходимые для решения задачи нахождения симметрий спектров отражений и идентификации параметров распределений, в основе которых лежат понятия и определения теории групп Ли [97-99]. Подборка и методическая обработка этих сведений, необходимых для обработки данных ГДЗ, выполнена соискателем и приводятся ниже в виде определений, каждое из которых в теории групп формулируется как ряд теорем (прямых и обратных), с разными подходами к их доказательствам, следствиями из этих теорем и определений. Такая форма изложения материала имеет своей целью подготовить необходимую методическую базу для обоснования излагаемых далее методов использования математического аппарата теории групп Ли в задачах ДЗЗ и геомониторинга. Статистические методы, связанные единым абстрактно-геометрическим подходом к описанию, идентификации и анализу спектров по данным ДЗ, составляют непрерывно-групповую модель, которая изложена в разделе 4.

Определение 2.1. Группа преобразований Ли состоит из дифференцируемого множества M , на которое действует дифференцируемая абстрактная группа G

$$\begin{aligned} \tau: G \times M &\rightarrow M, \\ (g, x) = \tau_g(x) &= \tilde{x}; \quad \tilde{x} \in M, g \in G. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Для элементов абстрактной группы G выполняются четыре аксиомы:

Аксиома I. Замкнутость группы относительно операции умножения (закон композиции). Для любых двух элементов группы существует третий, который является их произведением:

$$\forall (g_1, g_2) \in G : \exists g_3 \in G : g_1 g_2 = g_3. \quad (2.14)$$

Аксиома II. Ассоциативность операции умножения. Порядок выполнения умножения несущественен:

$$\forall (g_1, g_2, g_3) \in G : (g_1 g_2) g_3 = g_1 (g_2 g_3). \quad (2.15)$$

Аксиома III. Существование единичного элемента. В группе существует некоторый элемент e , произведение которого с любым другим элементом g группы даёт тот же самый элемент g :

$$\exists e \in G \quad \forall g \in G : (e g = g e = g). \quad (2.16)$$

Аксиома IV. Существование обратного элемента. Для любого элемента g группы существует такой элемент g^{-1} , что их произведение даёт единичный элемент e :

$$\forall g \in G \quad \exists g^{-1} \in G : (g g^{-1} = g^{-1} g = e) \quad (2.17)$$

Определение 2.2. Элементом непрерывной группы является преобразование $\tau_g(x)$, переводящее каждую точку x , n -мерного пространства

E^n , в другую точку \tilde{x} того же пространства. Каждое преобразование задается системой n функций от n переменных

$$\tilde{x}_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad i = \overline{1, n}. \quad (2.18)$$

Различные элементы группы отличаются значениями параметров, входящих в функции, выражающие преобразование

$$\tilde{x}_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_r), \quad i = \overline{1, n}. \quad (2.19)$$

Действие группы G на множестве точек пространства E^n определяет семейство преобразований

$$\tilde{x} = f(x, t), \quad x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in E^n, \quad t = (t_1, t_2, \dots, t_r) \in E^r, \quad f = (f_1, f_2, \dots, f_n), \quad (2.20)$$

которое при каждом фиксированном значении параметров t задает преобразование $x \rightarrow \tilde{x}$ пространства E^n . В семействе преобразований должны выполняться групповые условия – аксиомы 1–4:

1. Закон композиции для группы преобразований (2.20): последовательное выполнение (суперпозиция) двух преобразований из семейства (2.20) можно заменить преобразованием из этого же семейства, т.е. для любых двух наборов параметров t^1 и t^2 , найдется набор $t^3 = \zeta(t^1, t^2)$ такой, что справедливо соотношение

$$f(f(x, t^1), t^2) = f(x, \zeta(t^1, t^2)). \quad (2.21)$$

При таком определении композиция преобразований всегда подчиняется ассоциативному закону.

2. Существует тождественное преобразование $t=0$ такое, что

$$f(x, 0) = x, \quad \zeta(t, 0) = \zeta(0, t) = t. \quad (2.22)$$

3. Для каждого преобразования из семейства (2.20) найдется преобразование ему обратное, это означает, что суперпозиция исходного преобразования и ему обратного дает тождественное преобразование группы

$$f(f(x, t^1), t^2) = f(x, 0) = x \quad \forall t^1 \exists t^2. \quad (2.23)$$

Семейство преобразований (2.20), если в нем выполняются условия (2.21–2.23), называется r -параметрической группой преобразований пространства E^n . E^r – пространством параметров или параметрическим пространством.

Группа преобразований (2.20), с числом параметров $r=1$ называется однопараметрической группой преобразований.

Определение 2.3. Каждой r -параметрической группе соответствует r дифференциальных (инфinitезимальных) операторов

$$L_k = \sum_{i=1}^n \eta_{ki}(x) \frac{\partial}{\partial x_i}, \quad k = \overline{1, r}, \quad (2.24)$$

функциональные коэффициенты которых вычисляются по конечным уравнениям группы (2.20)

$$\eta_{ki}(x) = \left. \frac{\partial f_i(x, t)}{\partial t_k} \right|_{t=0}, \quad (2.25)$$

где условие $t=0$ означает, что производная вычисляется в окрестности тождественного преобразования группы.

Для однопараметрической группы в n -мерном преобразуемом пространстве существует один инфинитезимальный оператор со скалярным параметром t и формулы (2.24), (2.25) упрощаются. Каждой однопараметрической группе с параметром t , заданной конечными уравнениями (2.20), соответствует инфинитезимальный оператор

$$L = \sum_{i=1}^n \eta_i(x) \frac{\partial}{\partial x_i}, \quad (2.26)$$

$$\eta_i(x) = \left. \frac{\partial f_i(x, t)}{\partial t} \right|_{t=0}, \quad (2.27)$$

который является оператором дифференцирования по одному групповому параметру t . Значение $t=0$ соответствует тождественному преобразованию группы.

Из приведенных выше определений следует, что существуют две формы задания группы преобразований: локальная – с помощью инфинитезимальных операторов (2.24–2.27) и глобальная – конечными уравнениями вида (2.20). Переход от конечных уравнений группы к инфинитезимальному виду выполняется путем дифференцирования конечных уравнений по групповому параметру t , согласно формулам (2.24–2.27). Обратный переход, от локального задания к глобальному, выполняется по коэффициентам $\eta_k(x)$ операторов или в случае однопараметрической группы по коэффициентам (2.27) одного оператора $\eta_i(x)$. Для того, чтобы найти конечные уравнения однопараметрической группы по ее инфинитезимальному оператору (2.26), необходимо составить систему дифференциальных уравнений

$$\frac{d\tilde{x}_1}{dt} = \eta_1, \quad \frac{d\tilde{x}_2}{dt} = \eta_2, \quad \dots, \quad \frac{d\tilde{x}_n}{dt} = \eta_n \quad (2.28)$$

и решить ее при начальных условиях

$$\tilde{x}_1(t=0) = x_1, \quad \tilde{x}_2(t=0) = x_2, \quad \dots, \quad \tilde{x}_n(t=0) = x_n. \quad (2.29)$$

Определение 2.4. Инвариантом однопараметрической группы (параметр t) преобразований пространства E^n , которая задана конечными уравнениями (2.20), называется функция $\omega(x)$, которая не меняет своего значения, если на ее аргумент $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in E^n$ подействовать любым преобразованием группы

$$\omega(x) = \omega(f(x, t)). \quad (2.30)$$

Определение 2.5. Критерием инвариантности функции $\omega(x) = const$, при действии на нее однопараметрической группы с оператором L , является выполнение условия

$$L\omega(x) \equiv 0, \quad \sum_{i=1}^n \eta_i(x) \frac{\partial \omega(x)}{\partial x_i} \equiv 0. \quad (2.31)$$

Тождество (2.31) является необходимым и достаточным условием того, что функции $\omega(x)$ есть инвариант группы с инфинитезимальным оператором L .

Определение 2.6. Для того, чтобы определить инварианты $\omega(x)$ однопараметрической группы в E^n следует использовать оператор группы L , заданный в вида (2.26, 2.27), и по его функциональным коэффициентам $\eta_i(x)$ составить и решить дифференциальное уравнение

$$\sum_{i=1}^n \eta_i(x) \frac{\partial \omega(x)}{\partial x_i} = 0. \quad (2.32)$$

Из теории линейных операторов первого порядка известно, что оператор имеет $n-1$ корень, а уравнение в частных производных (2.32) имеет $n-1$ функционально независимых решений $\omega_i(x)$, $i = \overline{1, n-1}$, любое другое решение $\omega(x)$ есть произвольная функция от них [96]. Нахождение корней одного оператора (2.32), представленного в развернутом виде

$$\eta_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \frac{\partial \omega}{\partial x_1} + \eta_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \frac{\partial \omega}{\partial x_2} + \dots + \eta_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \frac{\partial \omega}{\partial x_n} = 0 \quad (2.33)$$

приводит к интегрированию системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{dx_1}{\eta_1} = \frac{dx_2}{\eta_2} = \dots = \frac{dx_n}{\eta_n} = dt. \quad (2.34)$$

Система (2.34) имеет $n-1$ функционально независимых интегралов, получаемых при исключении переменной t из системы решений

$$x_1 = \varphi_1(t), x_2 = \varphi_2(t), \dots, x_n(t) = \varphi_n(t). \quad (2.35)$$

Примечание. Находимые таким способом инварианты будем называть "простыми" или "однократными инвариантами".

Пример 1. Рассматривается вычисления инвариантов группы вращений в E^3 вокруг оси OZ . Конечные уравнения группы имеют вид

$$\tilde{x} = x \cos t - y \sin t, \quad \tilde{y} = x \sin t + y \cos t, \quad \tilde{z} = z. \quad (2.36)$$

Для определения функционально независимых инвариантов группы (2.36) следует:

1. Определить, согласно выражению (2.27), функциональные коэффициенты η_i оператора L

$$\eta_1 = \left. \frac{\partial(x \cos t - y \sin t)}{\partial t} \right|_{t=0} = -y, \quad \eta_2 = \left. \frac{\partial(x \sin t + y \cos t)}{\partial t} \right|_{t=0} = x, \quad \eta_3 = 0. \quad (2.37)$$

$$L = -y \frac{\partial}{\partial x} + x \frac{\partial}{\partial y}. \quad (2.38)$$

2. Составить, в соответствии с выражением (2.33), уравнение

$$-y \frac{\partial \omega}{\partial x} + x \frac{\partial \omega}{\partial y} + 0 \frac{\partial \omega}{\partial z} = 0, \quad (2.39)$$

которое для интегрирования приводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{dx}{-y} = \frac{dy}{x}, \quad \frac{dz}{0} = dt. \quad (2.40)$$

3. Решение системы (2.40) дает два функционально независимых инварианта группы вращений (2.36) относительно оси OZ

$$x^2 + y^2, \quad z. \quad (2.41)$$

Для решения задач, связанных с определение инвариантов спектров отражений растительных покровов, рассмотренные определения необходимо конкретизировать на случай действия произвольной однопараметрической группы на плоскости (в пространстве E^2) с координатами (x, y) . Следствием, рассмотренного выше понятия инвариантов, является определение орбит группы.

Определение 2.7. Орбита элемента $x \in M$ при действии группы G на множество M (см. (2.13)) определяется

$$\Omega(x) = \{\tau_g(x) : g \in G\}, \quad (2.42)$$

и состоит из ряда точек множества M , достижимых из x при воздействии G .

Интерпретация и свойство орбит. Если произвольно зафиксировать точку x в E^2 и подействовать на неё всеми допустимыми преобразованиями группы, путем непрерывного изменения группового параметра t : $t_1 < t < t_2$, то точка опишет некоторую кривую на плоскости, которая называется орбитой группы. Множество точек плоскости, при воздействии на них преобразований группы, образуют множество (семейство) орбит, которые являются инвариантными функциями, орбиты не пересекаются и разбивают множество точек плоскости на непересекающиеся подмножества.

Определение 2.8 устанавливает порядок вычисление орбит групп преобразований. Аналитически семейство орбит группы находятся по инфинитезимальному оператору

$$L = \eta_1(x, y) \frac{\partial}{\partial x} + \eta_2(x, y) \frac{\partial}{\partial y}, \quad (2.43)$$

как общее решение уравнения

$$\frac{dx}{d\eta_1(x, y)} = \frac{dy}{d\eta_2(x, y)}. \quad (2.44)$$

Семейство орбит группы является многообразием – интегральным многообразием системы (2.44).

Пример 2. Группа вращений в E^2 относительно центра системы координат OXY имеет инфинитезимальный оператор вида (2.38). Орбиты группы находятся путем решения уравнения

$$\frac{dx}{-y} = \frac{dy}{x}, \quad (2.45)$$

$$x^2 + y^2 = C. \quad (2.46)$$

Семейство концентрических окружностей вида (2.46) является орбитами группы вращений (рис. 2.4) и интегральным многообразием уравнения (2.45).

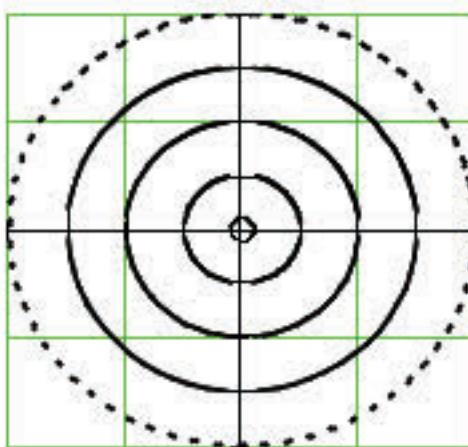


Рис. 2.4. Орбиты группы вращений

Критерий инвариантности (2.31) выполняется для каждой орбиты этого многообразия. Для рассматриваемой группы вращений проверка критерия приводит к тождественному равенству

$$L(x^2 + y^2) = -y \frac{\partial}{\partial x}(x^2 + y^2) + x \frac{\partial}{\partial y}(x^2 + y^2) \equiv 0. \quad (2.47)$$

Замечание. Пример 2 иллюстрирует особенности представления инвариантов группы посредством орбит. Формально вычисление орбит и инвариантов выполняется одинаково, и каждая из орбит есть инвариантная функция группы. Однако следует обратить внимание на то, что значения этих функций, составляющих многообразие, различные, и не меняют значений под действием группы только пока рассматриваемые точки принадлежат одной

орбите. Численные значения инвариантов разных орбит – разные. Наглядно это иллюстрирует рис. 2.4 – каждая орбита имеет свое численное значение инварианта, которым выступает квадрат радиуса окружности. Этот аспект важен при определении инвариантов численными методами. Инвариант группы, в определении 4, численно характеризует всё многообразие орбит $\omega(x) = C$, при разных значениях C . Для характеристики спектров отражений простых (однократных) инвариантов недостаточно, требуется ввести понятие кратных инвариантов, которые вычисляются по расширенным группам.

Расширенные группы. Основное внимание в прикладных вопросах теории групп Ли связано с теорией продолжения групп – вычислениями дифференциальных и интегральных инвариантов, позволяющих выполнять групповой анализ дифференциальных уравнений [96]. При исследовании спектров отражений потребуется ввести в рассмотрение понятие расширение группы и, в частности, использовать технику определения кратных двойных инвариантов. Весьма краткую информацию о расширенных группах можно найти в работе [97]. В приведенных выше определениях рассматривались инварианты группы преобразований n -мерного пространства относительно одной системы переменных $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in E^n$. Расширенные группы позволяют использовать кратные инварианты: двойные, тройные и т.д., давая им определенную геометрическую или физическую интерпретацию. Такие инварианты называют m -кратными инвариантами, а однократные – простыми. Здесь сохранена терминология Н.Г. Чеботарева [97]. Кратные инварианты определяются путем введения в рассмотрения двух, трех и т.д. систем переменных. Эти инварианты определяются относительно координат двух, трех и т.д. точек.

Определение 2.9. Пусть в пространстве $E^n(x_1, x_2, \dots, x_n)$ задана r -параметрическая группа преобразований G с инфинитезимальными операторами L_1, L_2, \dots, L_r . Дважды расширенная группа преобразований $2G$ определяется операторами вида:

$$L_1 + \bar{L}_1, L_2 + \bar{L}_2, \dots, L_r + \bar{L}_r, \quad (2.48)$$

где \bar{L}_i – оператор, который получен из L_i путем замены системы $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ системой переменных $\bar{x} = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$, не зависимых от переменных x_1, x_2, \dots, x_n . В m раз расширенной группе число переменных равно mn . В дважды расширенной группе $2G$, число переменных – $2n$.

Если группа $2G$ имеет инварианты, то система уравнений

$$L_i + \bar{L}_i = 0, \quad i = \overline{1, r} \quad (2.49)$$

имеет нетривиальные решения, среди которых будут двойные инварианты группы. Критерием инвариантности функции $\omega(x, \bar{x}) = const$, при действии на нее дважды расширенной группы $2G$, является выполнение условия

$$L_i \omega(x, \bar{x}) + \bar{L}_i \omega(x, \bar{x}) = 0, \quad i = \overline{1, r}. \quad (2.50)$$

Приведем пример (парадигму) кратного двойного инварианта. Группа движений G в 3-мерном пространстве, задается тремя операторами вращательного движения и тремя – поступательного, имеет 6 существенных параметров группы. Группа G – транзитивная группа, что означает отсутствия у нее простых инвариантов, то есть, возможен переход под действием преобразований группы из любой точки пространства в любую другую. В расширенной группе $2G$ в рассмотрение вводится пара точек, и движение рассматривается в терминах пар точек. В группе $2G$ нет преобразований, способных перевести любую пару точек в любую заданную пару точек. Это можно сделать только для таких пар точек, расстояние между которыми одинаковое. Геометрически это означает, что при движении твердого тела в пространстве расстояние между каждой парой точек остается неизменным. Расстояние есть кратный двойной инвариант группы движений G . В общем случае, расширяя даже транзитивную группу можно находить ее m -кратные инварианты. Примеры вычисления кратных двойных инвариантов спектров отражений растений приведены в подразделах 4.3, 4.5 и приложении А.

2.4.4 Дробные размерности негладких объектов, основные понятия и необходимые сведения о фрактальных множествах

Природные объекты имеют сложную пространственную геометрию негладких форм. Это могут быть многократно изломанные, шершавые, пористые поверхности. До недавнего времени в математических моделях для их описания использовалась аппроксимация простыми геометрическими объектами: линии различных порядков, полиномиальная сплайн-аппроксимация, плоские фигуры, многоугольники, окружности, многогранники, сферы и т.п. Однако, такой упрощенный подход к построению геометрических моделей не позволяет правильно интерпретировать многие свойства природных систем, исследовать их структуру, процессы протекающие в негладких средах, прогнозировать развитие процессов. В последние десятилетия для описания геометрии природных объектов на смену гладким кривым все чаще используют бесконечно изрезанные самоподобные кривые и фигуры, получившие название фракталы, для которых понятие размерности стало ключевым и во многом определяет свойства объекта.

В настоящее время отсутствует математически строгое и общепринятое определение понятия термина фрактал. Бенуа Мандельброт ввел этот термин и первоначально определил фрактал, как *множество, размерность Хаусдорфа-Безиковича которого строго больше топологической размерности* [101], и предложил называть такую, обычно дробную, размерность фрактальной. В качестве количественной меры геометрической сложности множества используется фрактальная размерность D , показывающая, насколько плотно и равномерно элементы данного множества заполняют евклидово пространство. Однако, как оказалось в последствии, для многих множеств, которые встречаются в естественнонаучных приложениях и обладают всеми остальными свойствами фракталов, такое определение значительно сужает класс исследуемых объектов и процессов. Он же

впоследствии предложил считать фракталом *структуру, состоящую из частей, которые в каком-то смысле подобны целому* [102]. Как первое, так и второе определение фрактала дается по свойству фрактальных множеств, их отличительному признаку. Свойство самоподобия фрактала при геометрической интерпретации означает, что определенные составные части фрактала, как бы малы они ни были, выглядят одинаково и похожи на целый фрактальный объект, в каком бы масштабе его ни наблюдать.

Объектом исследования фрактального анализа являются негладкие задачи, которые возникают в различных прикладных исследованиях, когда повышается уровень детализации и, следовательно, достоверность модели. Негладкие задачи – это задачи, которые описываются с помощью недифференцируемых функций. Следует также отметить, что в современной математике кроме фрактального анализа для решения негладких задач используются методы негладкого анализа [103].

До недавнего времени сравнительно небольшой набор элементарных непрерывных функций использовался в моделях различных физических задач. Производные от этих функций всегда существуют, за исключением некоторых особых (сингулярных) точек, и находятся по формальным правилам. Дальнейшее развитие прикладной математики потребовало введение дискретных нигде не дифференцируемых функций.

Функция $y = f(x)$, $a \leq x \leq b$, называется гладкой, если ее производная $y' = f'(x)$ непрерывна. Функция 2-х переменных $z = f(x, y)$, $a \leq x \leq b$, $m \leq y \leq l$, считается гладкой, если ее частные производные df/dx , df/dy непрерывны. Кривая или поверхность называются гладкими, если они являются графиками гладких функций. Всем гладким линиям, в частности, прямым, принято приписывать размерность 1. Недифференцируемые функции не являются гладкими, следовательно, это объекты более высокой, в том числе дробной размерности, которые и называются фракталами. Аналогично плоские негладкие фигуры получают

дробные размерности более 2, а размерности негладких тел превышают их топологическую размерность 3. Для описания негладких объектов вместо обычной топологической размерности используется размерность Хаусдорфа, а место производной занимает показатель Гёльдера, или дробная производная. Свойства фракталов позволяют определять различные нетривиальные функции, в частности классифицировать их по фракタルным размерностям.

Следует отметить, что нигде не дифференцируемые, однако непрерывные функции, были хорошо известны в математике 19-го столетия. Наиболее известным примером такой функции является функция, введенная К. Вейерштрасом (1872 г.), которая обладает признаками, позволившими Б. Мандельброту ввести определение фрактала. На рис. 2.5 показан график функции Вейерштрасса: $w(x) = \sum_{n=0}^{\infty} b^n \cos(a^n \pi x)$, где $x \in R$, $0 < b < 1$, a –

произвольное нечетное число;

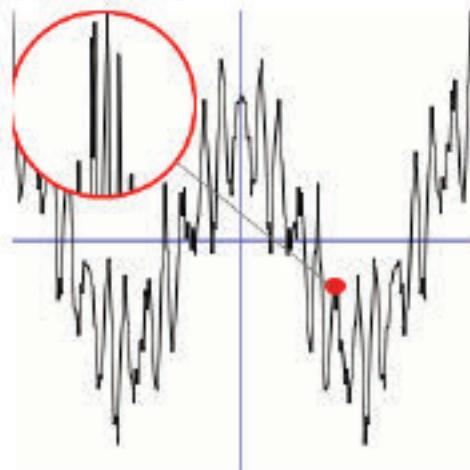


Рис. 2.5. График функции Вейерштрасса на интервале $[-2, 2]$

Этот график демонстрирует самоподобие: увеличивающаяся в размерах область негладкая и подобна всему графику. По терминологии, введенной Б. Мандельбротом [67, 101, 102], такие недифференцируемые кривые, как функция К. Вейерштрасса, получили называния фрактальных, или фракталов.

Сложная геометрия фрактальных сред существенно влияет на протекание различных процессов в таких средах. В фрактальных средах

иначе, чем в традиционной сплошной среде, происходит диффузия, процесс энерго-массопереноса, отражение световых потоков, такие среды иначе проводят электричество и т.п. [104]. Переход от структуры сплошной среды к фрактальной среде часто сопровождается фазовыми переходами 2-го рода, и к названиям процессов добавляются приставки супер-, суб-, сверх-, аномальная, например, диффузия, сверхпроводимость и т.п. Следует отметить, что впервые дробный лапласиан для описания диффузии в турбулентной среде ввел А.С. Монин в работах [105, 106].

Понятия размерности метрических пространств, таких терминов как расстояние, мера, метрика известны из геометрии и линейной алгебры. Более полно, на современном терминологическом уровне, эти определения приведены в Энциклопедическом словаре [107]. Однако, благодаря многочисленным прикладным исследованиям, выполненным за последние десятилетия, стало очевидным, что в математике, физике и при исследовании природных систем встречаются множества, для которых классические понятия размерностей оказываются противоречивыми. Это относится к множествам, которые локально организованы иначе, чем открытые области в евклидовом пространстве (многообразия). Разные понятия размерности можно определить для произвольного топологического пространства [107]. Для "хороших" пространств, к которым относятся многообразия, все эти численные значения размерностей совпадают. Однако рассмотрение более сложных объектов приводят к тому, что разные понятия размерности характеризуются различными числами. В частности размерность по Хаусдорфу или Минковскому не равна топологической размерности одного и того же множества. Раньше считалось, что это происходит в основном для класса множеств, редко встречающихся в приложениях, а их аппроксимация стандартным набором элементарных геометрических объектов не приводит к значительным изменениям свойств объектов. При таком рассмотрении не возникает необходимости в уточнении вида размерностей. Основной количественной характеристикой фрактального множества, из которых

формируются различные модели природных структур, является его размерность.

Рассмотрим математическую постановку введенных терминов. Фрактал рассматривается как вложенное в евклидово пространство E^p размерности p точечное множество A . Для измерения характеристик величины множества точек введем в рассмотрение меру $v(dA)$, d -меру множества A , где d – размерность множества. Мера удовлетворяет стандартным требованиям [108], предъявляемым к аддитивной мере множества. Мера – вещественная функция $v(A)$, определенная для всех элементов A , удовлетворяет условиям:

$$v(A) \geq 0, \quad v(0) = 0,$$

а также условию аддитивности

$$v(A_1 + A_2 + \dots) = v(A_1) + v(A_2) + \dots;$$

для любого конечного или счетного множества элементов A_1, A_2, \dots для которых $A_i \cap A_j = \emptyset, i \neq j$.

Требование аддитивности меры означает, что мера суммы непересекающихся подмножеств равна сумме мер этих подмножеств. Примеры мер: мощность конечного множества, длина, площадь, объем, вероятность. По аналогии с мерами любого конечномерного евклидова пространства, устанавливается связь между размером ε , вычисляемым как расстояние между двумя точками, размерностью d и мерой v , для отрезка прямой, квадрата, круга, куба, шара с помощью соотношения

$$v(d, A) = \gamma(d) \varepsilon^d. \quad (2.51)$$

Используем соотношение (2.51) для определения меры величины множества точек A в пространстве E^p . Аппроксимируем множество A пробными функциями с учетом аддитивности меры

$$v(d, A) = \sum_{\varepsilon}^{N(\varepsilon)} (\gamma(d) \varepsilon^d) = \gamma(d) N(\varepsilon) \varepsilon^d, \quad (2.52)$$

где d – размерность выбранной меры; $\gamma(d)$ – геометрический коэффициент, зависящий от вида пробной функции $\gamma(d)\varepsilon^d$, т.е геометрического вида фигур

(тел) которыми осуществляется минимальное покрытие (заполнение) точечного множества A ; $N(\varepsilon)$ – наименьшее количество фигур необходимых для покрытия; ε – характерный геометрический размер тестовой фигуры. Если, например, для минимального покрытия (заполнения) множества A в качестве пробных функций выбрать круг или шар, то значениями геометрического коэффициента будут $\gamma=\pi/4$ и $\gamma=\pi/6$ соответственно, а характерным размером ε выступит диаметр. При покрытии квадратами или кубами $\gamma(d)=1$, ε – длина стороны или ребра.

Размерность Хаусдорфа-Безиковича Размерность Хаусдорфа-Безиковича $D_H=D$ множества A есть размерность, для которой при $d=D$ существует конечный предел с выражения

$$v(d, A) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} N(\varepsilon) \varepsilon^d = \begin{cases} 0 & \text{при } d > D \\ c & \text{при } d = D \\ \infty & \text{при } d < D, \end{cases} \quad (2.53)$$

где $c \neq \infty$, $c \neq 0$, $c \neq \infty$. Существует такое критическое значение $d=D$, при котором мера конечна, но изменяет свое значение с нуля на бесконечность при изменениях d [68]. Размерность Хаусдорфа-Безиковича D_H множества A называют фрактальной размерностью точечного множества. В определении (2.53) размерность характеризует локальное свойство точечного множества в пределе, при покрытии его пробной функцией с характерным исчезающим малом размером ε , и трактуется как асимптотическая сходимость. Определение размерности Хаусдорфа-Безиковича допускает, что при достаточно малых размерах ε сходимость может выполняться при покрытии множества фигурами различных размеров. В этом случае за d -меру множества A следует принять ее минимальное значение, которое определяется при всевозможных покрытиях. В случае, когда размерность Хаусдорфа-Безиковича D_H не определяется целым числом ее принято называть фрактальной.

В приложениях непосредственное определение фрактальной размерности D связано с разномасштабным покрытием пробной функцией множества A , т. е. варьированием значениями размера $\varepsilon = \text{var}$. В результате такой процедуры можно определить функциональную зависимость между минимальным числом пробных фигур (тел, квадратов, кубов) покрытия и размером ε

$$N(\varepsilon) = C\varepsilon^{-D}, \quad (2.54)$$

$$N(\varepsilon) \propto \varepsilon^{-D}. \quad (2.55)$$

Асимптотическая сходимость заменяется исследованием того, насколько хорошо степенная зависимость описывает приближение к асимптотическому режиму покрытия множества A разномасштабными пробными функциями и, если указанный тип зависимости имеет место, численно определяется размерность D . При исследовании природных фракталов важно обеспечить быстрый выход на степенной асимптотический режим. Однако этот подход является сугубо эмпирическим, а его применение в задачах ДЗЗ требует дополнительного обоснования. На практике можно поступить следующим образом. Экспериментально найденные функциональные значения $N(\varepsilon)$, которые удовлетворяют выражению (2.54), подставляем в выражение (2.53) и в пределе получаем, что только при равенстве $d=D$ мера имеет конечное значение

$$v(d, A) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} C\varepsilon^{-D} \varepsilon^d = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} C\varepsilon^{0-d} = c. \quad (2.56)$$

По первому определению фрактала величина размерности Хаусдорфа-Безиковича фрактального множества A оказывается больше топологической d_T , которая всегда меньше или равна размерности ρ евклидова пространства, в которое вложено точечное множество A :

$$d_T < D_H; \quad d_T \leq \rho. \quad (2.57)$$

В большинстве случаев фрактальные размерности D фрактальных множеств имеют дробные значения. Для евклидовых (нефрактальных) объектов

размерность Хаусдорфа-Безиковича равна целочисленной топологической размерности. Действительно, если проводить определение размерности поверхности с топологической размерностью $d=2$ и выбрать для этого в качестве пробных функций отрезки прямой, топологическая размерность которых равна 1, то из выражения (2.53) $N(\varepsilon)=C \varepsilon^{-1}$ предел, выражения (2.56), примет вид.

$$v(d, A) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (C\varepsilon^{-1}\varepsilon^2) = \infty.$$

Это формально подтверждает тот факт, что длина не может быть выбрана в качестве измерителя площади – таких отрезков прямой потребуется бесконечное количество. Размерность Хаусдорфа является основой теории фракталов. Однако для прикладных исследований удобнее пользоваться ее аналогом – размерностью Минковского.

Выводы раздела 2

1. Рассмотрено математическое описание структуры природных систем (геосистем) и их фрагментов, которое определяется совокупностью отношений между элементами системы, абстрагируясь от физической, биологической и т.п. сущности элементов образующих систему.
2. Многие структуры пространственно-распределенных природных объектов (геологических тел, эрозионных расчленений, растительных покровов и т.п.) характеризуются степенными законами распределений, которые обнаруживаются по аналогичным распределениям яркости на детальных монохроматических снимках из космоса.
3. Предварительный анализ результатов детального гиперспектрального зондирования природных объектов обнаруживает степенные распределения в спектральных отражениях светового потока, что характеризует распределения состава (химического, биохимического, минерального и т.п.) в структуре объектов.

4. Выдвинуто предположение о синергетической концепции, лежащей в природе образования степенных законов формирования структур природных объектов. Для геологических тел это следствие процессов хаотической динамики, которые происходили в период их формирования. Для растений и растительных покровов текущий процесс самоорганизации формирует структуры, которые зависят от внешних условий окружающей среды. По характеристикам структуры спектра растений можно оценить условия среды.

5. Программа исследований включает три уровня исследований природных объектов: а) мезоскопический гиперспектральный; б) макроскопический дистанционный гиперспектральный; в) глобальный дистанционный среднего спектрального и пространственного разрешений с КА EO-1 сенсор “Hyperion”.

6. Рассмотрены особенности степенных спектральных распределений: масштабно-инвариантные свойства, определен критерий сходимости моментов различных порядков. Показано, что для изображений со степенными распределениями стандартные методы сегментации, рассчитанные на нормальное распределение, малоэффективны. Предложено проводить сегментацию ГСИ по инвариантам симметрий распределений или по инвариантам фрактальных структур.

7. Рассмотрен аппарат теории групп Ли и расширенных групп Ли для определения кратных инвариантов симметрий спектров отражений природных объектов.

8. Приведены необходимые сведения негладкого и фрактального анализа для описания спектров отражений фрактальными множествами.

9. Сформулирована программа исследований диссертационной работы. Исследования направлены на повышение эффективности ГДЗ. Кроме разработки моделей и методов обработки, интерпретации данных, исследования включают организацию рационального управления режимами гиперспектрального зондирования.

РАЗДЕЛ 3
СТАТИСТИЧЕСКИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ГИПЕРСПЕКТРАЛЬНЫХ
ОТРАЖЕНИЙ СВЕТОВОГО ПОТОКА.
ЧАСТОТНЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

3.1. Методология анализа частотных распределений спектров

В интересах дальнейшего развития методов интерпретации результатов гиперспектральной съемки и спектрометрической фитоиндикации в данном разделе рассматриваются частотные распределения спектров отражений растений и растительных покровов. Основной целью исследований, приведенных в данном разделе, является:

1. Анализ частотных распределений спектров отражений и их смесей мезоскопического уровня исследований растений, который выполняется по результатам гиперспектральной контактной съемки.
2. Анализ распределений спектров отражений для макроскопического уровня исследований по результатам дистанционной гиперспектральной съемки.
3. Идентификация степенных распределений спектров отражений.
4. Адаптация известных статистических методов анализа и построение на их основе прикладных методов и методик гиперспектрального зондирования для реализации вышеупомянутых (1 – 3) целей.

Необходимые сведения об уровнях исследований и характеристиках зондирования приведены в подразделе 2.3. Из краткого обзора методов сегментации данных зондирования природных объектов, проведенного в разделе 1, а также общих основных положений статистических закономерностей гиперспектральных отражений, приведенных в разделе 2, следует, что статистика распределений спектров отражений растительных покровов существенно влияет на выбор схем сегментации и интерпретации результатов. Для создания эффективных методов сегментации данных

высокоточного гиперспектрального зондирования нельзя априори предполагать, что такая статистика окажется параметрической, рассчитанной на нормальное гауссовское, экспоненциальное или приближенные к ним распределения. Поэтому вид распределений спектральных отражений требует детального исследования. Дистанционное и контактное спектрометрирование растительных покровов и их элементов допускает построение и анализ распределений частоты спектра длин волн по значениям коэффициента спектральной яркости (КСЯ) или коэффициента спектрального отражения (КСО) даже для одиночного пикселя гиперспектрального изображения или спектrogramмы. Возможность проведения такого анализа отсутствует при монохроматической, радиолокационной и многозональной видах съемки. Это вносит свою специфику в методики проведения анализа частотных распределений, в частности идентификации законов распределений для растительных покровов, которые демонстрируются на примерах и отвечают степенным законам в широких диапазонах длин волн. Поскольку методика определения частотных распределений не зависит от единиц измерений величин интенсивностей отражений в каналах прибора, в дальнейшем употребляем обозначения КСО и КСЯ как равнозначные, которые можно заменить одним понятием – “спектральная интенсивность”.

Все уровни исследований растительных покровов связаны общей целью – построить адекватные математические модели интерпретации данных дистанционного зондирования сложных самоорганизующихся систем, применить эти модели в решении тематических задач ДЗЗ.

В дальнейшем ввиду значительного разночтения, связанного с терминологией в литературных источниках по вопросам статистических распределений, при изложении материала целесообразно придерживаться терминологии, принятой в работе М. Кендалл, А. Стьюарт [95].

Автору неизвестны работы по детальному анализу частотных распределений спектров отражений растений при гиперспектральной съемке,

поэтому исследования статистических свойств генеральных совокупностей в этой прикладной задаче уместно начать с ряда определений.

За совокупность элементов примем набор спектральных диапазонов длин волн (каналов прибора), каждому из элементов набора (каналу) соответствует определенное числовое значение случайной переменной, которая характеризует интенсивность отражения, например КСО. Эту переменную (КСО) будем называть вариантом. Совокупность элементов (каналов) дискретна, и ее численность, например, в случае 350 – 749 нм при шаге 1 нм, составляет 400 каналов для спектограммы одного листа. Аналогично, лиственный покров из 16 листьев характеризуется смесью 16 спектрограмм, совокупность спектральных каналов в этом случае состоит из 6400 элементов. Из физических соображений, если абстрагироваться от точности измерений, коэффициент спектрального отражения растительности величина непрерывная. Следовательно, КСО может принимать бесконечное множество значений на интервале, длина которого определяется максимальным и минимальным значениями КСО в спектограмме.

Произведем редуцирование множества значений варианты (КСО), которое выполним путем разбиения ее области значений на интервалы, называемые класс-интервалами. Размеры класс-интервалов варианты выбираем одинаковыми для того, чтобы количество элементов (каналов), попадающих в различные класс-интервалы было сравнимо между собой. Количество элементов совокупности (спектральных каналов), попадающих в заданные класс-интервалы, принято называть класс-частотами (далее просто частотами). Распределение класс-частот по класс-интервалам называется частотным распределением или просто распределением. В терминах решаемой прикладной задачи – анализа частотных распределений спектров отражений растений и растительных покровов, анализу подлежит распределение частоты спектра длин волн по значениям КСО.

Частоты могут быть выражены как в натуральном абсолютном измерении n_i , в штуках, так и в относительных единицах \tilde{n}_i . В последнем

случае n_i следует нормировать путем деления на общее количество всех элементов. Подсчет распределений частоты удовлетворяет очевидным равенствам:

$$N = \sum_{i=1}^m n_i, \quad \sum_{i=1}^m \tilde{n}_i = 1, \quad \tilde{n}_i = \frac{n_i}{N}, \quad (3.1)$$

где n_i – число элементов, вошедших в i -ый класс-интервал,

\tilde{n}_i – относительная частота,

m – общее число класс-интервалов,

N – число всех элементов во всех класс-интервалах равное числу элементов совокупности.

3.2. Распределения спектров и их смесей. Мезоскопический контактный уровень наблюдений лиственных покровов

Исследования этого уровня целесообразно начать с выяснения характера распределений в отдельно взятой пробе, т.е. в спектрограмме одного листа. Исходный для анализа материал был представлен данными коэффициентов спектральных отражений в каналах прибора. Полевые спектрометрические измерения листьев высших растений выполнены в диапазонах ультрафиолетового и видимого длин волн, далее рассматриваются как один исследуемый оптический диапазон $350 \div 749$ нм.

Структура группировки набора данных приведена в табл. 3.1. В электронном виде данные представлялись в виде двумерного массива текстового формата. Метод определения частотных распределений излагается на примере табл. 3.1, которую обозначим матрицей A или ее электронным аналогом – двумерным массивом.

Таблица 3.1

Значения спектрального коэффициента отражений (КСО)

| λ , нм \ № | 1 | 2 | " | 11 | " | 16 |
|--------------------|---------|---------|---|---------|---|---------|
| 350 | 0.08396 | 0.08582 | " | 0.08293 | " | 0.08855 |
| 351 | 0.08766 | 0.08131 | " | 0.07873 | " | 0.08268 |
| 352 | 0.08396 | 0.08157 | " | 0.08043 | " | 0.0841 |
| " | " | " | " | " | " | " |
| 400 | 0.06205 | 0.06582 | " | 0.06735 | " | 0.07165 |
| 401 | 0.06146 | 0.06603 | " | 0.0663 | " | 0.07208 |
| " | " | " | " | " | " | " |
| 450 | 0.06666 | 0.06927 | " | 0.06976 | " | 0.07188 |
| 451 | 0.06692 | 0.06947 | " | 0.07063 | " | 0.07174 |
| " | " | " | " | " | " | " |
| 500 | 0.07024 | 0.07331 | " | 0.07188 | " | 0.07291 |
| " | " | " | " | " | " | " |
| 550 | 0.12756 | 0.13941 | " | 0.13425 | " | 0.12366 |
| " | " | " | " | " | " | " |
| 600 | 0.08589 | 0.09367 | " | 0.0869 | " | 0.08436 |
| " | " | " | " | " | " | " |
| 650 | 0.07058 | 0.07453 | " | 0.07023 | " | 0.07039 |
| " | " | " | " | " | " | " |
| 700 | 0.11813 | 0.12488 | " | 0.12133 | " | 0.11696 |
| " | " | " | " | " | " | " |
| 748 | 0.55229 | 0.5312 | " | 0.55412 | " | 0.53616 |
| 749 | 0.55444 | 0.53306 | " | 0.55592 | " | 0.53799 |

λ – спектральный диапазон (интервал) длин волн канала прибора, размер интервала 1 нм, № - номер пробы.

Табличная форма представления данных спектрометрирования растительного покрова из 16 листьев высшей растений (проб) с одного участка (точки) маршрута.

Методика включает следующую последовательность действий:

1. Определение максимального и минимального элементов массива с последующим округлением до целочисленных значений:

$$L = \lfloor \min(A) \rfloor, \quad U = \lceil \max(A) \rceil, \quad (3.2)$$

где $\lfloor b \rfloor$ – целочисленная функция floor, наибольшее целое число, меньшее или равное вещественному числу b ; $\lceil b \rceil$ – целочисленная функция ceil, определяется как наименьшее целое, большее или равное вещественному числу b .

2. Задается число класс-интервалов m и вычисляется размер интервала (“корзины”):

$$h = (U - L) / m.$$

3. Для каждого i -го интервала A_i подсчитывается число элементов n_i , $i = \overline{1, m}$ совокупности (число элементов массива A), значения которых принадлежат данному интервалу

$$a_j \in A_i, \quad A_i \subset A, \quad i = \overline{1, n_i}, \quad i = \overline{1, m}. \quad (3.3)$$

Для графического, наглядного анализа частотных распределений в спектrogramмах листьев используем методы построения полигона частот и гистограмм. Для полигона частот по оси абсцисс располагаются значения варианты, а по оси ординат — значения частот, которые попадают в данный класс-интервал. Далее абсциссам, которые соответствуют центрам класс-интервалов, соотносятся ординаты равные частоте n_i , приходящейся на соответствующий класс-интервал. Концы этих ординат последовательно соединяются прямыми линиями.

Исследование спектров отражений одиночных листьев. На рис. 3.1 изображена таблица полигона частот как результат компьютерной обработки спектrogramмы № 11 листа березы для данных из табл. 3.1. Число класс-интервалов в примере было принято $M=35$. Этому соответствует разбиение значений КСО, принадлежащих значениям $[0, 1]$, на 35 равных интервалов (класс-интервалов), каждый размером $h \approx 0.02857$.

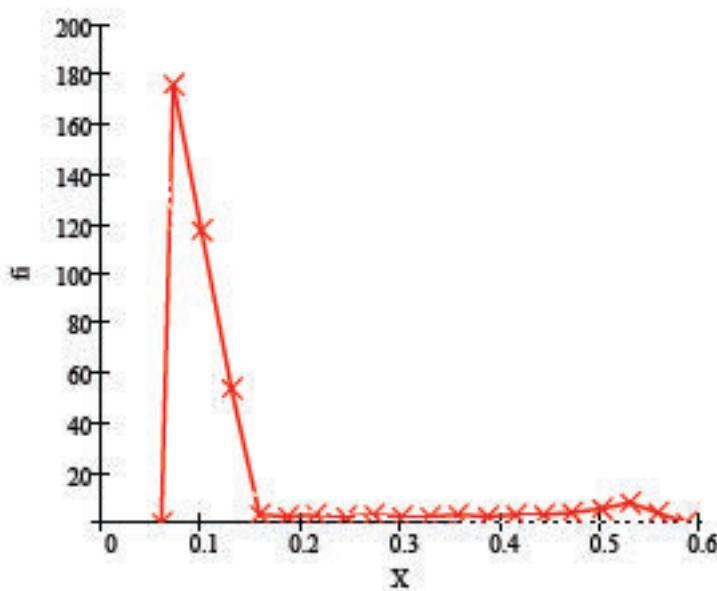
| G^T | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-------|---------|---------|---------|-----|---------|---------|---------|---------|---------|---------|-----|
| 0 | 0.01429 | 0.04286 | 0.07143 | 0.1 | 0.12857 | 0.15714 | 0.18571 | 0.21429 | 0.24286 | 0.27143 | 0.3 |
| 1 | 0 | 0 | 176 | 121 | 54 | 3 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 |

| G^T | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|-----|---------|---------|---------|---------|
| 0 | 0.32857 | 0.35714 | 0.38571 | 0.41429 | 0.44286 | 0.47143 | 0.5 | 0.52857 | 0.55714 | 0.58571 | 0.61429 |
| 1 | 2 | 3 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 8 | 4 | 0 | 0 |

Рис. 3.1. Результат компьютерного расчета полигона частот спектrogramмы № 11

На рис. 3.1 приведен двумерный массив чисел. Нумерация элементов массива по строкам и столбцам начинается с 0 и отображается в крайнем левом столбце и верхней строке. Нулевая строка массива содержит значения средних точек класс-интервалов. В первую строку массива сведены значения частоты встречаемости спектральных диапазонов длин волн (каналов прибора), которые попадают в данный класс-интервал. Или другими словами – сколько раз значения КСО из i -го интервала повторяются в табл. 3.1 спектrogramмы № 11. Столбцы массива, от 20 начиная, содержат значения частоты равные 0 и на рис. 3.1 не приведены. В соответствии с выражением (3.1) общее число распределенных элементов, равное сумме чисел первой строки массива, составило $K=400$, что соответствует общему числу спектральных диапазонов.

На рис. 3.2 приведен полигон частот рассматриваемой спектrogramмы № 11 листа березы (табл. 3.1). Полигон частот по внешнему виду соответствует степенному характеру распределения – с резко склоненным в левой части склоном и имеет лептозексесс в конце графика.



X – значения спектрального коэффициента отражения; f_i – частота, число спектральных диапазонов на интервал i .

Рис. 3.2. Полигон частот для данных спектrogramмы № 11 листа березы, произрастающей на участке вне залежи нефти

Относительная частота нормирована к единице (3.1) и трактуется как вероятность p_i , которая подсчитана непосредственно по схеме благоприятных случаев [109], а частотные распределения – как распределения (распределения вероятностей) случайной величины интенсивности. Значения p_i , $i = \overline{1, m}$ соответствуют центральным точкам каждого класс-интервала КСО, m – число интервалов.

На рис. 3.3 приведено распределение вероятностей p_i по значениям спектрального коэффициента отражения x_i . Сумма p_i равна единице и эта единица распределена по значениям x_i . При соответствующих предельных переходах, учитывая то, что рассматриваемая варианта (КСО) есть физически непрерывная величина, по аппроксимации значений полигона частот или гистограмм можно судить о характере закона распределения вероятностей. Относительная частота или относительное число спектральных диапазонов – это их количество, попадающее в класс-интервалы на которые разбит КСО.

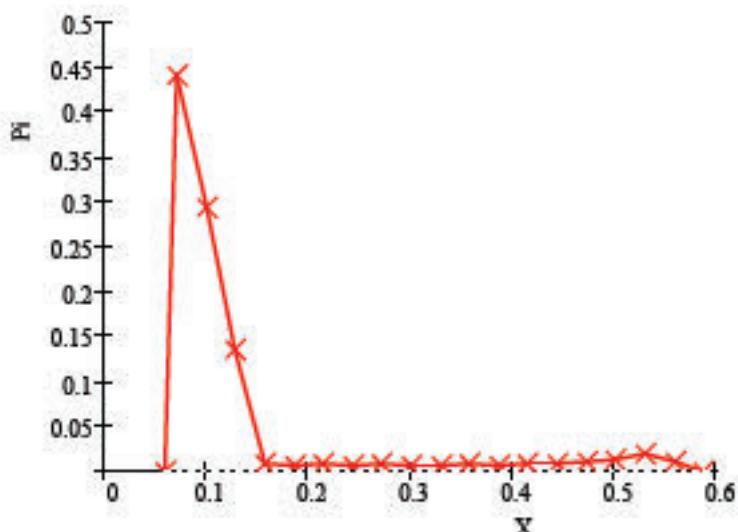
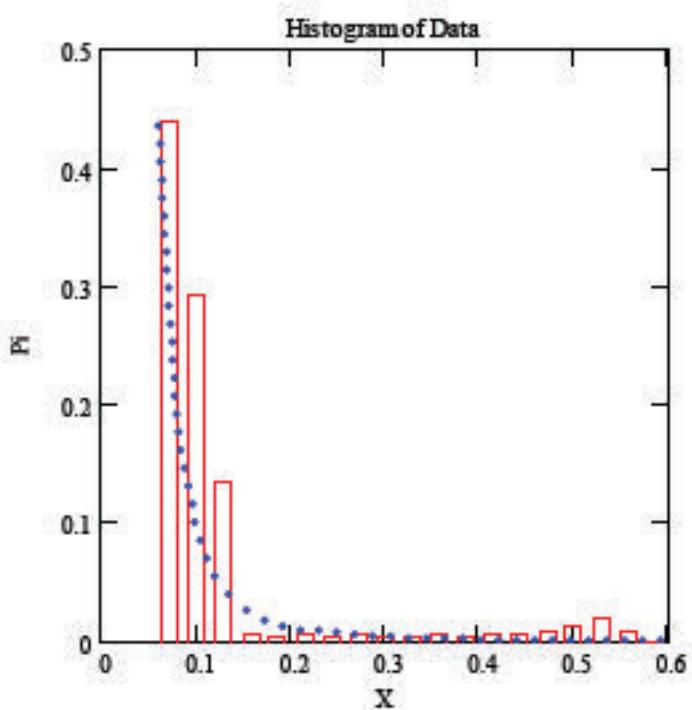


Рис. 3.3. Полигон частот. Распределение вероятностей p_i по значениям спектрального коэффициента отражения x , проба № 11, табл. 3.1

На рис. 3.4 приведена гистограмма распределения для спектrogramмы № 11, гистограмме сопоставлен график убывающей степенной функции

$$p = 9.4 \cdot 10^{-5} x^{-3}$$



X – значения спектрального коэффициента отражения, p_i – относительная частота (статистическая вероятность)

Рис. 3.4. Гистограмма значений КСО в спектре пробы № 11, табл. 3.1

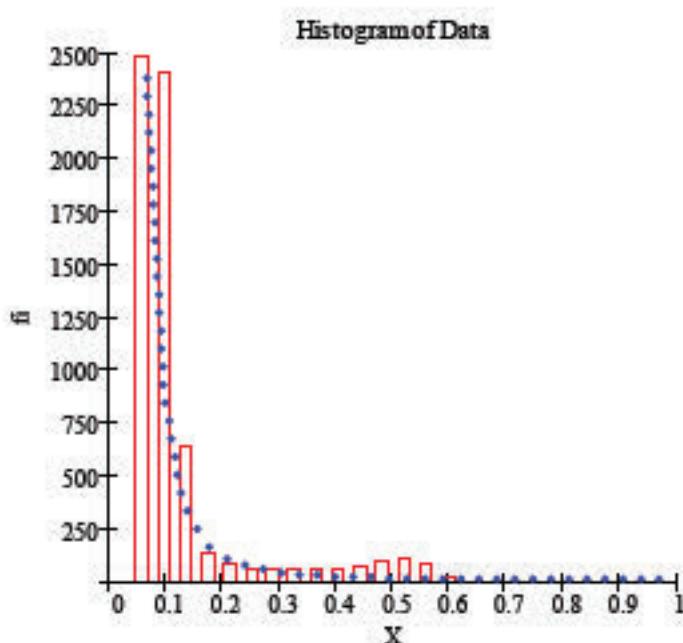
В рассмотренном примере разбиение диапазона изменений КСО было произведено на $m=35$ интервалов, интервал частот – 400 спектральных каналов

$$\sum_{i=1}^{35} p_i = 1.$$

Аналогичные – близкие к степенному распределению, но с разными показателями степени, наблюдаются для спектrogramм всех проб, собранных как с аномальных участков, содержащих залежи УВ, так и вне этих участков для листьев березы, липы, ясения. Такой вывод был сделан после обработки большого количества спектrogramм с различных участков тестовых полигонов.

Распределения смесей спектров отражений. Мезоскоический контактный уровень наблюдений лиственных покровов. При использовании дистанционных методов спектрометрирования наблюдение за отдельными экземплярами лиственного покрова не представляется возможным, поэтому следующие шаги в исследовании частотных распределений необходимо распространить на лиственный покров. Для выяснения типа распределений в спектrogramмах лиственного покрова применим методику анализа частотных распределений, подробно изложенную выше, ко всему множеству спектrogramм, собранных с одного контролируемого участка, т.е. к смеси спектров отражений. Определим тип распределения данных для смесей, состоящих из совокупности 16 спектrogramм листьев. Структура данных представлена двумерным массивом и приведена в табл. 3.1. Вариантой являются значения коэффициента спектрального отражения (КСО) всех 16 спектrogramм. Интервал изменения варианты – [0, 1] округлен до ближайших целых значений и разбит на 26 класс-интервалов. Суммарное число спектральных диапазонов (каналов) во всех спектrogramмах равно $400 \times 16 = 6400$. Вычисление распределения сводится к определению количества спектральных диапазонов, в которых содержатся значения КСО, попадающие в каждый из класс-интервалов (всего

26 класс-интервалов КСО). Результат вычислений распределения представлен гистограммой на рис. 3.5. Гистограмме сопоставлен график функции $f = (0.98x)^{-2.9}$.



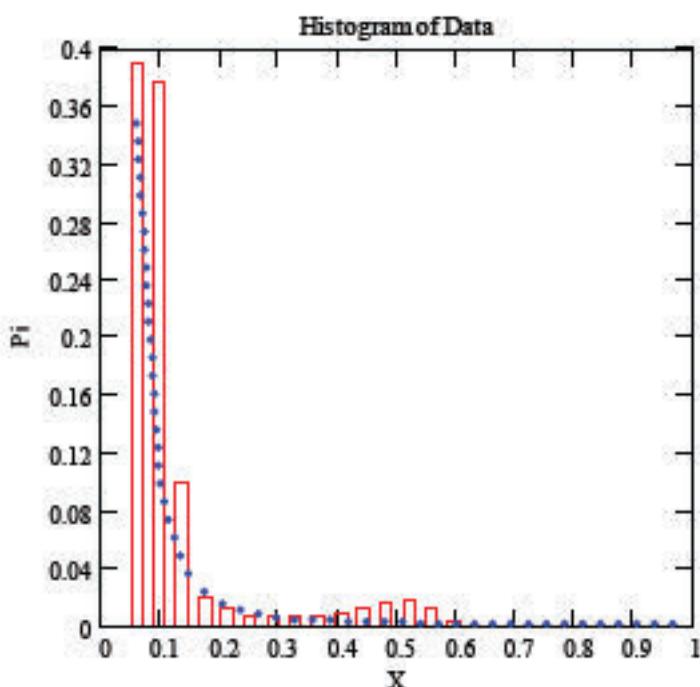
X – значения спектрального коэффициента отражения; f_i – частота.

Рис. 3.5. Гистограмма частотного распределения в спектрах лиственного покрова – смесь из 16 спектrogramм (табл. 3.1)

По оси ординат отложена частота в абсолютных единицах. На этом же графике приведен вариант аппроксимации частотного распределения степенной функцией. Можно наблюдать явно выраженный лептозексесс в конце графика.

На рис. 3.6 приведена гистограмма частотного распределения табл. 3.1 в относительных, безразмерных единицах. Спектр отражений лиственного покрова получен как объединение 16 спектrogramм. Для частотного распределения выполнено условие нормировки (3.1) и каждому значению коэффициента отражения x_i соответствует значение вероятности p_i . На этом же рисунке гистограмме сопоставлен график убывающей степенной функции

$$p(x) = 2.32 \cdot 10^{-4} x^{-2.6}.$$



X – значения спектрального коэффициента отражения; p_i – относительная частота (статистическая вероятность).

Рис. 3.6 Гистограмма частотного распределения спектра лиственного покрова

На рис. 3.7 показан фрагмент гистограммы, приведенной на рис. 3.6, выполненный по тем же данным, но в логарифмических координатах по экспериментально найденным значениям логарифмов ($\ln x_i$, $\ln p_i$). Для гистограммы, построенной таким образом, хорошим приближением к экспериментальным данным является прямая линия. Определить это приближение по экспериментальным данным можно методом наименьших квадратов или выполнив построение приближения линейной регрессией.

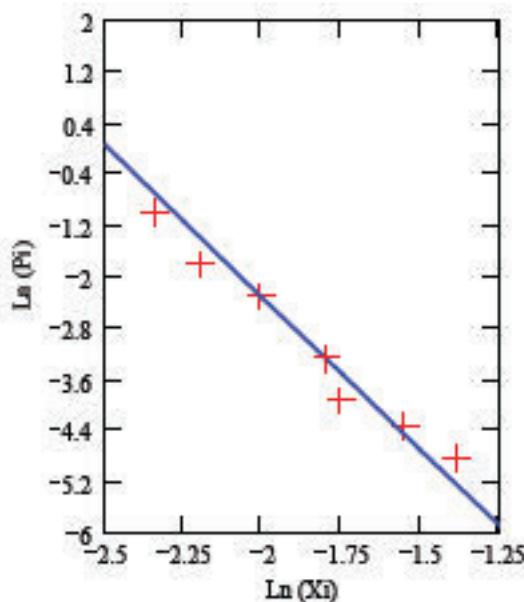


Рис. 3.7. Аппроксимация гистограммы распределения линейной зависимостью в билогарифмической системе координат

3.3 Макроскопический дистанционный уровень наблюдений

На этом уровне наблюдений проводится дистанционное зондирование гомогенной растительности. Характеристики и условия зондирования приведены в подразделе 2.3. Каждый пиксель изображения участка местности эквивалентен одной спектrogramме. Группа пикселей составляет набор спектrogramм отраженного светового потока, который в каналах гиперспектрометра разложен по длинам волн с шагом (спектральной точностью) в 1 нм. Такое представление позволяет сохранить преемственность основных положений методики построения частотных распределений мезоскопического уровня (контактного способа измерения) с дистанционным зондированием.

При анализе частотных распределений изображения участка местности за генеральную совокупность выбираются все задействованные для данной группы пикселей каналы прибора, число которых равно произведению числа каналов, задействованных для одного пикселя, умноженное на число пикселей.

Распределения длин волн по значениям КСЯ в одиночных пикселях гомогенной растительности. На рис. 3.8 приведено графическое представление в виде гистограммы распределения спектра длин волн (350 задействованных спектральных каналов прибора) растительного покрова по значениям КСЯ.

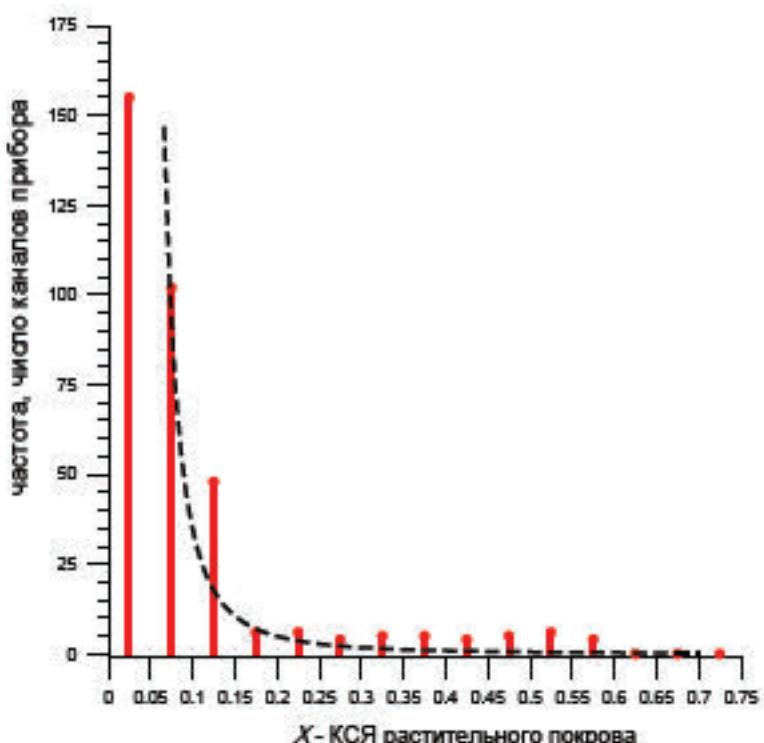


Рис. 3.8. Гистограмма значений коэффициента спектральной яркости (КСЯ) одиночного пикселя гиперспектрального отражения пшеницы. Спектральный диапазон 400 – 749 нм (350 каналов), спектральное разрешение 1 нм, проекция пикселя на поверхность $\approx 0,2$ м

Область значения КСЯ [0, 1] разбита на 20 класс-интервалов; шаг разбиения 0,05; число спектральных каналов, значения КСЯ в которых принадлежат данному класс-интервалу, приписано среднему значению интервала и графически показано высотой столбца (частота в абсолютных значениях). Следует заметить, что все пиксели (спектрограммы) участка гомогенной растительности можно охарактеризовать распределениями одного типа. Для всех гистограмм этого типа характерны сильно склоненные влево

формы, которые означают, что имеется очень много каналов прибора, в которых зафиксированы малые значения КСЯ. Однако есть и небольшое число каналов, значения КСЯ в которых гораздо выше среднего значения – они образуют уходящий вправо длинный хвост распределений с выраженным утолщением (лептоэкссесом).

На рис. 3.9 приведена гистограмма КСЯ того же одиночного пикселя, но по оси ординат приведена относительная частота или статистическая вероятность обнаружить в каналах прибора значения КСЯ из данного класс-интервала.

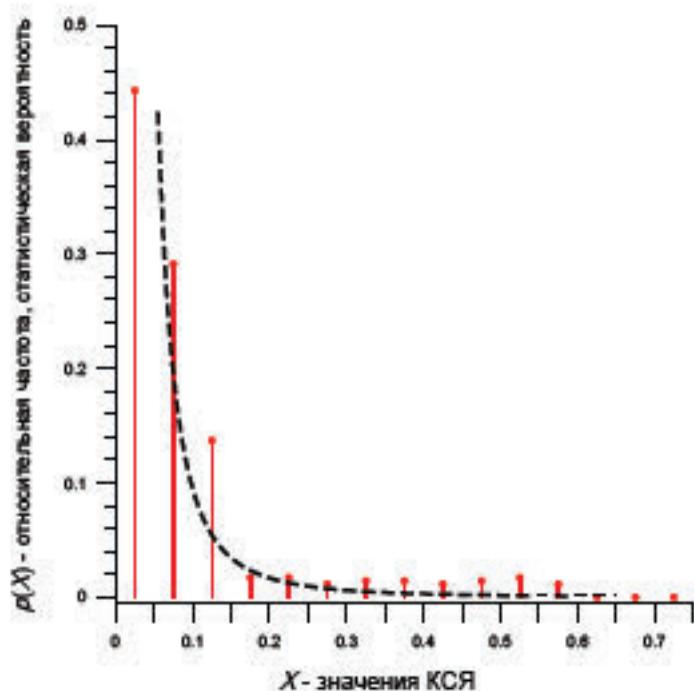


Рис. 3.9. Гистограмма значений КСЯ одиночного пикселя гиперспектрального отражения пшеницы в относительных частотах

Распределения спектра длин волн по значениям яркости в изображениях гомогенной растительности. Спектральную яркость группы пикселей можно представить в виде полутонового изображения, (рис. 3.10), если придать значениям КСЯ различные оттенки серого. Неоднородность КСЯ наблюдается во всех интервалах спектрального диапазона 400 – 749 нм по всем группам пикселей вдоль маршрута наблюдений посева пшеницы.

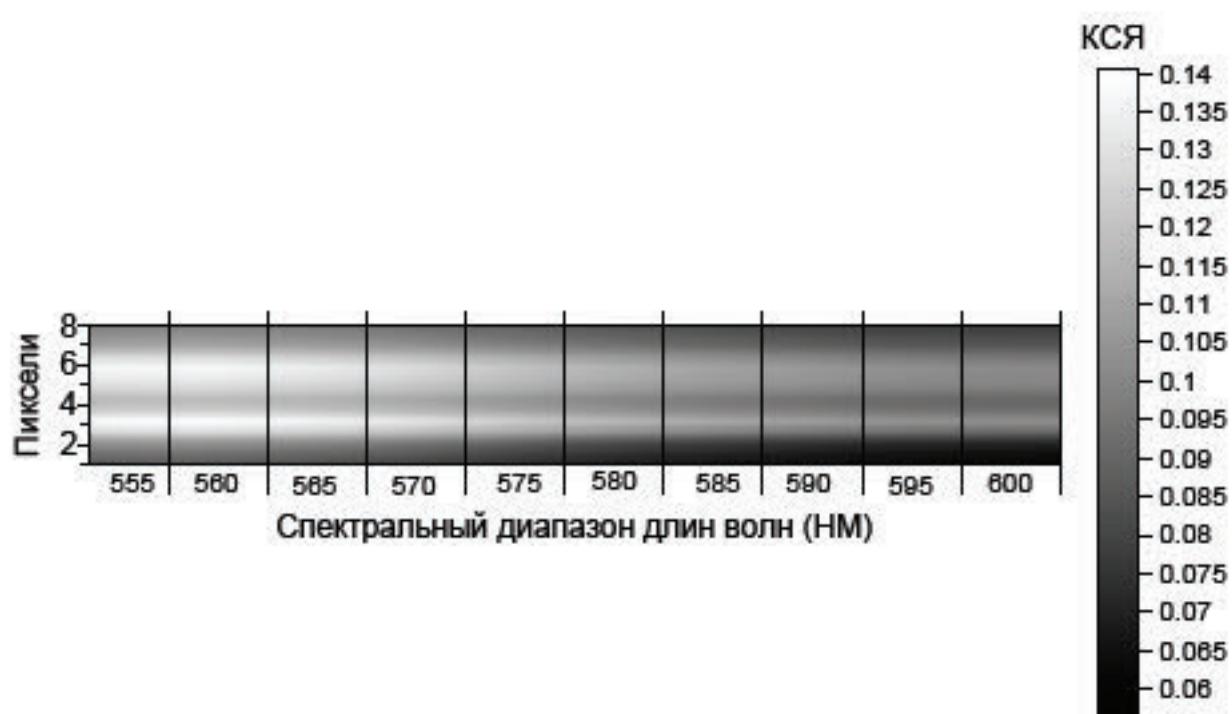


Рис. 3.10. Фрагмент из 8 пикселей полутонового гиперспектрального изображения посева пшеницы, в диапазоне 550 – 605 нм, спектральная точность 1 нм, КСЯ обозначен градациями серого

Если ставить задачу идентификации объекта – посева пшеницы, то выполнить сегментацию по значениям КСЯ крайне затруднительно. Появились новые объекты идентификации. Высокое пространственное (0,15 м проекция пикселя на поверхность) и спектральное разрешение затрудняют решение стандартных задач сегментации, но делает доступными для наблюдений дополнительные характеристики гомогенной растительности.

На рис. 3.11, рис. 3.12 приведено графическое представление распределения 5600 задействованных спектральных каналов прибора, по 20 интервалам КСЯ. Нулевые значения частоты в хвосте распределения не демонстрируются. Построение гистограммы выполнено для спектрального диапазона 400 – 749 нм для 16 пикселей изображения вдоль трассы исследования с/х поля посевов пшеницы в стадии вегетации. В этом случае рассматривается пространственное распределение 5600 спектральных каналов (350×16) по 20 класс-интервалам КСЯ.

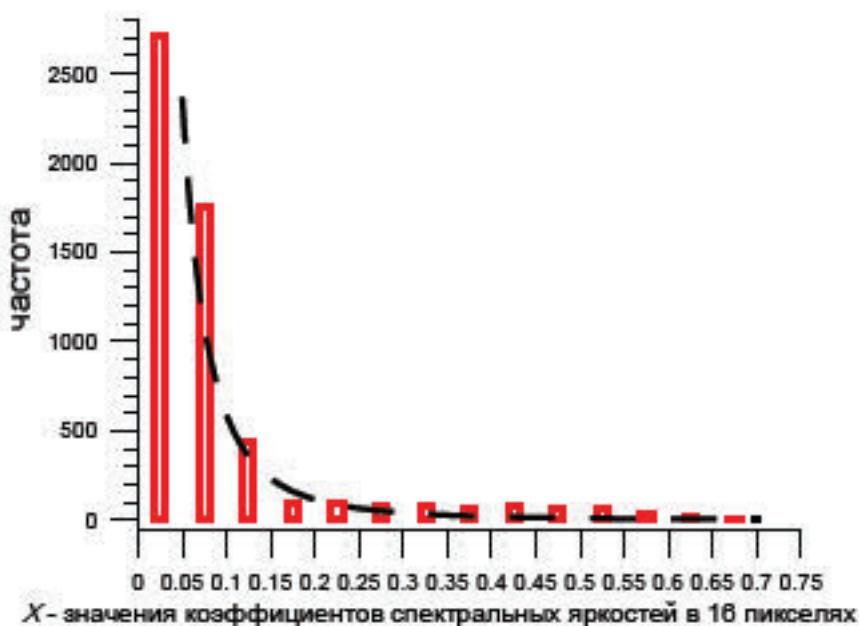


Рис. 3.11. Гистограмма значений КСЯ гомогенной растительности в диапазоне 400 – 749 нм вдоль трассы из 16 пикселей, частота в абсолютных единицах (шт.)

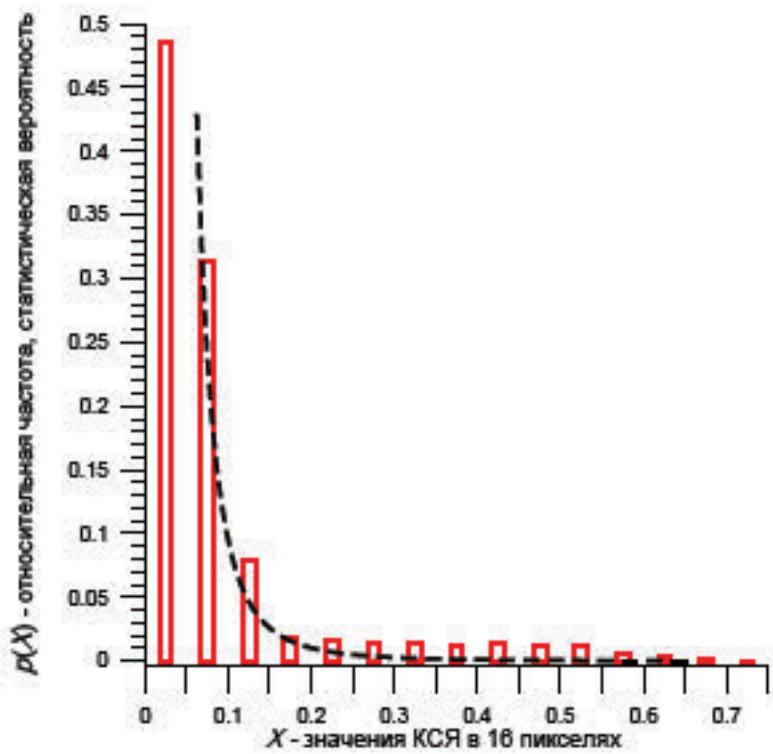
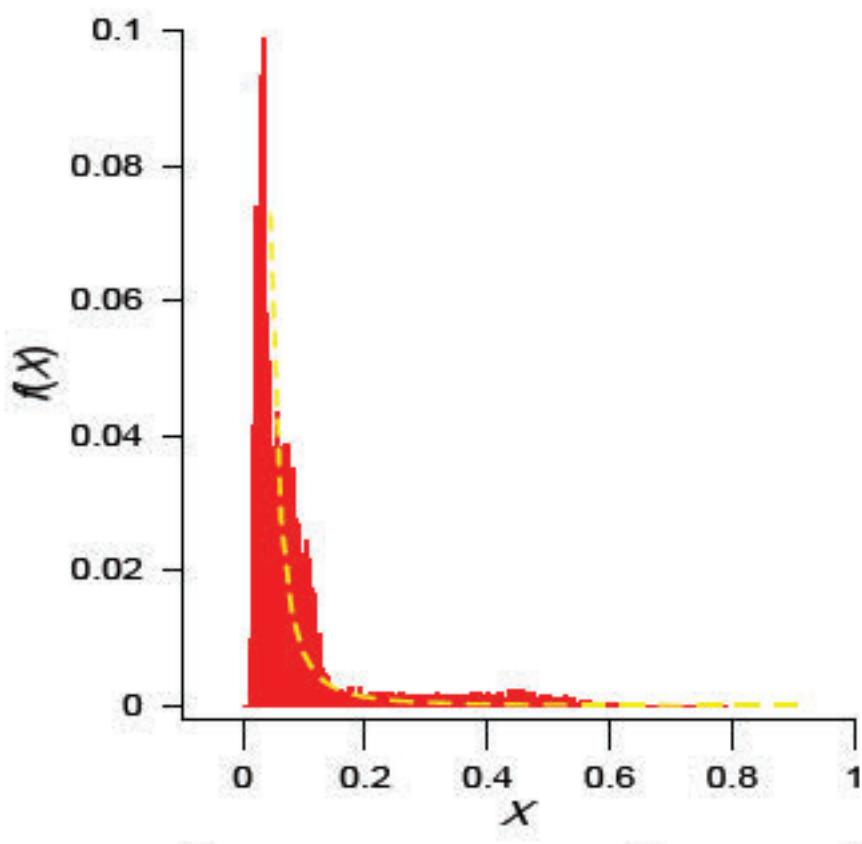


Рис. 3.12. Гистограмма значений КСЯ гомогенной растительности, условия распределения аналогичны рис. 3.11, частота – в относительных нормированных единицах

На рис. 3.13 приведена гистограмма значений КСЯ, построенная для 32 пикселей, расположенных вдоль маршрута исследований тестового участка гомогенной растительности. Распределялись 11200 каналов, область возможных показаний КСЯ в которых $[0, 1]$ разбита на 400 класс-интервалов в спектральном диапазоне 400–749 нм, спектральная точность 1 нм. Гистограмма приведена в относительных, безразмерных единицах частоты $f(x)$. Вид гистограммы характеризуется резко скошенной левой частью в начале и длинным толстым хвостом с лептозексессом. На этом графике показана аппроксимация гистограммы степенной функцией $f(x) \propto x^{-2.4}$.



$f(x)$ – относительная частота, X – значения КСЯ.

Рис. 3.13. Гистограмма значений КСЯ гомогенной растительности, представленной в 32 пикселях, 190 класс-интервалов, 11200 элементов, спектральный диапазон 400–749 нм, спектральная точность 1 нм

3.4. Статистическая функция распределения спектров отражений, функция плотности

Проведенный анализ частотных распределений и рассмотренные выше примеры иллюстрируют тот факт, что частотные распределения спектров на мезоскопическом и макроскопическом уровнях обладают значительной степенью регулярности. Вид полигонов частот и гистограмм, приведенных выше, подсказывает, что данные, полученные в результате обработки контактной и дистанционной гиперспектрометрии суть аппроксимации распределений, задаваемых гладкими кривыми и простыми математическими выражениями. По своей физической сути спектры отражений, представленные в значениях КСЯ или КСО, величины непрерывные. Следуя основным обозначениям монографии [96] рассмотрим дискретное распределение спектра отражений, приведенного на рис. 3.1 таблицы полигона частот и графического изображения этого распределения на рис. 3.2, рис. 3.3. Обозначим непрерывную на отрезке $[0, 1]$ варианту буквой x . Этот отрезок был разбит на $n=35$ интервалов, каждый из которых представлен одним значением $x_i = i \cdot \frac{1}{35}$, $i = \overline{1, n}$. Генеральная совокупность состояла из 400 элементов. Тем не менее, говорим о «непрерывных» вариантах, предполагая при этом, что измерения с заданной точностью суть аппроксимации к числам, которые могут принимать любое вещественное значение из данного интервала. Следовательно, можем рассматривать распределение частот при группировании как приближение к понятию функции плотности $f(x)$ непрерывной варианты x . В других, рассмотренных выше случаях, интервалы выбирались более мелкие с одновременным увеличением генеральной совокупности элементов. Так, на рис. 3.13 приведена гистограмма распределений, в которых все тот же отрезок $[0, 1]$ разбивался на 190 интервалов, а генеральная совокупность увеличивалась до 11200 элементов. Из непрерывности варианты следует, что до некоторого момента разбиения частоты ведут себя более гладко. Однако продолжать процесс деления на

более мелкие интервалы таким методом всегда будет мешать тот факт, что в случае конечной генеральной совокупности в каждом интервале оказывается лишь несколько элементов и поведение частот становится крайне нерегулярным, появляется сильный статистический шум.

Распределение для интервала длины Δx выражается функцией $f(x)\Delta x$, равной частоте на интервале с центром в точке x , при всех x из области допустимых значений варианты. Примем, что длина интервала стремится к нулю: $\Delta x \rightarrow 0$, а генеральная совокупность постоянно растет, благодаря чему предотвращается появление малых и нерегулярных частот. При этих условиях элемент частоты dF для интервала между $x - \frac{1}{2}dx$ и $x + \frac{1}{2}dx$ равен $f(x)dx$ для всех x и малых dx :

$$dF = f(x)dx. \quad (3.4)$$

Функция $F(x)$, определенная во всех точках x некоторого интервала и непрерывная всюду, за исключением, может быть, счетного множества точек. $F(x)$ обращается в нуль в наименьшей точке интервала, которая может равняться $-\infty$. Функция равна постоянной N в наибольшей точке, которая может быть равна $+\infty$ и не убывает ни в какой точке. Такая функция $F(x)$ называется функцией распределения. Функция распределения соответствует накопленным частотам частотного распределения, а число N соответствует полной частоте. В силу приведенного выше обобщения, распределение частот при группировании в гистограммах является приближение к понятию функции $f(x)$ плотности непрерывной варианты.

Законом распределения случайной величины называется всякое соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями.

Частота события A вычисляется на основании результатов опыта по формуле $P^*(A) = m/n$, где m — число появлений события A ; n — общее число произведенных опытов. Частота $P^*(A)$, рассматривается как статистическая вероятность, которая, в силу закона больших чисел, сходится к вероятности

$P(A)$ при увеличении размера генеральной совокупности элементов или количества опытов.

Статистической функцией распределения случайной величины X называется частота события $X < x$ в статистических данных:

$$F^*(x) = P(X < x). \quad (3.5)$$

Значение статистической функции распределения при данном x определяется как число опытов, в которых величина X приняла значение, меньшее чем x , деленное на общее число n произведенных опытов. Если принять стандартное соглашение, по которому случайная величина обозначается прописными буквами, а ее возможные значения и их вероятности – строчными, то для дискретной величины:

$$p_1 = P(X = x_1), \quad p_2 = P(X = x_2), \dots, \quad p_n = P(X = x_n); \quad \sum_{i=1}^n p_i = 1.$$

Функция распределения определена как для дискретных, так и непрерывных случайных величин и является одной из форм закона распределения.

Для непрерывной случайной величины X с функцией распределения $F(x)$, которая непрерывна и дифференцируема, вводится функция $f(x)$ – плотности распределения, другое название – плотность вероятности:

$$f(x) = F'(x), \quad F'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x}. \quad (3.6)$$

Функция распределения $F(x)$ и функция плотности распределения $f(x)$ – это различные и взаимосвязанные формы задания закона распределения случайной величины.

Функция плотности распределения, определяемая соотношениями (3.6), существует только для непрерывных случайных величин. Закон распределения интенсивности гиперспектрального отражения посевов пшеницы в диапазоне 480 ÷ 700 нм, по данным дистанционной съемки, характеризуется статистической функцией распределения $F^*(x)$, график которой приведен на рис. 3.14. Функция распределения построена в

соответствии с соотношениями (3.5), (3.7) для области из 32 пикселей, в которых содержится 7072 значений спектральной яркости. Весь возможный интервал значений x , КСЯ был разбит на 190 класс-интервалов, для каждого из которых вычислялась относительная частота. Ступенчатая форма графика на рис. 3.14 демонстрирует процесс накопления частоты согласно выражению

$$F^*(x) = P(X < x) = \sum_{x_i < x} P(X = x_i). \quad (3.7)$$

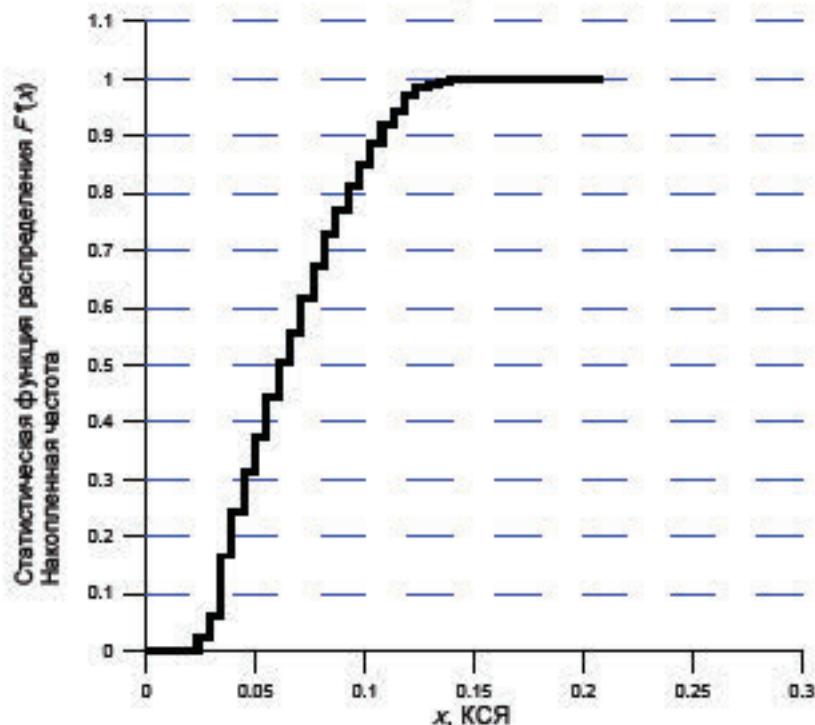


Рис. 3.14. График статистической функции распределения спектра (480-700 нм) отражений пшеницы в 32 пикселях; гиперспектральная дистанционная съемка

Полигоны частот, гистограммы и статистические функции распределения, полученные в результате статистического анализа спектров отражений растений при контактной и дистанционной гиперспектральной съемке, свидетельствуют о наличии степенных распределений спектров в большей части видимого диапазона. Плотность распределений частоты, в относительных и абсолютных измерениях, по фиксированным интервалам интенсивности отраженного светового потока, подчиняется степенному закону.

Выводы раздела 3

1. Разработана методика определения частотных распределений спектров отражений растений и растительных покровов по данным гиперспектрального зондирования мезоскопического и макроскопического уровней исследований.
2. Согласно методике построены статистические функции распределений, гистограммы и полигоны частот спектров отражений. Проведен анализ частотных распределений большого количества (более 100) спектров отражений различного вида лиственных растений и растительных покровов, который показал, что частотные распределения спектра по интенсивности характеризуются близостью к степенной зависимости, которая выявляется в области видимого диапазона при контактном и дистанционном гиперспектральном зондировании.
3. На примерах растительных покровов показано, что высокоточное (детальное) ДЗ различных геосистем выявляет их тонкую структуру, которая часто проявляется в степенных, или близких к ним, распределениях с "тяжелыми хвостами". Сегментация данных в этом случае, основанная на статистиках различных порядков, должна проводиться с учетом критерия сходимости момента от степенного показателя.
4. Статистические методы, такие как построение гистограмм и полигонов частот обладают низкой степенью точности и могут служить только для предварительной оценки распределений определенного типа спектров отражений. Для использования статистических характеристик оптических свойств покровов, в качестве информационных признаков для решения тематических задач ДЗЗ, необходимы более точные методы идентификации степенных законов распределений и их показателей.

4. НЕПРЕРЫВНО-ГРУППОВАЯ МОДЕЛЬ, СИММЕТРИИ И ИНВАРИАНТЫ СПЕКТРОВ ОТРАЖЕНИЙ

Полигоны частот и гистограммы спектров отражений растений и покровов демонстрируют резко скошенные влево края и тяжелые хвосты (см. раздел 3), что дает основание провести идентификацию симметрий степенного типа распределений. Идентификация включает определение по данным зондирования области изменений интенсивности отраженного спектра, в которой выполняется степенной закон, определение группы преобразований симметрии, функций инвариантов симметрии и численных значений параметров инвариантов.

Изложение материала данного раздела проводится в соответствии с основными понятиями и принятыми обозначениями, введенными в пункте 2.4.3 (Математический аппарат непрерывно-группового анализа спектров отражений). В пункте 2.4.3 приведены основные определения 2.1–2.9 непрерывно-группового анализа, которые используются в разделе 4 без дополнительных пояснений.

4.1. Нормировка плотности распределения спектра отражений

Обозначим через x значения случайной величины X спектральной интенсивности отраженного светового потока. Эта величина является непрерывной по своей физической сущности и может быть выражена в значениях КСО или КСЯ. Обозначим через $u(x)$ функцию плотности вероятности для случайной непрерывной величины спектральной интенсивности X . Пусть степенной закон распределения спектра отражений в промежуточной асимптотике* имеет вид

* Понятие промежуточной асимптотики требует, чтобы интервал размером dx имел конечный размер, т.к. вероятность любого отдельного значения непрерывной случайной величины, т.е. в точке, равна 0.

$$u(x) = Cx^{-a}, \quad (4.1)$$

где a – степенной показатель, $a = const, a > 0$, величина постоянная для рассматриваемого фрагмента спектрограмм, пикселей или их смесей. Значение константы C в уравнении (4.1) задаётся требованием нормировки вероятностного распределения

$$1 = \int_{x_{\min}}^{\infty} u(x) dx = C \int_{x_{\min}}^{\infty} x^{-a} dx = \frac{C}{1-a} x^{-a+1} \Big|_{x_{\min}}^{\infty}. \quad (4.2)$$

Выражение (4.2) показывает, что статистика степенного закона выполняется, начиная с некоторого минимального значения x_{\min} , и рассмотрению подлежит статистика распределений выше некоторого минимального значения $x > x_{\min}$. Требование нормировки, заданной соотношением (4.2), может быть выполнено лишь при значениях $a > 1$. Степенные распределения со значениями показателя $a \leq 1$ не могут быть нормированы, так как при этих значениях показателя правая часть уравнения (4.2) расходится. Из уравнения (4.2) при значениях $a > 1$ определяется

$$C = (a-1)x_{\min}^{a-1}, \quad (4.3)$$

которое подставляется в степенной закон (4.1) и дает полное нормированное выражение для степенного распределения спектра отражения

$$u(x) = [(a-1)x_{\min}^{a-1}] x^{-a}, \quad (4.4)$$

или

$$u(x) = \frac{a-1}{x_{\min}} \left(\frac{x}{x_{\min}} \right)^{-a}.$$

Нормированное выражение (4.4) плотности распределения (4.1) показывает, что различные условия нормировки определяют изменения значений только величины C и не меняют степенного вида распределения, а также не меняют значение степенного показателя a . Значение C не характеризует основные свойства распределения, что позволяет выразить степенной закон для

непрерывной варианты через функцию плотности $u(x)$ с точностью до постоянной в виде:

$$u(x) \propto x^{-a}.$$

Распределение вида (4.1), нормированное к 1 условием (4.2), является вероятностным распределением, и вероятность, равная 1, распределена по всему рассматриваемому диапазону значений случайной непрерывной переменной X интенсивности светового потока.

Множество вещественных значений C определяется условием нормировки распределения вероятности, а также выбранным масштабом значений спектральных интенсивностей. Как будет показано далее, вид закона распределений от выбора масштаба спектральных интенсивностей не меняется, и степенной показатель a остается постоянным. В силу этого свойства степенные распределения являются инвариантными относительно масштаба (масштабно-инвариантными). Однако при изменениях масштаба изменяется значение C .

4.2. Группа симметрии распределений спектров отражений

Кривая $u(x)$, заданная уравнением (4.1), изображающая график плотности распределения, называется «кривой распределения» [109]. При достаточно малых значениях $\Delta x \rightarrow dx$ кривая распределения асимптотически приближается к одной из орбит группы симметрии $u(x) \rightarrow y(x)$. Разные значения $C \in R$, принадлежащие множеству вещественных чисел R , задают семейство степенных функций и кривых степенного распределения (4.1) вида $u(x) = Cx^{-a}$, которому соответствует семейство орбит группы симметрии S .

Группа симметрии распределений спектра отражений. Зависимость (4.1) в терминах новых обозначений ($-a = b$) для орбит группы имеет вид семейства степенных функций (многообразие)

$$\omega(x, y): y/x^b = C, \quad (4.5)$$

в 2-мерном пространстве $E^2(x, y)$. Найдем группу симметрии S многообразия ω , заданного уравнением (4.5). Для этого, многообразие ω должно быть инвариантом группы S и, согласно определению 2.5, удовлетворять критерию инвариантности

$${}_S L \omega(x, y) \equiv 0, \quad (4.6)$$

где ${}_S L$ – инфинитезимальный оператор группы S .

Легко проверяется, что критерию инвариантности удовлетворяет группа S , оператор которой имеет вид

$${}_S L = x \frac{\partial}{\partial x} + b y \frac{\partial}{\partial y}, \quad (4.7)$$

т.к. результат его действия на функцию y/x^b есть тождественный нуль, а не совершается в силу того, что x, y, b приняли определенные значения

$${}_S L \omega(x, y) = x \frac{\partial}{\partial x} (y/x^b) + b y \frac{\partial}{\partial y} (y/x^b) \equiv 0. \quad (4.8)$$

Найдем конечные уравнения группы S по ее оператору ${}_S L$ вида (4.7). Обозначим параметр группы через γ . В соответствии с определением 2.3 по функциональным коэффициентам оператора ${}_S L$ составляются уравнения вида (2.28)

$$\frac{d\tilde{x}}{d\gamma} = \tilde{x}, \quad \frac{d\tilde{y}}{d\gamma} = b \tilde{y}; \quad (4.9)$$

которые решаются при начальных условиях равных тождественному преобразованию группы

$$\tilde{x}(\gamma = 0) = x, \quad \tilde{y}(\gamma = 0) = y. \quad (4.10)$$

Выполняется интегрирование системы (4.9)

$$\ln \tilde{x} = \gamma + \ln c_1, \quad \ln \tilde{y} = b\gamma + \ln c_2; \quad \tilde{x} = c_1 e^\gamma, \quad \tilde{y} = c_2 e^{b\gamma}.$$

Вычисление значений постоянных c_1, c_2 при начальных условиях (4.10): $c_1=x$, $c_2=y$ и последующая подстановка их в найденное решение, дает конечные

уравнения группы S с параметром γ

$$\tilde{x} = e^{\gamma} x, \quad \tilde{y} = e^{b\gamma} y. \quad (4.11)$$

Именно такой, экспоненциальный вид параметра принято рассматривать в теории групп. При значениях группового параметра $\gamma=0$ имеет место тождественное преобразование группы S . Это группа несимметричных растяжений. В приложениях используется и другая форма записи конечных уравнений группы S . Так как γ независимый групповой параметр, то, введя экспоненциальное отображение и новое обозначение для параметра

$$t = e^{\gamma}, \quad 0 \leq t \leq \infty,$$

после преобразования уравнений (4.11) $e^{b\gamma} = (e^{\gamma})^b = t^b$, искомые конечные уравнения группы S примут вид

$$\tilde{x} = tx, \quad \tilde{y} = t^b y. \quad (4.12)$$

Тождественное преобразование группы несимметричных растяжений ${}_S L$ в форме (4.12) соответствует значению параметра $t=1$. Далее за конечные уравнения группы симметрии спектра примем уравнения в записи (4.12).

4.3. Простые и кратные инварианты спектров отражений, орбиты группы симметрии

Распределение спектров отражений растительных покровов симметрично относительно преобразований группы S , которая имеет инфинитезимальный оператор ${}_S L$ вида (4.7), конечные преобразования которой задаются уравнениями (4.12). Группа симметрии имеет один простой (однократный) инвариант

$$y/x^b, \quad (4.13)$$

а все остальные однократные инварианты, которые могут быть найдены, являются произвольными функциями от него, т.е. функционально зависимы. В дальнейшем, наряду с инвариантом (4.13), удобно использовать линейную

форму его записи в двойных логарифмических координатах. Для этого, логарифмируя выражение (4.13), определяем функционально зависимый инвариант

$$\ln y - b \ln x. \quad (4.14)$$

Орбиты группы симметрии S вычисляются по оператору ${}_S L$, в соответствии с определением 2.8 пункта 2.4.3, как общее решение дифференциального уравнения

$$\frac{dx}{x} = \frac{dy}{by}, \quad (4.15)$$

в логарифмических координатах решение имеет вид

$$\ln y = b \ln x + C_1. \quad (4.16)$$

Взяв экспоненту от соотношения (4.13), определим запись решения в нормальных координатах

$$y = C x^b, \quad (4.16)$$

где $C = \exp(C_1)$.

На рис. 4.1 приведены графики орбит группы симметрии S в нормальных (а) и билогарифмических (б) координатах для $b = -3.1$. Исходные данные получены в результате дистанционной гиперспектральной съемки посевов пшеницы. В нормальных координатах – это семейство степенных функций, каждая из которых является инвариантной кривой группы несимметричных растяжений (4.12) и ее простым инвариантом y/x^b . На графиках значение степени $b = -3.1$ соответствует степенному показателю $a = 3.1$ функции плотности (4.1) интенсивности отражений посевов пшеницы в одном из гиперспектральных измерений. В билогарифмических координатах орбиты – это семейство параллельных прямых с угловым коэффициентом $a = -b$. Соответственно, значение простого инварианта для всех орбит функционально одинаково и выражается как $\ln y - b \ln x$, но их численные

значения различные, $C_1 = \ln y - b \ln x$, и определяются выбранными масштабами и условиями нормировки. Геометрически, значения простого билогарифмического инварианта задают точки пересечения орбит с осью ординат. График функции плотности задается кривой распределения, кривая определяется по уравнению (4.1), область значений функции $u \in (0, 1]$. Этой области значений функции соответствуют значения $\ln(u) \leq 0$. Следовательно, билогарифмические «кривые распределения» изображаются прямыми, и задаются участками орбит, которые расположены в III и IV четвертях координатной плоскости (рис. 4.1б). Для случаев, когда интенсивность отраженного спектра измеряется коэффициентами спектральных отражений или яркости, $0 < x < 1$, билогарифмические кривые распределения располагаются на орbitах в III четверти.

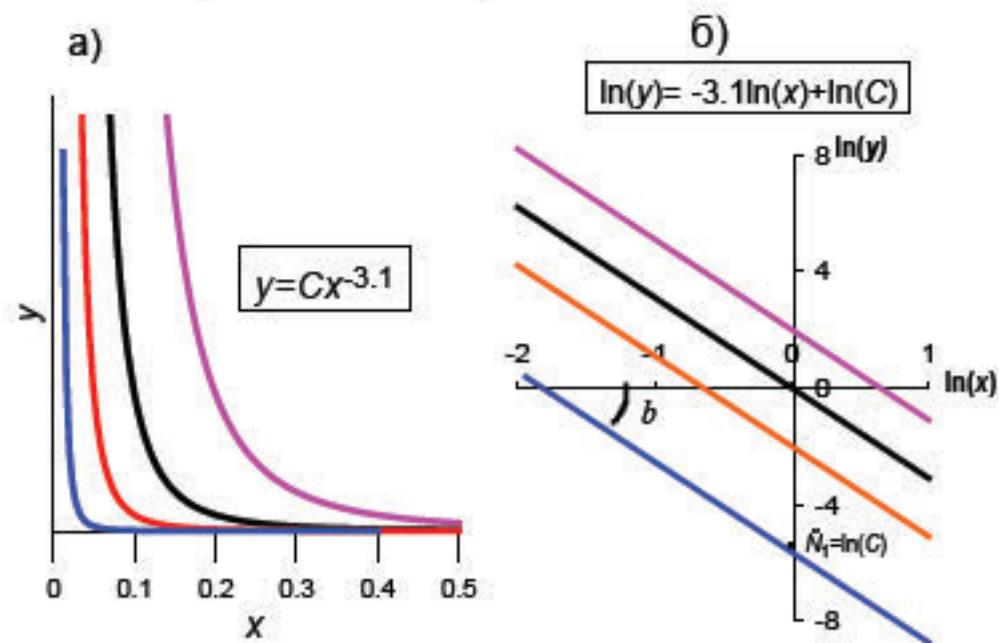


Рис. 4.1. Орбиты группы симметрии степенного распределения спектров отражений посевов пшеницы в нормальных (а) и билогарифмических (б) координатах, $b = -3,1$

Вычисление двойного инварианта группы симметрии спектров отражений. Вывод формулы.

Что означает параллельность прямых (рис. 4.1б) в терминах непрерывно-групповой модели? Все орбиты имеют отрицательный

одинаковый угловой коэффициент b . Этому значению b соответствует положительный степенной показатель a функции плотности степенного закона (4.1). Покажем, что коэффициент наклона b выражается через кратный двойной инвариант группы симметрии S в терминах модели и групп Ли. Воспользуемся определением 2.9 расширенной группы и кратных инвариантов (см. пункт 2.4.3), найдем двойной (2-кратный) инвариант группы симметрии S . Расширенная группа $2S$ определяется, в соответствии с формулой (2.48), по оператору ${}_S L$, заданному соотношением (4.7), следующим инфинитезимальным оператором ${}_{2S} L$:

$${}_{2S} L = x_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + b y_1 \frac{\partial}{\partial y_1} + x_2 \frac{\partial}{\partial x_2} + b y_2 \frac{\partial}{\partial y_2}. \quad (4.17)$$

Общий для семейства орбит коэффициент наклона прямых b в билогарифмических координатах (см. рис. 4.1б) определяется по координатам двух точек на билогарифмической орбите: $(\ln x_1, \ln y_1)$, $(\ln x_2, \ln y_2)$ как

$$b = \frac{\ln y_2 - \ln y_1}{\ln x_2 - \ln x_1}. \quad (4.18)$$

Покажем, что правая часть выражения (4.18) является инвариантом ω расширенной группы $2S$ и двойным инвариантом группы S . В соответствии с определением 2.9 и формулой (2.50) критерием инвариантности служит тождественное равенство нулю действия оператора ${}_{2S} L$ на функцию

$$\begin{aligned} \omega(x_1, y_1, x_2, y_2) &= \frac{\ln y_2 - \ln y_1}{\ln x_2 - \ln x_1}; \\ {}_{2S} L \omega &= \left\{ x_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + b y_1 \frac{\partial}{\partial y_1} + x_2 \frac{\partial}{\partial x_2} + b y_2 \frac{\partial}{\partial y_2} \right\} \left(\frac{\ln y_2 - \ln y_1}{\ln x_2 - \ln x_1} \right) = \\ &= [x_1 (\ln y_2 - \ln y_1) (\ln x_2 - \ln x_1)^{-2} x_1^{-1}] + [-x_2 (\ln y_2 - \ln y_1) (\ln x_2 - \ln x_1)^{-2} x_2^{-1}] + \\ &\quad + [-b y_1 (\ln x_2 - \ln x_1)^{-1} y_1^{-1}] + [b y_2 (\ln x_2 - \ln x_1)^{-1} y_2^{-1}] = 0. \end{aligned} \quad (4.19)$$

Критерий инвариантности (4.19) выполняется, следовательно, выражение (4.18) определяет кратный двойной инвариант группы симметрии S через произвольно выбранные две точки на произвольно выбранной орбите, у которых $\ln x_1 \neq \ln x_2$.

Уникальное свойство степенных распределений – это выстраивать зависимости вероятностей значений переменной от значений величин переменных в билогарифмическом масштабе так, что гистограммы, построенные в этом масштабе, укладываются на прямые линии. В историческом плане следует отметить, что исследователи различных статистических закономерностей с помощью гистограмм, полигонов частот и методами построения кумулятивных статистических функций, во многих случаях обнаруживали эту поразительную закономерность – если взять координатные оси логарифмическими, то графическое представление распределения укладывается на прямые линии. Этот факт отмечается в работе Марка Ньюмана (M. Newman) [110] как основной индикаторный признак степенного распределения. Считается, что первым это свойство обнаружил Аэурбах (F. Auerbach) и только намного позже оно было открыто Ципфом (G. K. Zipf). Такие распределения, которые выстраиваются в билогарифмических координатах в прямые линии, получили названия “распределений Ципфа-Парето”. Непрерывно-групповая модель объясняет этот факт с позиции инвариантов группы симметрии распределений, в частности, наблюдаемых в спектрах отражений растительных покровов.

4.4. Масштабная инвариантность распределений спектров отражений

Инвариантность по отношению к изменению масштаба случайной переменной X означает, что распределения выглядят одинаково вне зависимости от того, в каком масштабе их рассматривать. Вид закона распределения $u(x) = Cx^{-\alpha}$ от выбора масштаба спектральных интенсивностей

x не меняется, и степенной показатель a остается постоянным. Изменим шкалу измерений случайной величины X в k раз: ($0 < k < 1$) – сжатие, ($1 < k < m$) – растяжение, тогда

$$u(kx) = C(kx)^{-a} = Ck^{-a}x^{-a} = C_1x^{-a}. \quad (4.20)$$

В результате изменения масштаба вид степенного распределения не изменился; не изменилось и значение степенного показателя a . Однако при изменениях масштаба изменяется значение C .

Рассмотрим теперь интерпретацию масштабной инвариантности распределений в рамках непрерывно-групповой модели. В этой модели и новых обозначениях ($u \rightarrow y$, $a = b$), степенной закон распределения симметричен относительно преобразований группы S с оператором $_S L$. Графики кривых распределений при различных значениях C интерпретируется как семейство орбит $y/x^b = C$ однопараметрической группы S :

$$_S L = x \frac{\partial}{\partial x} + by \frac{\partial}{\partial y}.$$

Графики приведены на рис. 4.1, в нормальных (а) и билогарифмических координатах (б). Определены два простых функционально зависимых инварианта группы симметрии: y/x^b и $\ln y - b \ln x$. Изменение масштаба значений переменной x в k раз приводит к определению еще двух, функционально зависимых инвариантов: $y/(k^b x^b)$ и соответственно $\ln y - b \ln x - b \ln k$. Для проверки того, что эти функции являются также инвариантами группы S , можно использовать условие инвариантности (2.31) и определение 2.5

$$_S L \{y/(k^b x^b)\} = x \frac{\partial}{\partial x} \{y/(k^b x^b)\} + by \frac{\partial}{\partial y} \{y/(k^b x^b)\} \equiv 0. \quad (4.21)$$

Наиболее наглядную картину масштабной инвариантности распределения представляют орбиты группы. Пусть кривой распределения соответствует

билиогарифмическая орбита $C_1 = \ln y - b \ln x$. Изменение масштаба x в k раз приводит к переходу на другую орбиту семейства $C_1 + b \ln k = \ln y - b \ln x$, так как b – двойной инвариант, значения которого не меняются, то b и k величины постоянные, следовательно: $C_2 = \ln y - b \ln x$. Так осуществляется переход на другую орбиту (см. рис. 4.1б). Аналогичный переход имеет место и на соответственных орбитах рис. 4.1а. Следовательно, изменения масштаба, условий нормировки, а также возможных ненормированных вычислений в абсолютных значениях частоты не меняют вида группы симметрии и ее двойного инварианта (4.18).

Другие известные распределения свойством масштабной инвариантности не обладают. Это уникальное свойство степенных распределений. Такое заключение можно сделать, если заметить, что степенной закон представлен однородной функцией, другие законы в своей записи через однородные функции не выражаются. Напомним, что в общем случае n переменных, однородной функцией степени q – называется числовая функция $f: R^n \rightarrow R$ такая, что для любого $v \in R^n, \lambda \in R$ выполняется равенство

$$f(\lambda v) = \lambda^q f(v), \quad (4.22)$$

где q – порядок однородности. Следуя этому определению, порядок однородности спектра отражений равен значению двойного инварианта b группы симметрии S . Как уже отмечалось выше, другие законы распределений не выражаются через однородные функции и, следовательно, масштабной инвариантностью не обладают. Например, близкий по внешнему виду к степенному, график функции плотности экспоненциального (показательного) распределения (см. рис. 2.3)

$$u(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x > 0; \\ 0, & x \leq 0; \end{cases} \quad (4.23)$$

где $\lambda > 0$ – параметр экспоненциального распределения, однородной функцией не выражается и, следовательно, свойством масштабной инвариантности не обладает.

Масштабная инвариантность распределений спектров отражений имеет принципиальное значение в задачах интерпретации результатов гиперспектральных отражений. Напомним, что КСЯ, обозначение ρ , характеризует пространственное распределение спектральной яркости отражающей поверхности, равной отношению яркости данной поверхности в заданном направлении $B(\lambda)$ к яркости идеально рассеивающей поверхности $B_0(\lambda)$

$$\rho(\lambda) = B(\lambda) / B_0(\lambda). \quad (4.24)$$

Необходимым условием является требование одинакового освещения поверхностей. Это условие часто нарушается при аэрокосмической съемке ввиду трудности точной атмосферной коррекции, разных условий освещенности исследуемых объектов в момент съемки, и, как следствие, отображения одинаковых объектов могут иметь различные значения КСЯ. Аналогичные различия в КСО могут иметь место и для объектов при контактной съемке. Такие нарушения условий съемки приводят к наличию систематической погрешности в определении яркостей или отражений во всех каналах гиперспектрометра, завышая или занижая показания по всем каналам. Естественно, что сравнивать объекты по значениям показаний КСЯ или КСО в узких спектральных диапазонах гиперспектральной съемки становится бессмысленно. В этом смысле применение эмпирических различных спектральных индексов, в основе которых лежит относительная комбинация яркостей отдельных каналов, является предпочтительной, что часто демонстрируется на практике. Так в работе [86], в качестве индикаторного признака в задачах поиска углеводородов по данным дистанционной гиперспектральной съемки, используется индекс красного края – REP (Red Edge Position), который является комбинацией отношений спектральных интенсивностей отражения светового потока на длинах волн $\lambda=(671, 701, 742,$

783). Этому соответствуют показания интенсивностей отражений в 4-х каналах прибора со спектральным разрешением 1 нм.

Однако, более обоснованным является использование свойства масштабной инвариантности (4.20, 4.21) степенных распределений, которое позволяет минимизировать влияние разной освещенности сравниваемых участков поверхности или исследуемых образцов растений, если это сравнение выполняется по критерию двойного инварианта b вида (4.18), т.е. по степенному показателю a функции плотности. В основе этого сравнения лежит учет распределений по многим каналам значений спектральной интенсивности. Анализ по критерию двойного инварианта большого количества спектrogramm листьев показал, что различные (в несколько раз) значения КСО и КСЯ в спектrogramмах могут давать одинаковые расчетные значения двойного инварианта. Такое различие в спектрах геометрически иллюстрируется на рис. 4.1б и связано с тем, что результаты распределений фиксируются на разных орбитах группы симметрии S , для которых коэффициент наклона прямых одинаков, так как является двойным инвариантом группы. Последующая верификация использования этих результатов в прикладных задачах подтверждает обоснованность такой оценки.

Масштабная инвариантность степенного распределения, выраженного через функцию плотности $u(x)$ вида (4.20), демонстрирует закон сохранения значений кратного двойного инварианта b группы симметрии S при изменениях масштаба случайной переменной X , которой является спектральная интенсивность. Это позволяет представить значения x переменной в целых числах и согласовать их с точностью измерений прибора.

Рассмотренные в рамках непрерывно-групповой модели аналитические методы идентификации распределений спектров отражений и определение их инвариантов симметрий реализованы в численном методе, получившем название идентификации информативных признаков в спектрах способом кратных инвариантов группы симметрии. Численный метод поддержан

разработанными примерами и компьютерными процедурами, которые приведены в приложении А.

4.5. Численный метод идентификации степенных распределений и симметрий спектров отражений

4.5.1. Постановка задачи

Сформулируем кратко основную идею построения численного метода определения индикаторных признаков растительных покровов по симметриям частотных распределений спектра. Кратный двойной инвариант $b = -a$ группы симметрии S для степенного вероятностного распределения, заданного через функцию плотности $u(x) = Cx^{-a}$, $a > 0$, спектра отражений растительного покрова принимается за информативный признак состояния покрова. Численный метод определения этого инварианта основан на вычислении двойного инварианта $b + 1 = -(a - 1)$ группы симметрии S^* через кумулятивную функцию распределения $F^*(x)$, которая так же, как и функция плотности, является степенной функцией от значений спектральных интенсивностей x ,

$$F^*(x) = \int_x^{\infty} u(x) dx = C_2 x^{-(a-1)},$$

но численно определяется с большей точностью, чем функция плотности. Степенной показатель функции $F^*(x)$ ровно на единицу отличается от показателя функции плотности $u(x)$.

Дискретно вычисляемые значения кумулятивной функции по данным спектрометрии или ГДЗ

$$F^*(x) \approx P(X \geq x), P(X \geq x) = \sum_{x_i \geq x} P(X = x_i)$$

являются дискретным множеством точек одной из орбит группы симметрии S^* . Биогарифмические орбиты (орбиты в биогарифмических координатах)

группы симметрии S^* имеют вид параллельных прямых с коэффициентом наклона прямых, равным кратному двойному инварианту $b+1$.

Для дискретного вычисления орбиты группы симметрии по данным гиперспектральной съемки наиболее эффективна процедура, которая основана на построении диаграммы ранг-частота. Контроль погрешности дискретного построения орбиты по методу ранг-частота выполняется по среднеквадратичному отклонению от линейной функции (прямой линии на графике орбиты).

Вычисление информативного признака, который равен двойному инварианту группы симметрии, может производиться по двум вариантам.

По первому варианту следует выбрать размер “прыгающего” окна, которым просматривается кадр гиперспектрального изображения, и определять инвариант для каждого положения окна. Такой вариант вычислений информативного признака для группы пикселей приведен в приложении А.1.

По второму варианту определение информативного признака проводятся для каждого гиперспектрального пикселя изображения. В результате такой предварительной обработки каждому пикслю ставится в соответствие его инвариант. Для каждой точки растрового изображения определен инвариант. Пример вычисления по второму варианту приведен в приложении А.2.

Сегментация данных с целью выделения областей с заданными свойствами проводится по значениям инвариантов, которые принимаются за индикаторные признаки и приписаны каждому пикслю территории. Определяется частотное распределение инвариантов по территории и моды как локальные максимумы плотности распределения индикаторных признаков. Пример компьютерной реализации сегментации приведен в приложении А.2.

Если препарат подготавливается для визуального восприятия, то яркость каждого пикселя устанавливается пропорциональной значениям

инвариантов. В этом случае сегментация и селекция данных проводится установкой соответствующей контрастности изображения. Пример такого сегментирования приведен в пункте 4.6.4.

4.5.2. Исходная информация для разработки численного метода

Законы симметрии спектров отражений растительных покровов могут быть выявлены только на основе экспериментов. Результаты экспериментов и их статистическая обработка, приведенные в разделе 3, выявили степенной характер распределений спектров отражений. Группа симметрии спектров и ее инварианты были получены на основе построения и анализа непрерывногрупповой модели отражений (см. подразделы 4.2, 4.3). Кратный двойной инвариант не зависит от условий нормировки, выбора масштаба представления спектральных интенсивностей и, в силу масштабной инвариантности степенных законов, мало зависит от изменений освещенности анализируемых поверхностей. Следовательно, он может быть выбран как индикаторный признак, характеризующий изменения отражающей способности поверхностей растительных покровов, при контактном и дистанционном гиперспектральном зондировании.

Непрерывно-групповая модель устанавливает симметрии в спектрах по кривым распределений. Для непрерывной переменной понятие ряда распределений вероятностей заменяется функцией плотности вероятности $u(x)$ распределения (далее функция плотности). Непрерывная и дифференцируемая кривая распределения является графиком функции плотности распределения, именуемой кривой распределения $u(x)$:

$$u(x) = C x^{-a} \quad (4.25)$$

и одной из орбит однопараметрической группы

$$y/x^b = const, \quad (4.26)$$

которая инвариантна к преобразованиям группы симметрии S , заданной инфинитезимальным оператором

$${}_S L = x \frac{\partial}{\partial x} + b y \frac{\partial}{\partial y}. \quad (4.27)$$

Среди множества функционально зависимых простых инвариантов наиболее предпочтительной для численных процедур является линейная форма выражения орбиты группы симметрии в билогарифмических координатах

$$C_1 = \ln y - b \ln x. \quad (4.28)$$

Степенной показатель a распределения (4.25) является (в обозначениях орбит $-b$) инвариантом, который определяется как коэффициент наклона прямой орбиты в билогарифмических координатах (4.28). Инвариант b можно вычислить при минимальном количестве экспериментально найденных точек на орбите, число которых равно двум: $(\ln x_1, \ln y_1), (\ln x_2, \ln y_2)$

$$b = \frac{\ln y_2 - \ln y_1}{\ln x_2 - \ln x_1}. \quad (4.29)$$

Правая часть выражения (4.29) при $b = const$ задает кратный двойной инвариант $\omega(x_1, y_1; x_2, y_2)$ группы симметрии S в записи (4.27).

Практика проведения статистической обработки данных по определению графика функции плотности распределения непрерывной переменной X путем построения гистограмм не обеспечивает необходимой точности вычислений. Для хорошего приближения необходимо, чтобы интервалы (разряды) Δx , на которые разбиты значения переменной, были достаточно малыми. При обычных опытных данных распределения непрерывной переменной всегда дискретны, поскольку степень точности измерений ограничена. Исходя из предположения, что измерения – это аппроксимации к числам, которые могут принимать любые действительные значения из данного интервала, распределение частот при группировке рассматривается как приближение к понятию функции плотности непрерывной переменной. Однако выбору достаточно малых интервалов препятствует ограниченное количество элементов генеральной совокупности.

Таким образом, разбиение на мелкие интервалы приводит к тому, что в некоторые интервалы попадает лишь несколько элементов, вследствие этого наблюдается статистический шум, поведение частот становится нерегулярным. Следовательно, численные методы построения гистограмм не обеспечивают необходимой точности вычислений кратного двойного инварианта группы симметрий. Низкая точность вычислений инварианта не позволит его использовать в качестве информативного признака. Необходимо разработать более совершенный и высокоточный метод.

4.5.3. Требования, предъявляемые к методу

Т1. Численный метод должен определять кратный двойной инвариант группы симметрии степенных распределений в спектрах отражений по данным дистанционной и контактной гиперспектральной съемки.

Т2. Метод должен обеспечивать поиск диапазона спектральной интенсивности, для которого наблюдаются степенные распределения.

Т3. В модельных и естественных системах степенные распределения выполняются не во всем диапазоне изменений случайной переменной, а мы изучаем лишь статистику области со степенным распределением. Следовательно, в состав метода должна быть включена процедура выделения области значений случайной переменной X , которой является спектральная интенсивность, и установления границ области, в которой выполняется степенной закон.

Т4. Следует предусмотреть контроль точности соблюдения закона распределения.

Т5. Для идентификации степенных распределений в спектрах отражений и определения инвариантов следует предусмотреть более эффективные процедуры построения кривых распределений по экспериментальным данным, чем это могут обеспечить методы, основанные на построениях полигона частот и гистограмм.

4.5.4. Вычисления двойного инварианта с помощью кумулятивной функции

Для удовлетворения требований предъявляемых к численному методу рассмотрим альтернативные функции плотности, способы и функции задания законов распределения для непрерывной случайной переменной.

Закон распределения случайной величины может быть выражен с помощью различных функций и соотношений, которые устанавливают связь между возможными значениями x случайной величины X и соответствующими этим значениям вероятностями p . Для непрерывной переменной X наиболее распространенными функциями, устанавливающими связи переменной X с вероятностью $P(X)$, являются функция плотности $u(x)$ распределения и функция распределения $F(x)$

$$F(x) = P(X < x). \quad (4.30)$$

Функция распределения в записи (4.25) определяет вероятность того, что случайная переменная X примет значение, меньшее некоторого текущего x .

Функции $u(x)$ и $F(x)$ связаны соотношениями

$$F(x) = P(X < x) = \int_{-\infty}^x u(x) dx \quad (4.31)$$

и соответственно

$$u(x) = F'(x). \quad (4.32)$$

Функция распределения $F(x)$ существует как для непрерывной, так и дискретной переменной. В случае дискретной переменной со значениями x_i

$$F(x) = P(X < x) \approx \sum_{x_i < x} P(X = x_i), \quad (4.33)$$

где, согласно обозначениям монографии [109], неравенство $x_i < x$ означает, что суммируются вероятности всех $p(x_i)$, для которых x_i меньше текущего

значения x . Связь, которая устанавливается соотношением (4.31), между функцией распределения $F(x)$ и функцией плотности $u(x)$ может быть использована при необходимости для перехода от одной формы записи закона к другой. В случае степенного закона интеграл

$$F(x) = \int_{-\infty}^x u(x)dx = C \int_{-\infty}^x \bar{x}^{-a} d\bar{x}$$

расходится при $x \rightarrow 0$.

Для вычислений инвариантов степенных распределений в рассмотрение вводится *кумулятивная функция распределения* $F^*(x)$. Эта функция, в случае степенных распределений, позволяет вычислить искомый двойной инвариант группы симметрии по экспериментальным данным, используя для расчетов простую вычислительную процедуру. Гораздо более предпочтительным, для определения закона распределения по экспериментальным данным, является его представление не через функцию плотности $u(x)$ и построения гистограмм, а через кумулятивную функцию $F^*(x)$. Кумулятивная функция распределения $F^*(x)$ определяется как интеграл с переменным нижним пределом от функции плотности $u(x)$

$$F^*(x) = P(X \geq x) = \int_x^{\infty} u(x)dx, \quad x_{\min} \leq x. \quad (4.34)$$

Геометрически кумулятивная функция $F^*(x)$ определяется как изменение площади (рис. 4.2), лежащей под кривой графика функции плотности $u(x)$ и осью абсцисс, когда значения аргумента x изменяются от минимального значения $x = x_{\min}$ до $+\infty$.

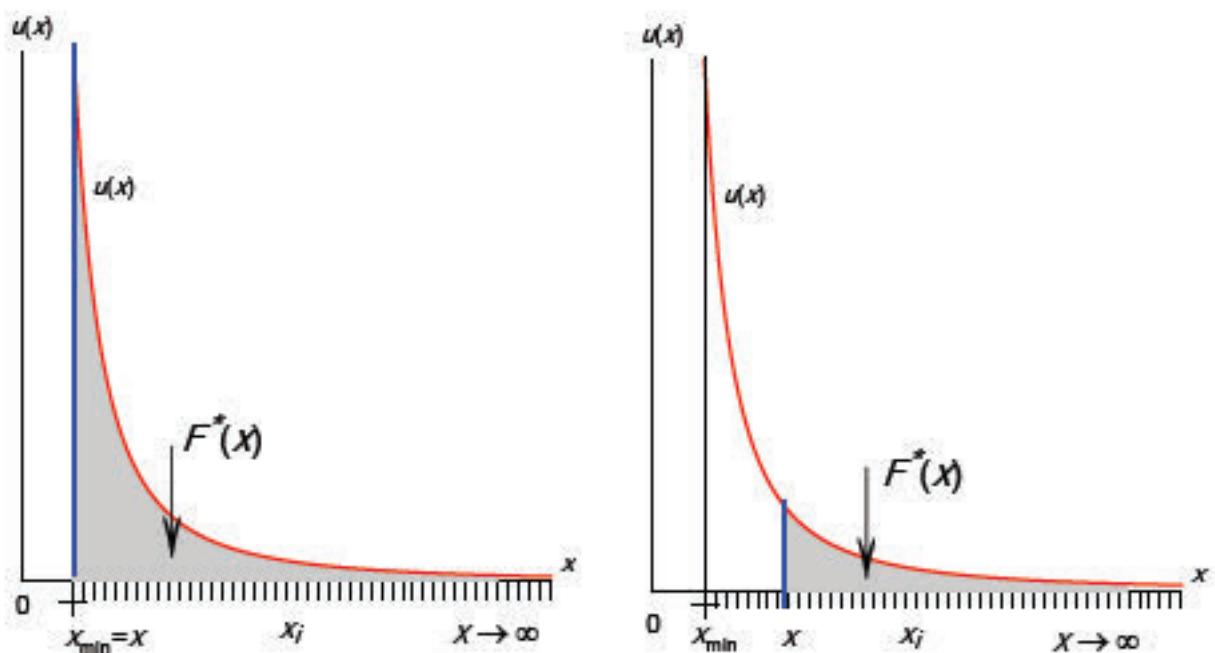


Рис. 4.2. Геометрическая интерпретация кумулятивной функции $F^*(x)$ как изменение площади под кривой распределения функции плотности $u(x)$

При $x = x_{\min}$, в силу нормировки функции плотности, эта площадь равна единице:

$$F^*(x_{\min}) = P(X = x_{\min}) = \int_{x_{\min}}^{\infty} u(x) dx = 1.$$

Отметим, что кумулятивная функция определена аналогично функции распределения (4.31) с точностью до пределов интегрирования. Кумулятивная функция существует как для непрерывных переменных, так и для дискретных переменных. Это позволяет выполнить ее построение по ограниченному набору экспериментальных данных, обусловленному точностью измерительной аппаратуры. В случае идентификации степенных распределений и вычисления кратного двойного инварианта по спектrogramмам, переход к дискретным вычислениям производится по формуле аналогичной (4.33), но с учетом изменений в пределах интегрирования и направления накопления суммы. Кумулятивное суммирование выполняется для всех вероятностей $p(x_i)$ (относительных частот), для которых x_i больше или равно текущим значениям x :

$$F^*(x) \approx P(X \geq x) = \sum_{x_i \geq x} P(X = x_i), \quad (4.35)$$

где X – спектральная интенсивность (случайная переменная), x – текущее значение спектральной интенсивности, x_i – значения интенсивностей, фиксируемые в спектральных каналах прибора.

Выясним отличие записи степенного закона распределения спектра в терминах кумулятивной функции от записи этого закона через функцию плотности вида (4.25)

$$F^*(x) = \int_x^\infty u(x) dx = C \int_x^\infty \hat{x}^{-a} d\hat{x} = \frac{C}{a-1} \hat{x}^{-(a-1)} = C_2 x^{-(a-1)}, \quad (4.36)$$

где $C_2 = \text{const.}$

Представление закона распределения в виде кумулятивной функции (4.36) показывает, что, если распределение соответствует степенному закону ($u(x) = C x^{-a}$, $a > 0$), то кумулятивная функция F^* также соответствует степенному закону, но с показателем $a - 1$, что на единицу меньше исходного показателя.

При обработке спектрограмм, расчет кумулятивной функции выполняется в соответствии с дискретной формулой построения (4.35). Из выражения (4.36) следует, что график кумулятивной функции F^* непрерывный и дифференцируемый. В случае степенного распределения, при достаточно большом количестве спектральных каналов прибора, дискретный подсчет значений кумулятивной функции $P(X \geq x)$ по формуле (4.35) приближается к степенной функции (4.36) так, что имеет место приближенное равенство

$$F^*(x) \approx P(X \geq x), \quad (4.37)$$

где F^* – теоретически найденное функциональное выражение кумулятивной функции (4.36),

$$P(X \geq x) = \sum_{x_i \geq x} P(X = x_i) - \text{дискретное приближение}$$

к F^* . График функции $P(x)$, построенный согласно выражению (4.35, 4.37), называется диаграммой кумулятивного распределения.

Построение диаграмм $P(x)$ кумулятивного распределения выгодно отличается от построения гистограмм, теперь не нужно раскладывать относительное количество спектральных каналов прибора по интервалам спектральных интенсивностей и выбирать размеры этих интервалов, заботясь о том, чтобы уменьшить влияние статистического шума. Кумулятивная функция распределения $F^*(x_i)$ определена для каждого конкретного значения спектральной интенсивности x_i , представленной в спектральных каналах прибора.

4.5.5. Определение группы симметрии кумулятивного распределения

Как изменится группа симметрии S при переходе к кумулятивному распределению? Из выражения (4.36) следует, что график кумулятивной функции $F^*(x)$ непрерывный, дифференцируемый и является одной из орбит группы симметрии S^* кумулятивного распределения. Определим вид группы симметрии кумулятивного распределения. Введем обозначение $F^* \rightarrow y$, $-a = b$ и группу S^* с инфинитезимальным оператором

$$S^* L = x \frac{\partial}{\partial x} + (b+1)y \frac{\partial}{\partial y}. \quad (4.38)$$

Проверим, что кумулятивная функция (4.36) в новых обозначениях

$$y/x^{b+1} = C_2, \quad C_2 = \text{const} \quad (4.38)$$

является простым инвариантом группы S^*

$$\omega(x, y) : y/x^{b+1}. \quad (4.39)$$

Для этого используем критерий инвариантности функции при действии на нее группы (см. определение 2.5):

$$\begin{aligned} {}_{S^*}L\omega(x,y) &= x \frac{\partial}{\partial x} \left(y/x^{b+1} \right) + (b+1)y \frac{\partial}{\partial y} \left(y/x^{b+1} \right) = \\ &= -yx^{-(b+1)}(b+1) + yx^{-(b+1)}(b+1) \equiv 0. \end{aligned} \quad (4.40)$$

Тождество (4.40) доказывает, что необходимые и достаточные условия инвариантности кумулятивной функции для группы S^* выполнены.

Следовательно, $\omega(x,y): y/x^{b+1}$ является простым инвариантом группы S^* , а группа S^* – это группа симметрии кумулятивного распределения. Оператор ${}_{S^*}L$ вида (4.38) есть локальная форма задания группы симметрии. По оператору (4.38) определим конечные уравнения преобразований группы симметрии S^* кумулятивного распределения. Согласно определению 2.3 и аналогично выполненному вычислению в подразделе 4.2 находим

$$\tilde{x} = tx, \quad \tilde{y} = t^{b+1}y. \quad (4.41)$$

Уравнения (4.41) определяют группу симметрии S^* в терминах конечных преобразований.

Найдем уравнение семейства билогарифмических орбит группы S^* . Искомое уравнение определяется как общее решение дифференциального уравнения, которое составляется по коэффициентам оператора (4.38)

$$\frac{dx}{x} = \frac{dy}{(b+1)y},$$

$$\ln y = (b+1) \ln x + C_2. \quad (4.42)$$

Уравнение (4.42), для различных вещественных значений $C_2 \in R$, определяет семейство параллельных прямых с коэффициентом наклона $b+1$. Следовательно, наклон орбит группы симметрии S^* кумулятивного распределения $F^*(x)$ на единицу отличается от орбит группы симметрии S для распределения, определяемого через функцию плотности $u(x)$. Выполнив обратный переход в обозначениях $-a=b$, находим: $b+1=-(a-1)$.

4.5.6. Определение кратного двойного инварианта кумулятивного распределения спектров отражений

Воспользуемся последовательностью действий приведенной в определении 2.9. Вводим в рассмотрение оператор расширенной группы

$$2S^* L \text{ и функцию } \omega(x_1, y_1, x_2, y_2) : \frac{\ln y_2 - \ln y_1}{\ln x_2 - \ln x_1} = b + 1, \quad b = \text{const},$$

$$2S^* L \omega = x_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + (b+1)y_1 \frac{\partial}{\partial y_1} + x_2 \frac{\partial}{\partial x_2} + (b+1)y_2 \frac{\partial}{\partial y_2}, \quad (4.43)$$

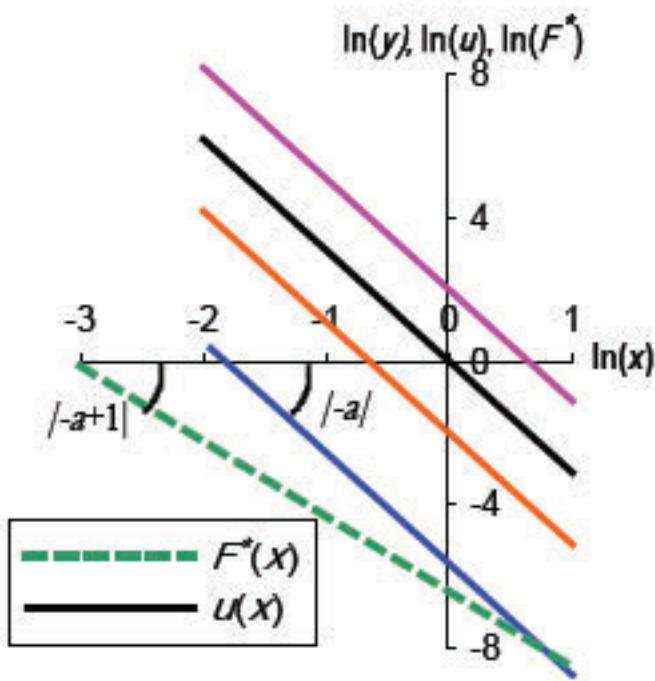
$$\omega(x_1, y_1, x_2, y_2) = \frac{\ln y_2 - \ln y_1}{\ln x_2 - \ln x_1}. \quad (4.44)$$

Для того, чтобы доказать утверждение о том, что функция ω является кратным двойным инвариантом группы S^* , необходимо выполнить проверку соблюдения условия инвариантности функции при действии на нее расширенной группы $(2S^*)$. Для этого следует убедиться, что результат действия инфинитезимального оператора $2S^* L$ на функцию приводит к тождественному нулю. Это означает, что, выполнив действие по нахождению частных производных, соответственные члены выражения взаимно сократятся. Проделаем эти вычисления:

$$\begin{aligned} 2S^* L \omega &= \left\{ x_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + (b+1)y_1 \frac{\partial}{\partial y_1} + x_2 \frac{\partial}{\partial x_2} + (b+1)y_2 \frac{\partial}{\partial y_2} \right\} \left(\frac{\ln y_2 - \ln y_1}{\ln x_2 - \ln x_1} \right) = \\ &= \{(\ln y_2 - \ln y_1)(\ln x_2 - \ln x_1)^{-2}\} + \{-(b+1)(\ln x_2 - \ln x_1)^{-1}\} + \\ &\quad + \{-(\ln y_2 - \ln y_1)(\ln x_2 - \ln x_1)^{-2}\} + \{(b+1)(\ln x_2 - \ln x_1)^{-1}\} \equiv 0. \end{aligned} \quad (4.45)$$

Что геометрически означает найденный двойной инвариант $b+1$ кумулятивного распределения, выраженного через функцию F^* ? Это коэффициент наклона билогарифмических прямых, который определен в отрицательном направлении к оси абсцисс, и его простое определение через

координаты двух точек на одной билогарифмической орбите дается выражением (4.44). На рис. 4.3 приведены графики степенных распределений спектров отражений пшеницы в билогарифмических координатах.



$b = -a$ – кратный двойной инвариант группы S , $b+1=|-a+1|$ – кратный двойной инвариант группы S^* симметрии кумулятивного распределения

Рис. 4.3. Графики функций плотности степенного распределения в терминах функции $u(x) = Cx^{-3.1}$ и кумулятивной функции $F^*(x) = C_1 x^{-2.1}$ в билогарифмических координатах для спектров отражений пшеницы как орбиты групп S и S^* соответственно

На графиках иллюстрируется в билогарифмических координатах выражение степенного закона распределения через функцию плотности $u(x)$ и через кумулятивную функцию F^* , показано их соответствие орбитам $y(x)$ однопараметрических групп преобразований. Коэффициент наклона $b+1$ билогарифмической орбиты группы S^* на единицу отличается от значений двойного кратного инварианта b группы S распределений, заданных через функцию плотности $u(x)$. Инвариант $b+1$ (наклон прямой) общий для всех

бигографических орбит группы, и, следовательно, является характеристикой всего интегрального многообразия (4.42) системы. Он не зависит от условий нормировки, выбора масштаба и мало подвержен флуктуации освещенности, так как кумулятивная функция $F^*(x)$, также как и функция плотности, содержит в своей записи однородную функцию (4.22).

Графиками рис. 4.3 иллюстрируются основные отличия в соотношениях между разными формами описания степенных распределений. Создаваемый численный метод должен быть хорошим приближением к этим теоретическим зависимостям. Как уже отмечалось выше, при обработке спектrogramм расчет кумулятивной функции F^* должен выполняться в соответствии с дискретной формулой (4.35) ее построения.

Для построения дискретного приближения кумулятивной функции распределения следует выполнить следующую последовательность действий:

Шаг 1. Представить коэффициенты спектральных интенсивностей (КСО или КСЯ) в целых числах, согласуясь с точностью их измерений гиперспектральной аппаратурой. Такая форма представления спектральных интенсивностей корректна в силу масштабной инвариантности степенных распределений.

Шаг 2. Реализовать вычисления расчета кумулятивной функции F^* в соответствии с дискретной формулой (4.35) ее построения:

$$F^*(x) \approx P(X \geq x) = \sum_{x_i \geq x} P(X = x_i).$$

Эта формула предусматривает:

a) Вычисления статистических вероятностей для всех зафиксированных спектральных интенсивностей анализируемого участка поверхности $p_i = P(X = x_i)$, где $X: x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$ – ряд распределения дискретных значений случайной величины X (спектральной интенсивности), упорядоченный в порядке возрастания значений; p_i – статистические вероятности x_i значений.

б) Положить текущее значение $x = x_1$ и подсчитать сумму вероятностей

$$\sum_{i=1}^n p_i = F^*(x_1). \quad (4.46)$$

Это значение кумулятивной функции для спектральной интенсивности x_1 . На следующем шаге производится вычисление значения функции для спектральной интенсивности x_2 :

$$\sum_{i=2}^n p_i = F^*(x_2).$$

Последовательность этих действий продолжается до вычисления значения функции для последнего максимального элемента упорядоченного ряда спектральных интенсивностей

$$\sum_{i=n}^n p_i = p_n = F^*(x_n).$$

Шаг 3. Все вычисленные дискретные значения кумулятивной функции располагаются в пределах точности на орбите группы симметрии S^* . Логарифмы спектральных интенсивностей $\log(x_i)$ и логарифмы значений кумулятивной функции $\log(F^*(x_i))$ располагаются на билогарифмической орбите группы симметрии S^* , которая выражается функционально линейной зависимостью и график которой есть прямая линия.

Шаг 4. Контроль погрешности дискретного построения орбиты выполняется по среднеквадратическому отклонению от линейной функции (прямой линии на графике орбиты). Оценить, насколько хорошо экспериментальные точки ложатся на построенную методом наименьших квадратов или с помощью линейной регрессии прямую линию, можно и чисто визуально. Но лучше получить некоторую количественную оценку. Оптимальной количественной оценкой (при отсутствии в данных промахов) является стандартная погрешность, равная среднеквадратическому расстоянию от точек данных до прямой. Если линейная регрессия

рассчитывается по методу наименьших квадратов, то для нахождения стандартной погрешности используется встроенная функция «Mathcad» `stderr(x,y)`, где x и y — векторы данных.

Шаг 5. По абсолютному значению коэффициента наклона прямой $|b + 1|$ билогарифмической орбиты группы S^* определяется искомый модуль кратного двойного инварианта спектра отражений $|b|$, который принимается за информативный признак.

Реализация вычислений кумулятивной функции непосредственно по формуле (4.35) подробно рассмотрена выше как последовательность действий шага 2. Последовательность действий требует больших затрат компьютерного времени, содержит многочисленные операции деления и последующего суммирования больших массивов данных. Так, например, если сканирующее окно гиперспектрального изображения выбрать размером $32 \cdot 32 = 1024$ пикселя при анализе спектральной яркости в 100 каналах прибора и квантования яркости на 256 уровней (8 двоичных разрядов аналого-цифрового преобразователя), то информационный куб уже будет включать $26214400 \approx 26 \cdot 10^6$ чисел. Последующее продвижение сканирующего окна и последовательная многократная статистическая обработка всего гиперспектрального изображения, которое покрывается не одной тысячью окон, заставляет искать более эффективные реализации вычислений кумулятивной функции распределения. Приведенную (см. шаг 2) схему вычислений кумулятивной функции следует рассматривать как обоснование и пояснение принципа реализации вычислений методом кратного двойного инварианта.

4.5.7. Описание численного метода

В состав численного метода идентификации информативных признаков спектров способом кратных инвариантов группы симметрии включается

эффективная вычислительная процедура расчета графика кумулятивной функции и орбит группы. Процедура известна как построение диаграммы ранг-частота, была применен Цифом (G.K. Zipf) в 1949 г. для подсчета частоты слов в тексте [110]. Ниже в пунктах А, Б приводится адаптированная версия процедуры построения ранг-частотной диаграммы, которая ориентирована на обработку гиперспектральных изображений с целью построения орбит группы симметрии гиперспектра.

Описание численного метода идентификации удобно провести на примере наиболее точного мезоскопического уровня исследований спектров отражений лиственного покрова (см. подраздел 2.3) и далее его верификация распространяется на дистанционный гиперспектральный макроскопический уровень. Полный текст вычислительного метода идентификации, в терминах системы компьютерной математики MathCAD, пример и результаты вычислений приведены в приложении А.1. В качестве примера, на котором излагается процедура метода, используются данные контактного спектрометрирования 16 листьев ясения с Восточно-Калиновской площади залежи нефти. Набор данных упорядочен по показаниям GPS и рассматривается как кадр ГСИ (см. подраздел 1.2 Формирование гиперспектральных изображений).

Рассмотрим фрагмент кадра изображения, состоящего из n пикселей, для каждого из которых рассматривается m спектральных интенсивностей, представленных в целых числах. Примером такого представления гиперспектрального изображения может служить табл. 3.1, в которой вещественные значения КСО следует заменить масштабными целыми числами. На рис. 4.4 приведен фрагмент графического представления изображения гиперспектральной съемки, состоящий из $n=16$ пикселей, каждый из которых содержит $m=351$ спектральных интенсивностей (КСО) видимого диапазона ($400 \div 750$ нм) со спектральной точностью в 1 нм. Общее количество спектральных интенсивностей (некоторые из которых повторяются), рассматриваемого фрагмента составляет $L=n \cdot m=5616$ значений.

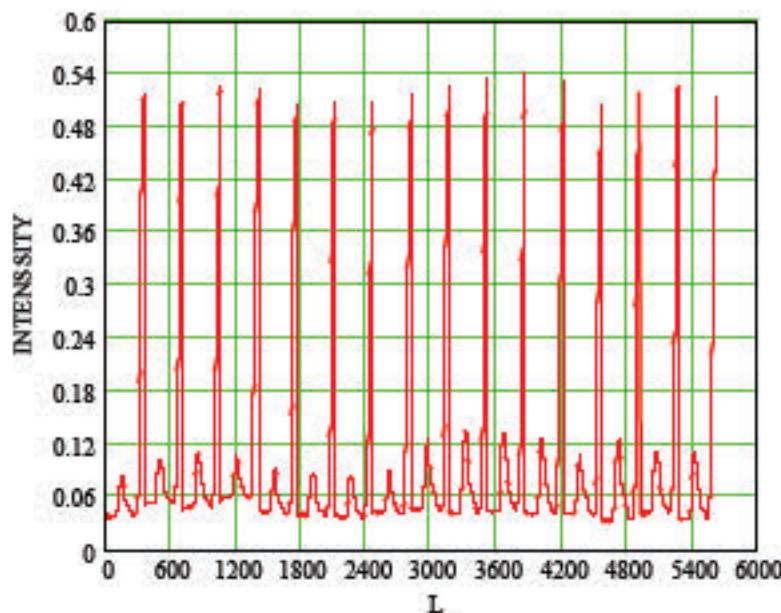


Рис. 4.4. Фрагмент графического представления изображения гиперспектральной съемки из 16 пикселей, общее количество спектральных интенсивностей (КСО) фрагмента $L = 5616$ значений

Построение ранг-частотной диаграммы кумулятивного распределения состоит в следующем:

А. Ранжирование целочисленных значений спектральных интенсивностей. Для этого каждому целочисленному значению интенсивности, расположенному в порядке убывания, приписывается номер элемента упорядоченного массива – ранг. Всего $m \cdot n$ рангов. Для одинаковых чисел ранги различные. Результатом ранжирования является упорядоченный по убыванию интенсивностей двумерный массив (обозначение RR^T) значений интенсивностей и приписанных к ним рангов.

Б. Из массива RR^T удаляются элементы, содержащие одинаковые числа, выражющие значения интенсивности. Удаляются также и приписанные к этим числам ранги. Остается только один представитель данного числа с максимальным рангом числа. Выполнением пунктов А, Б действие ранг-частотной процедуры заканчивается.

На рис. 4.5 приведен поясняющий пример результата выполнения пунктов А, Б.

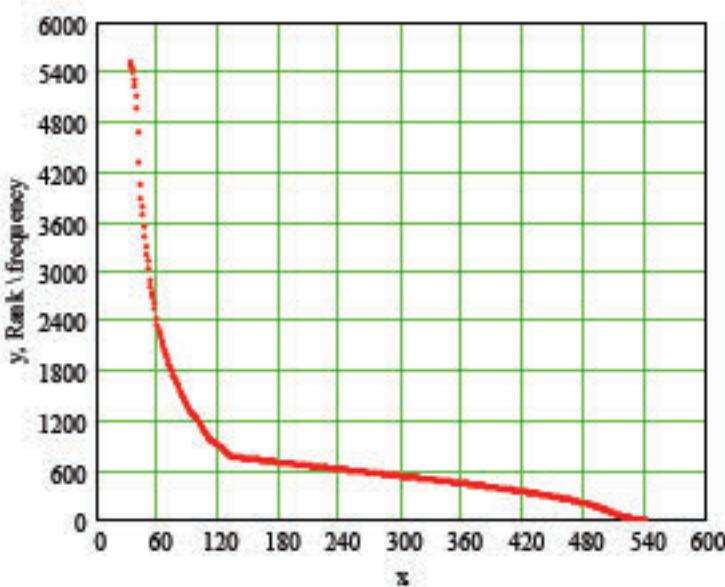
$$RR^T = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ \hline 1 & 1 & 2 & 3 & 4 & 6 & 8 & 11 & 14 & 15 & 18 \\ \hline 2 & 539 & 538 & 536 & 535 & 533 & 531 & 530 & 528 & 527 & 526 \\ \hline \end{array}$$

$$RR^T = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline & 435 & 436 & 437 & 438 & 439 & 440 & 441 & 442 & 443 & 444 & 445 \\ \hline 1 & 4309 & 4682 & 4964 & 5107 & 5251 & 5360 & 5468 & 5503 & 5518 & 5573 & 5616 \\ \hline 2 & 41 & 40 & 39 & 38 & 37 & 36 & 35 & 34 & 33 & 32 & 31 \\ \hline \end{array}$$

Рис. 4.5. Результат вычислений рангов спектральных интенсивностей растительного покрова

Массив RR^T содержит 2 строки и 445 столбца, на рис.4.5 приведены 10 начальных столбцов массива и его завершающая часть. В первую строку массива сведены ранги чисел. В строке 2 расположены по убыванию значения спектральных яркостей всех пикселей анализируемого участка гиперспектрального изображения. Всего в массиве после выполнения пункта А насчитывалось 5616 значений спектральных интенсивностей, и все они упорядочены по убыванию, максимальная интенсивность соответствует числу 539, минимальная – 31. После исключения из массива повторяющихся чисел интенсивностей (выполнен пункт Б) с приписанными им рангами, в массиве осталось 445 значений интенсивностей и соответствующих им рангов. Частоту, с которой встречается каждое число интенсивностей в анализируемом фрагменте, можно определить по разности значений в последовательности рангов. Так числа 539, 538, 536, 535 встречаются только один раз, интенсивность со значением 533 встречается $6-4=2$ раза, а интенсивность со значением 38 встречается $5107-4964=143$ раза, и т.д. Это абсолютные частоты чисел спектральных интенсивностей фрагмента изображения. Следовательно, ранг числа x определяет сумму частот для всех предыдущих значений x_i , больших или равных x , $x_i \geq x$. Таким образом, ранг

числа – это накопленная (кумулятивная) частота, представленная в дискретных отсчетах. График такой функции представляет собой диаграмму ранг-частота. Если обозначить значения рангов через y , значение интенсивности – через x , то элементы массива RR^T задают множество точек с координатами (x, y) и определяют орбиту группы симметрии S^* . Пример построения начального приближения к орбите группы симметрии S^* по процедуре построения диаграммы ранг-частота приведен на рис. 4.6.



x – целочисленные значения спектральной интенсивности отражений,

y – абсолютная частота, равная рангу интенсивностей

Рис. 4.6. Пример построения начального приближения орбиты группы симметрии S^* по процедуре построения диаграммы ранг-частота

Если считать частоту чисел спектральной интенсивности в относительных долях, то каждое число, которое встречается только один раз, имеет относительную частоту $1/5616=0,17806\times10^{-3}$ (точность вычислений 8 цифр, на печати – 6 цифр), число интенсивности 38 соответствует относительной частоте $143/5616$. Относительная частота, с которой встречаются числовые значения интенсивности, – это статистическая вероятность. На рис. 4.7 приведен результат вычислений накопленной относительной частоты.

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | |
|--------------------|---|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| TRR ^T - | 1 | 0.00018 | 0.00036 | 0.00053 | 0.00071 | 0.00107 | 0.00142 | 0.00196 | 0.00249 | 0.00267 |
| | 2 | 539 | 538 | 536 | 535 | 533 | 531 | 530 | 528 | 527 |

| | 437 | 438 | 439 | 440 | 441 | 442 | 443 | 444 | 445 | |
|--------------------|-----|--------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|----|
| TRR ^T - | 1 | 0.8839 | 0.90937 | 0.93501 | 0.95442 | 0.97365 | 0.97988 | 0.98255 | 0.99234 | 1 |
| | 2 | 39 | 38 | 37 | 36 | 35 | 34 | 33 | 32 | 31 |

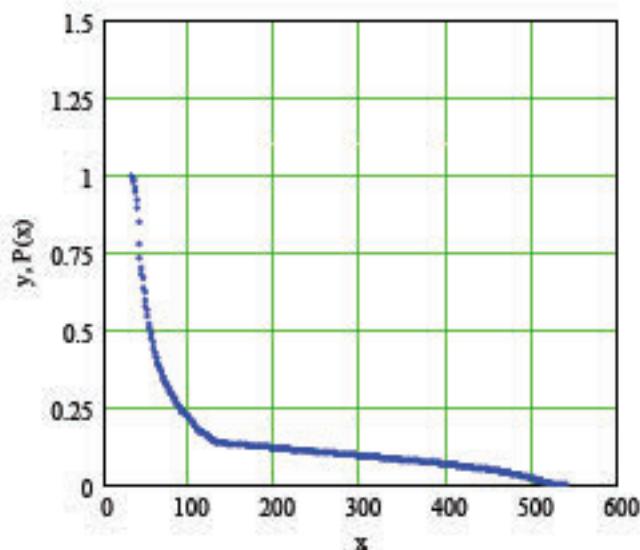
Рис. 4.7. Результат вычислений примера определения в относительных долях рангов спектральных интенсивностей растительного покрова. Кумулятивное распределение частот (вероятностей)

Каждому текущему значению спектральной интенсивности x , которое расположено в строке 2 массива TRR^T, приписан ранг (строка 1 массива), который равен сумме

$$F^*(x) \approx P(X \geq x) = \sum_{x_i \geq x} P(X = x_i)$$

относительных частот (статистических вероятностей) для всех значений x_i , которые больше или равны текущему значению x . Следовательно, реализовано дискретное вычисление кумулятивного распределения частот (вероятностей). Кумулятивная функция $F^*(x)$ представлена массивом дискретных значений, строка 1 массива – значения функции, строка 2 массива – значения аргумента. По дискретным значениям кумулятивной функции строится график функции кумулятивного распределения относительных частот (рис. 4.8), который, также как и график на рис. 4.6, является начальным приближением к одной из орбит группы симметрии S^* .

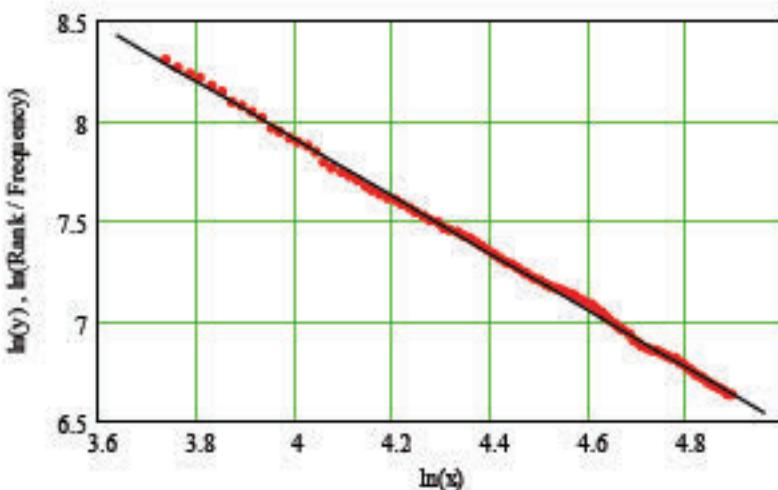
По графикам на рис. 4.6, рис. 4.8 диаграмм можно заключить, что начальное приближение к степенному закону неудовлетворительно. В соответствии с требованием Т2, численный метод определения информативных признаков в спектрах предусматривает программные средства поиска диапазонов длин волн и симметрий, для которых наблюдаются степенные распределения.



x – целочисленные значения спектральной интенсивности отражений,
 $y, P(x)$ – относительная частота (вероятность), равная относительным
рангам интенсивностей

Рис. 4.8. Пример построения начального приближения орбиты группы симметрии S^* по процедуре построения кумулятивной функции распределения ранг-частота. График кумулятивного распределения относительных частот (вероятностей)

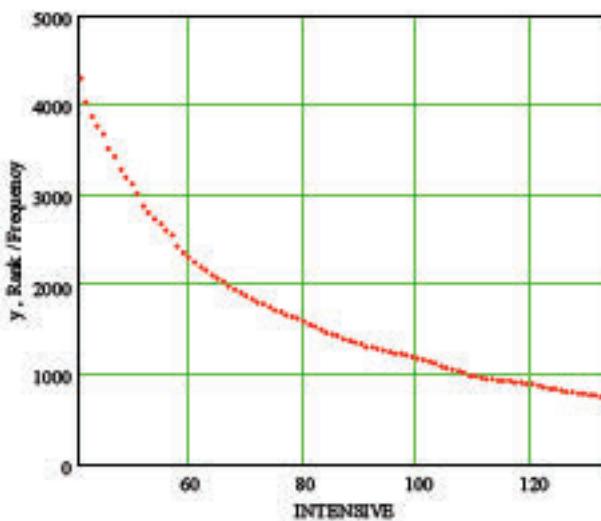
Основным критерием оценки отклонений от степенных распределений при поиске симметрии спектра является отклонение графика кумулятивной функции в билогарифмических координатах от прямолинейного. Предусмотрены программные средства визуального контроля этих отклонений (см. приложение А.1). На рис. 4.9 приведен график билогарифмической орбиты группы симметрии S^* кумулятивного распределения (прямая линия) и рассчитанные по синтезированному гиперспектральному снимку дискретные значения кумулятивной функции, выраженной в абсолютных частотах. Стандартная погрешность, равная среднеквадратическому расстоянию от точек данных до прямой, составила 0,01689.



$\ln(x)$ – логарифмы целочисленные значения спектральной интенсивности отражений, $\ln(y)$ – логарифмы абсолютной частоты

Рис. 4.9. Завершающий этап построения билогарифмической орбиты группы симметрии S^* по диаграмме ранг-частота. Стандартная погрешность 0,0169. Частота представлена в абсолютных значениях

На рис. 4.10 приведено дискретное представление орбиты группы симметрии S^* кумулятивного распределения в натуральном масштабе.



x – целочисленные значения спектральной интенсивности отражений,
 y – абсолютная частота, равная рангу интенсивностей

Рис. 4.10. Завершающий этап построения орбиты группы симметрии S^* по диаграмме ранг/частота. Частота представлена в абсолютных значениях

На рис. 4.11, рис. 4.12 приведены графики кумулятивного распределения вероятностей в билогарифмических и нормальных координатах соответственно. Эти графики являются хорошим приближением к орбите группы симметрии кумулятивного распределения. Они отличаются от графиков на рис. 4.9, рис. 4.10 только нормировкой.

На рис. 4.9 – рис. 4.12 около 100 расчетных точек орбиты группы симметрии кумулятивного распределения, по которым с высокой точностью определяется орбита. Это позволяет вычислить кратный двойной инвариант кумулятивного распределения как коэффициент наклона билогарифмической орбиты группы симметрии S^* .

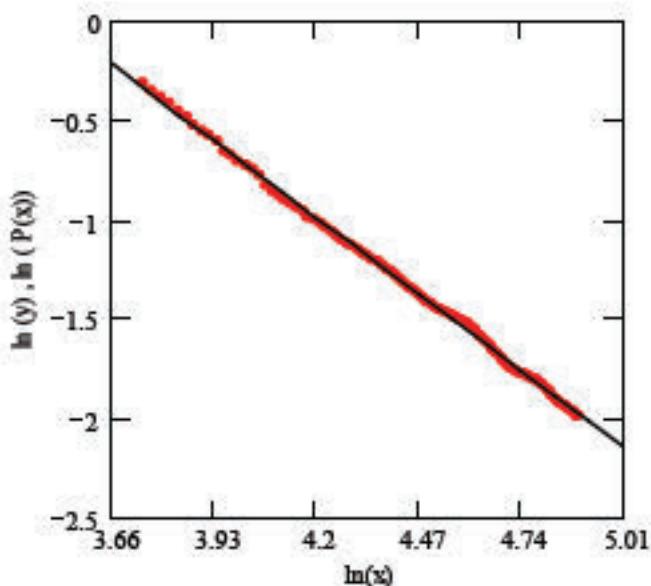


Рис. 4.11. Завершающий этап построения билогарифмической орбиты группы симметрии S^* по диаграммы ранг-частота. Стандартная погрешность 0,0169. Частота представлена в относительных значениях

Кратный двойной инвариант симметрии кумулятивного распределения спектров отражений может быть вычислен, в соответствии с выражением (4.44), по любым двум найденным точкам на билогарифмической орбите. Однако, имея в своем распоряжении множество точек, со стандартной допустимой погрешностью, приближающих их к орбите, рациональнее

использовать метод наименьших квадратов для нахождения коэффициента наклона прямой билогарифмической орбиты.

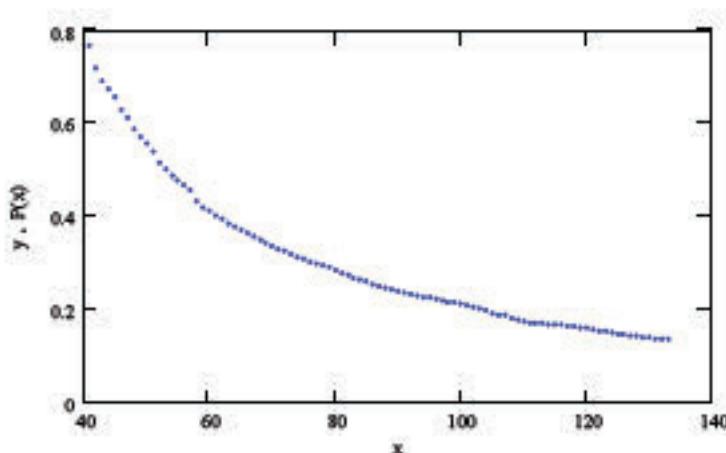


Рис. 4.12. Завершающий этап построения орбиты группы симметрии S^* по диаграмме ранг/частота. Частота представлена в относительных значениях. Стандартная погрешность 0,0169

Альтернативно, по этому же методу, например в терминах компьютерной математики системы MathCAD, может быть выполнено построение линейной регрессии. Продолжим рассмотрение примера определения информативных признаков в спектрах способом кратных инвариантов группы симметрии. Кратный инвариант $b+1$ симметрии кумулятивного распределения равен $b+1 = -1,4279$, был подсчитан по уравнению регрессии в системе MathCAD. Стандартная погрешность, которая вычислялась как среднеквадратическое расстояние от расчетных точек до прямой средствами той же системы, составила 0,0169.

По найденному двойному инварианту группы симметрии $b+1 = -1,4279$ кумулятивного распределения находится искомый двойной инвариант группы S , $b = -1 - 1,4279 = -2,4279$. Следовательно, показатель степенного распределения $a = -b = 2,4279$ может быть представлен и так $a = |b| = |-2,4279| = 2,4279$. Учет погрешности вычислений позволяет считать, что значения параметра определены с точностью до двух цифр после

десятичной запятой. Для обозначения точности, с которой выполнены вычисления, используем стандартную форму записи $a = 2,42(2)$. Именно это численное значение a имеет информативный признак рассмотренного спектра.

Одновременно с описанием численного метода идентификации распределений и определения инвариантов был получен важный результат, а именно: в видимом диапазоне, распределения спектров отражений лиственных покровов отвечают степенному закону. В рассмотренном выше примере, степенной вид распределения (распределение Ципфа-Парето) спектра отражений, был получен при проведении высокоточного контактного спектрометрирования листьев ясения. Полная информация о результатах приведена в приложении А.1. Следует отметить, что степенной характер распределений также четко фиксируется для лиственных покровов березы, липы, дуба.

4.6. Применение и верификация непрерывно-групповой модели в задачах поиска залежей углеводородов

4.6.1. Постановка задачи и условия эксперимента

Для верификации индикаторного признака, за который принимается кратный двойной инвариант группы симметрии спектральных распределений, а также непрерывно-групповой модели и метода цифровой обработки для высокоточных гиперспектральных изображений, рассматривается задача определения районов залежей углеводородов. Основные положения использования фитоиндикационных свойств растений и спектров отражений, для характеристики факторов среды произрастания растений, были рассмотрены в подразделе 1.7. Известно, что спектр отражения растений претерпевает изменения над залежью даже при глубоком залегании углеводородов. Месторождения содержат геологические разломы и характеризуются как патогенные зоны, в которых наблюдаются изменения в биохимическом составе почвы и растений. Результаты исследований влияния просачивания подземных газоподобных углеводородов на спектры отражений

растительности достаточно широко представлены в публикациях и являются предметом активного обсуждения на конференциях и симпозиумах [1, 4, 39, 86, 111, 112]. Повышенный интерес к этой проблеме объясняется теми новыми возможностями, которые открывает гиперспектральное дистанционное зондирование, в связи с поиском перспективных на наличие нефти и газа, включая и сланцевый газ, территорий. Аномальные концентрации природного газа в грунте могут быть также вызваны дефектами в подземных газопроводах и хранилищах.

Одновременно с проведением верификации метода и модели решается прикладная задача поиска залежей углеводородов недеструктивными методами ДЗЗ. Решение этой задачи представляет большой практический интерес, который обусловлен возможностью значительного снижения стоимости геологоразведочных работ, повышением уровня их достоверности, а также снижением экологического ущерба территориям, связанного с проведением поисковых буровых работ. Следует, однако, заметить, что это всего лишь один из дополнительных поисковых методов, который призван повысить достоверность прогнозных оценок перспективности территорий.

Ниже приводится общее описание принятой в работе схемы верификации, которая включала:

1. Выбор тестового участка с гомогенной растительностью, содержащего залежь углеводорода;
2. Формирование гиперспектрального изображения растительности данного тестового участка;
3. Цифровую обработку изображения тестового участка по методу кратных инвариантов симметрии спектров с целью определения границ залежи.

Верификация метода цифровой обработки гиперспектрального изображения призвана подтвердить или опровергнуть эффективность применения основных положений непрерывно-групповой модели симметрии,

выполняется в следующей последовательности.

3.1. Спектр каждого пикселя гиперспектрального изображения растительного покрова характеризуется степенным законом распределения с функцией плотности вида $u(x) = Cx^{-a}$, $a > 0$, где x – интенсивность отраженного светового потока. Степенной показатель a , численно равный модулю кратного двойного инварианта $a = |b|$ группы симметрии S распределений спектра, в общем случае, различен для разных пикселей. Численное значение инварианта $|b|$ рассматривается как индикаторный признак состояния растительного покрова с площади, равной проекции пикселя изображения.

3.2. Для каждого пикселя гиперспектрального изображения анализируемой территории с гомогенной растительностью рассчитывается (см. пункт 4.5.7) определенное численное значение модуля инварианта $|b|$, которое и приписывается данному пиксели.

3.3. Выполняется жесткая пороговая бинарная сегментация участка изображения по вычисленным значениям инварианта. Распределения плотностей вероятностей инвариантов для каждого класса (1 – «зона воздействия углеводорода на растения», 2 – «зона, чистая от воздействия углеводорода на растения») унимодальные, т.е. каждый содержит по одному пику, которые хорошо регистрируются при анализе гистограмм или полигона частот и легко разделяются порогом сегментации. Общая картина вероятностного распределения на участке бимодальная.

3.4. Разделение изображения по пороговому значению инварианта $|b^*|$ позволяет представить сегментацию в удобной для визуального восприятия форме – в виде уровней черного и белого, произвести разметку карты с помощью отнесения всех ее точек к этим двум классам, иными словами – выполнить селекцию изображения.

Отисание тестового участка. Верификация проводилась на тестовом участке Глебовского месторождения (Крым) природного газа. Краткое

описание месторождения приводится по данным работы [86]. Размеры месторождения по изогипсе 1090 м составляют $5,5 \times 2$ км с амплитудой поднятия 210 м, толщина покрытия над залежью около 70 м. С 1993 г. по настоящий момент месторождение эксплуатируется в режиме подземного хранилища газа с запасом около 388,6 млн. куб. м. В момент проведения гиперспектральной съемки над подземным хранилищем и за его пределами располагалось поле пшеницы, находящейся в фазе вегетации. Контуры залежи хорошо определены, что делает обоснованным использование этого участка в качестве тестового полигона.

Условия съемки. Гиперспектральная дистанционная съемка пшеницы была проведена спектрорадиометром ASD FieldSpec® 3FR в диапазоне электромагнитного излучения 350–2500 нм со спектральным разрешением 1 нм, проекция пикселя на поверхность съемки составила 0,15 м. Для исследований отражающих оптических свойств растений и их реакции на воздействие залежи газа, спектральный диапазон измерений был ограничен. Верификация проводилась отдельно для двух диапазонов гиперспектральных отражений: 400–749 нм, 400–724 нм. Таким диапазонам измерений соответствовало 350 и 325 спектральных каналов прибора, в которых определены значения векторов интенсивности спектрального отражения. Маршрут съемки проходил вдоль линии, пересекающей границу залежи газа. В окрестности каждой контрольной точки маршрута проводилось 4 измерения, то есть определялось 4 пикселя гиперспектрального изображения вдоль маршрута. В рассмотрение было принято 16 контрольных точек маршрута, расстояние между которыми составляло примерно 100 м. Граница подземного газохранилища известна и проходит между 8 и 9 точками маршрута. Таким образом, было подготовлено $16 \times 4 = 64$ гиперспектральных измерений спектра отражений пшеницы, полученных в результате дистанционного зондирования. Участок с 1 по 8 точку маршрута располагался вне границы хранилища газа, с 9 по 16 точку маршрут проходит над подземным хранилищем газа.

Как уже отмечалось выше, обработка данных и верификация проводилась отдельно для каждого из двух диапазонов. При выборе диапазонов, кроме очевидных соображений физиологии усвоения растениями энергии ближнего ультрафиолетового и видимого диапазонов, принимались во внимание следующее. Известны результаты исследований на Глебовском подземном хранилище газа информативных признаков его просачивания по спектрам отражений растительности. Результаты такой обработки данных гиперспектрального зондирования опубликованы в работе [86]. В качестве информативных признаков предложено использовать вегетационный индекс позиции красного края REP и индекс хлорофилла TCI. Для вычисления этих индексов использованы формулы, в состав которых входят значения спектрометрических коэффициентов отражений на длинах волн 742 нм, 754 нм, 783 нм

$$REP = 701 + 41 \frac{(\bar{R} - R(701))}{(R(742) - R(701))}, \quad (4.47)$$

$$\bar{R} = \frac{R(671) + R(783)}{2},$$

$$TCI = \frac{R(754) - R(708)}{R(708) - R(681)}, \quad (4.48)$$

где $R(\lambda)$ – значение спектрометрического коэффициента отражений на длине волны λ . С целью дистанцироваться от этих индексов и показать, что верифицируемый метод основан на принципиально других положениях, а именно – симметрии, перечисленные выше длины волн исключены из рассмотрения. Это обусловило верификацию метода в диапазоне 400–724 нм. Следует также отметить, что верификация была выполнена на том же экспериментальном материале дистанционной съемки, что и в работе [86].

4.6.2. Вычисление инвариантов распределений спектров

Дистанционным зондированием 16 областей участков (точек) маршрута, по 4 измерения на точку, было получено 64 спектограммы отражений

растительности со спектральным разрешением 1 нм. Результаты зондирования сводятся в спектрометрическую матрицу, которая интерпретируется как кадр гиперспектрального изображения (см. рис. 1.3 подраздела 1.2). Общая протяженность маршрута около 1,5 км, расстояние между точками маршрута около 100 м. Ширина маршрутной линии определялась шириной захвата участка приемной камерой прибора 0,15 м.

Предварительный анализ графиков спектральных отражений (рис. 4.13) показал, что в большей части видимого диапазона 400 – 724 нм (325 спектральных каналов) имеет место тесное переплетение спектральных кривых участков, расположенных над залежью, со спектральными кривыми участков находящихся вне залежи (фоновый спектр). При расширении правой границы спектра в направлении инфракрасного излучения происходит разделение спектральных кривых от фоновых значений.

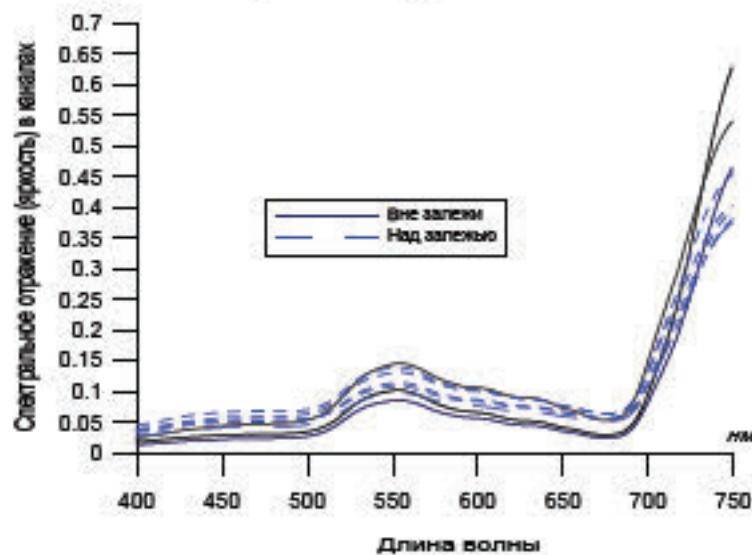


Рис. 4.13. Графики спектральных отражений гомогенной растительности в диапазоне 400–760 нм. Глебовское месторождение газа

На уровнях выше 724 нм разница в значениях спектральной интенсивности отражений, по мнению автора, связана с отражением от почвы, которое значительно меньше в районе залежи, что может быть признаком увеличения зеленой биомассы и уменьшением межрядковых просветов между посевами. Однако этот показатель не характеризует отражательную способность

поверхности растительного покрова и может испытывать большие флуктуации в зависимости от межрядковых расстояний посевов. Поэтому верификация метода проводилась в 2-х диапазонах отдельно.

В первом случае в рассмотрение принимался спектральный диапазон 400–724 нм. Для этого случая на рис. 3.14 приведены кривые спектральных отражений 64 дистанционных гиперспектральных измерений на маршруте, с последовательной нумерацией N задействованных каналов прибора приведены на рис. 4.14, $N_{\max} = 325 \times 64 = 20800$.

Во втором случае в рассмотрение принимался спектральный диапазон 400–749 нм. Последовательная нумерация N задействованных каналов прибора на 64 пикселях составляла $N_{\max} = 350 \times 64 = 22400$ каналов.

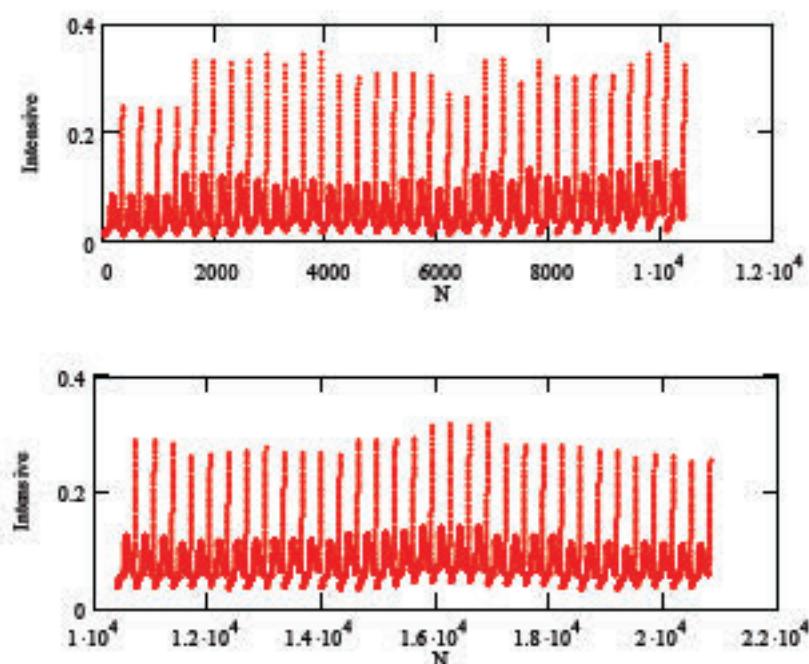


Рис. 4.14. Кривые спектральных отражений растительности 64 дистанционных гиперспектральных измерений на маршруте. Глебовское месторождение, диапазон 400–724 нм, $N_{\max}=20800$ спектральных значений

На рис. 4.15, 4.16 приведены графики частотных распределений спектров отражений растительности для всех 64-х пикселей гиперспектральной съемки вдоль маршрута обследования территории.

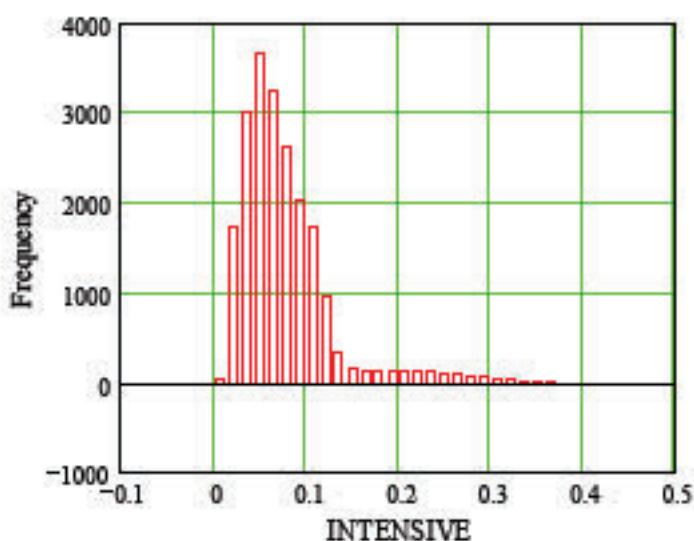


Рис. 4.15. Гистограмма частотного распределения спектров отражений растительности по всему маршруту (в 64 гиперпикселях). Глебовское месторождение, диапазон 400–724 нм

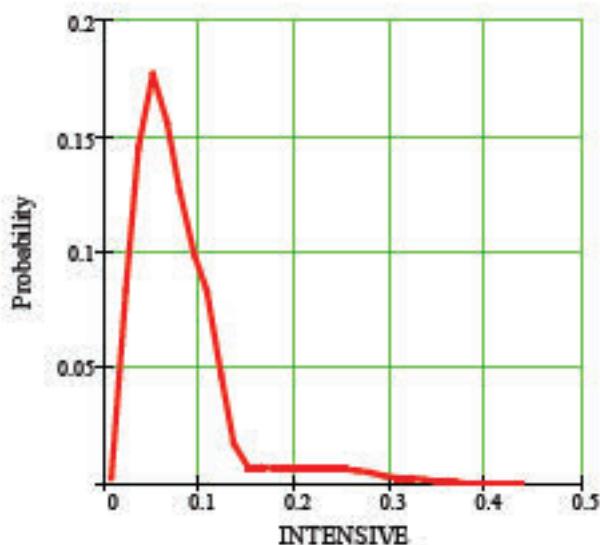


Рис. 4.16. График распределения вероятностей спектральных интенсивностей отражений растительности по всему маршруту (в 64 гиперпикселях). Глебовское месторождение, диапазон 400–724 нм

Графики на рис. 4.15, 4.16 демонстрируют резко скошенное начало и толстый хвост с лептоэкссесом. Форма графиков позволяет характеризовать распределение как приближение к степенному распределению.

Привычное представление видеоданных результатов гиперспектральной

съемки – это 3-х мерный гиперкуб спектральных яркостей, в котором к двум пространственным координатам добавлена четвертая – спектральная (см. подраздел 1.2). Такое представление видеоданных на экране монитора в градациях яркости не воспроизводится. Однако, воспроизведение изображения возможно вдоль маршрута съемки. Для этого вторая пространственная координата заменяется спектральной, а интенсивность спектрального отражения переводится в градации яркостей. На рис. 4.17 приведен пример представления гиперспектрального изображения одной контрольной точки маршрута, включающей 4 спектrogramмы. Каждая спектrogramма (рис. 4.13, 4.14) взаимнооднозначна одному гиперспектральному пикселю рис. 4.17, в котором спектральные интенсивности переведены в градации серого.

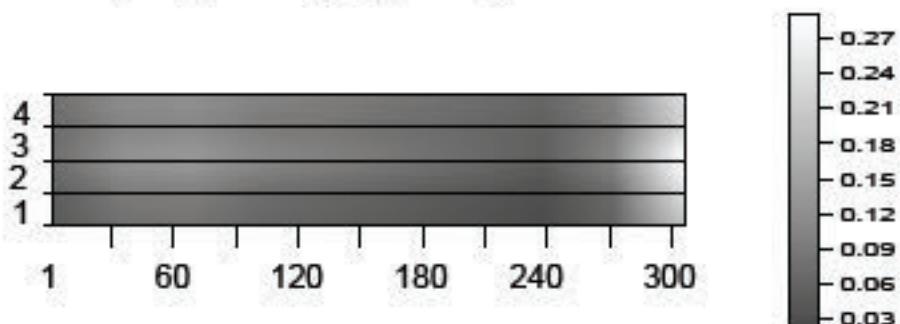


Рис. 4.17. Гиперспектральное изображение 4-х пикселей 1-й точки маршрута. Съемка в диапазоне 400-724 нм, номера каналов 1–325 (по горизонтальной оси)

Всё синтезированное изображение гиперспектральной съемки трассы состоит из 16 фрагментов, аналогичных приведенному на рис. 4.17.

Для выполнения сегментации участков изображения и, соответственно, данных гиперспектрального зондирования применялся численный метод определения кратных инвариантов групп симметрии для каждого пикселя изображения. Для этого по спектrogramме каждого пикселя (рис. 4.18) вычислялась билогарифмическая орбита группы симметрии кумулятивной функции распределения (рис. 4.19), со стандартной

погрешностью, не превышающей 0,025. Описание хода верификации проводится на примерах, соответствующих спектральному диапазону данных, 400–749 нм. Примеры верификации диапазона 400–724 нм приведены как результат работы компьютерной программы в приложении А.2.

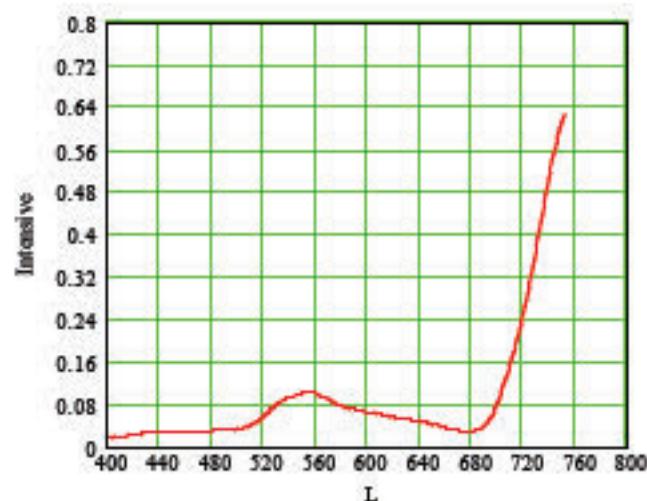


Рис. 4.18. График интенсивности спектра отражений (L нм) для 10-го пикселя трассы, диапазон 400–749 нм

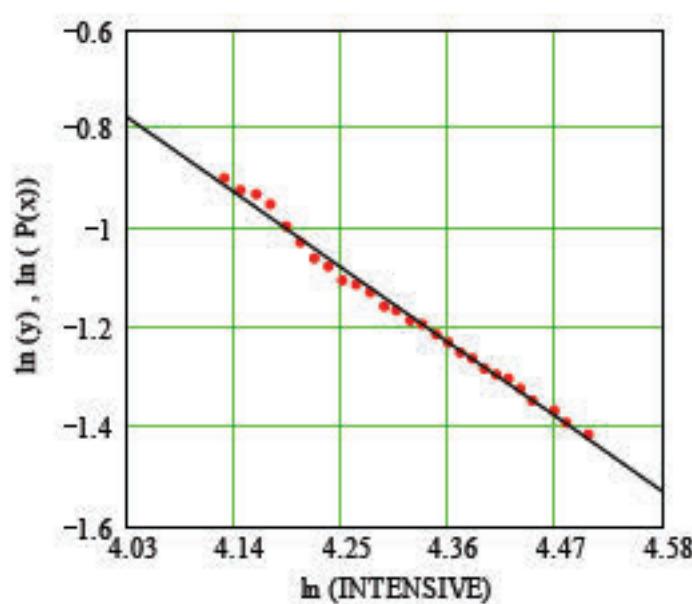


Рис. 4.19. График орбиты группы симметрии вероятностного кумулятивного распределения и дискретные значения кумулятивной функции в билогарифмических координатах для 10-го пикселя, диапазон 400–749 нм

Далее по значению коэффициентов наклона ($b + 1$) билогарифмических орбит кумулятивных функций определялись значения кратных двойных инвариантов b групп симметрии функций плотности распределения. Численное значение модуля $|b|$ – это индикаторный признак, который приписывался каждому пикселью изображения. Соответственно, каждая спектrogramма пикселей заменялась одним численным значением индикаторного признака $|b|$. Полная информация по вычисленным значениям индикаторных признаков, которые равны модулям кратных двойных инвариантов $|b|$ симметрии спектров, а также значениям стандартной погрешности E , для 64 гиперспектральных пикселей, приведены в табл. 1.А, табл. 2.А приложения А.2.

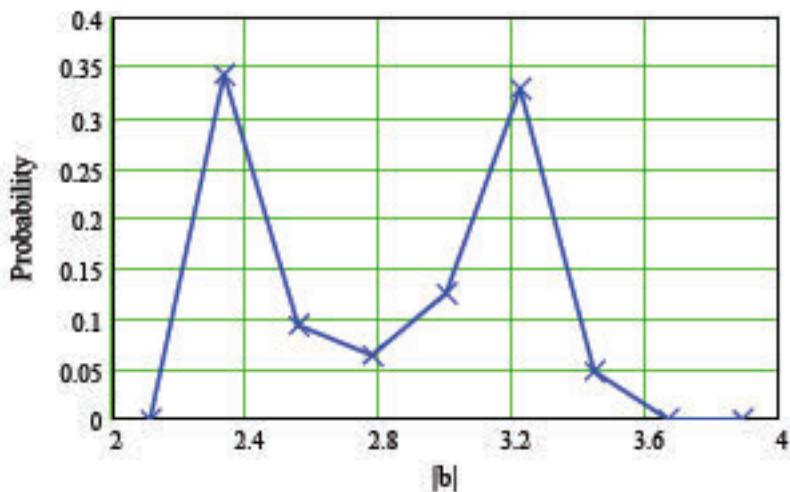
4.6.3. Сегментация данных гиперспектрального зондирования тестового участка

Сегментация участков в зоне залежи природного газа выполняется построением приближения к статистической функции плотности распределения вероятностей информативных признаков. Для этого диапазон изменения инварианта во всех пикселях трассы разбивается на разряды. Для каждого разряда вычисляется относительная частота, с которой повторяются числа, входящие в разряды, то есть статистическая вероятность. По построенному статистическому ряду

$$P^T = \begin{pmatrix} 2.111 & 2.333 & 2.556 & 2.778 & 3 & 3.222 & 3.444 & 3.667 & 3.889 \\ 0 & 0.344 & 0.094 & 0.063 & 0.125 & 0.328 & 0.047 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.49)$$

определяются моды и порог сегментации: $|b^*| = 2.778$.

На рис. 4.20 приведена графическая интерпретация приближения к кривой распределения в виде полигона частот для статистического ряда (4.49). Бимодальный вид распределения вероятностей спектра позволяет иллюстрировать определение порога сегментации.



$|b|$ – значения двойных инвариантов пикселей по трассе обследования

Рис. 4.20. Бимодальный вид полигона частот статистического ряда (4.49)

По найденному порогу сегментации $|b^*| = 2,778$ выполняется бинарная сегментация области залежи газа – все пиксели, для которых значения модуля инварианта больше порогового значения $|b| > |b^*|$, принадлежат области залежи. График на рис. 4.21 иллюстрирует сегментацию пикселей по пороговому значению инварианта. Отсечение производится по 32 пикселям.

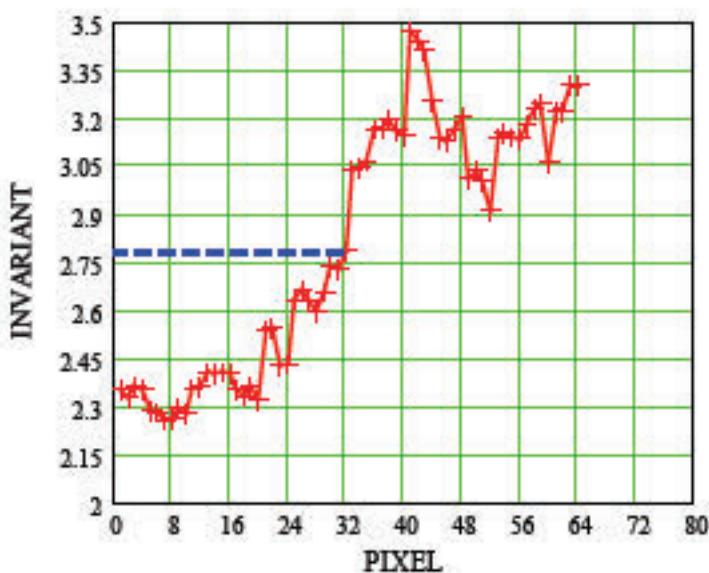


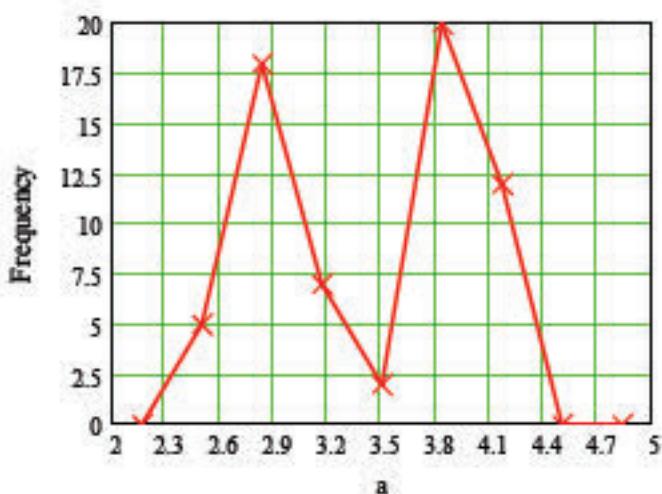
Рис. 4.21. График значений инварианта как функция номера пикселя и штриховая линия индикаторной функции, диапазон 400–749 нм

Определяем номер точки маршрута N . На маршруте общей протяженностью 1,5 км обозначено 16 контрольных точек, каждая из которых представлена 4 пикселями, линия индикаторной функции проходит по 32 пикслю. Следовательно, граница залежи расположена между N^* и $N^* + 1$ точками маршрута, где $N^* = 32/4 = 8$, т.е. точками 8 и 9 маршрута.

Согласно вычислениям по программе сегментации, приведенным в приложении А.2, порог сегментации данных для диапазона 400–724 нм равен $|b^*| = 3,500$, но изменились и значения инвариантов пикселей. Статистический ряд имеет вид

$$\mathbf{m}^T = \begin{pmatrix} 2.167 & 2.5 & 2.833 & 3.167 & 3.5 & 3.833 & 4.167 & 4.5 & 4.833 \\ 0 & 5 & 18 & 7 & 2 & 20 & 12 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.50)$$

ему соответствует полигон частот (рис. 4.22)



$a = |b|$ – значения двойных инвариантов пикселей по трассе обследования

Рис. 4.22. Бимодальный вид полигона частот статистического ряда (4.50), диапазон 400–724 нм

График на рис. 4.23 иллюстрирует, что сегментация пикселей по пороговому значению инварианта $|b^*| = 3,500$, $|b| > |b^*|$ производится по тому же 32 пикслю.

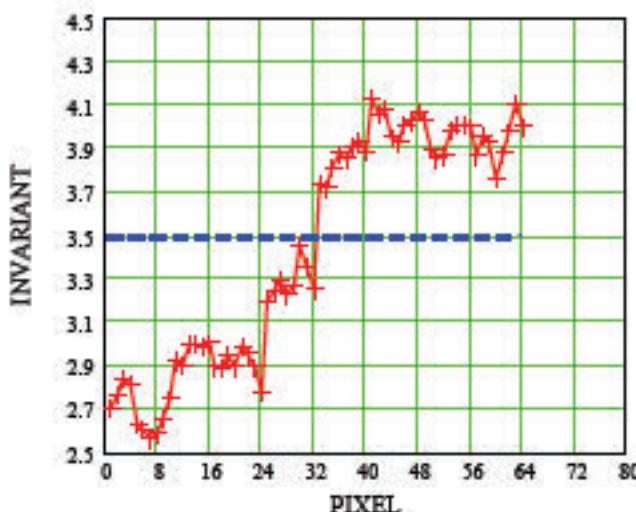


Рис. 4.23. График значений инварианта как функция номера пикселя и штриховая линия индикаторной функции, диапазон 400–724 нм

Следовательно, методами гиперспектрального дистанционного зондирования в диапазоне частот 400–724 нм фиксируется граница залежи между точками маршрута 8, 9. Таким образом, переход в измерениях спектров растительности от диапазона 400–749 нм к диапазону 400–724 нм не сказался на точности определения границы залежи. Метод ориентирован на общие статистические особенности спектров отражений.

4.6.4 Синтез и селекция изображения карты спектрометрических инвариантов

Синтез изображения карты инвариантов маршрута. Продукт гиперспектральной съемки может быть подготовлен и представлен в удобной для визуального восприятия форме – в виде монохроматического изображения, каждому пикселью которого поставлена в соответствие яркость, пропорциональная значению индикаторного признака. Такое монохроматическое изображение является картой инвариантов маршрута.

Несколько длинное название индикаторного признака степенного распределения спектра отражений, которое в большей мере отражает его математическую сущность – «модуль кратного двойного инварианта группы

симметрии степенного распределения», уместно заменить более коротким названием – кратный двойной инвариант (КДИ). Значения инвариантов для пикселей было найдено на этапе предварительной обработки данных гиперспектральной дистанционной съемки. Диапазон изменения инвариантов по всей площади съемки квантуется на уровни яркости дисплея, на котором предполагается его рассматривать, и выводится на экран как монохроматическое изображение. Пример такого монохроматического изображения карты спектрометрических инвариантов по маршруту съемки растительности над Глебовским газовым хранилищем приведен на рис. 4.24. По горизонтальной оси расположены 16 контрольных точек маршрута, в области каждой из которых было произведено 4 съемки. Всего на карте в узлах сетки размером $16 \times 4 = 64$ представлено 64 пикселя изображения, с яркостью в каждом пикселе, пропорциональной значению КДИ. После чего была выполнена процедура линейной интерполяции.

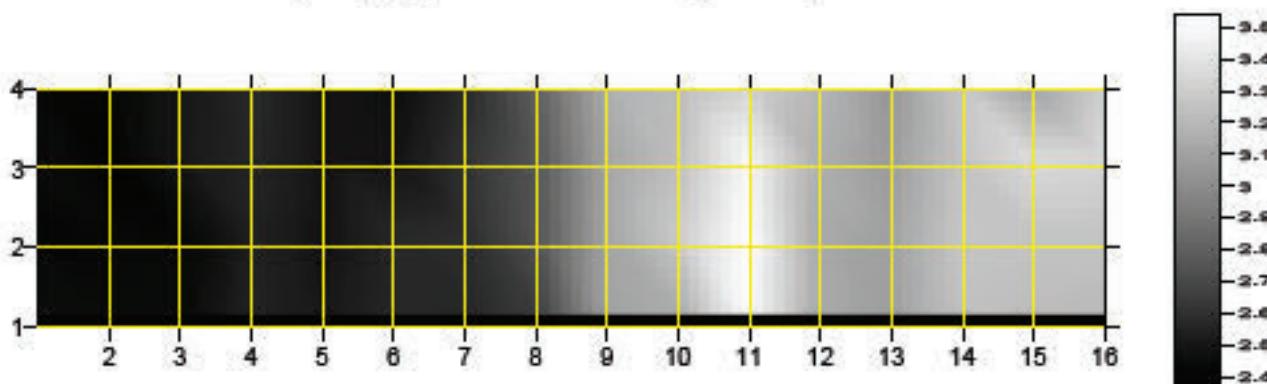


Рис. 4.24. Изображение карты КДИ по маршруту гиперспектральной съемки. Установки: яркость 50 %, контрастность 50 %

Белому цвету на карте соответствуют максимальные значения КДИ и, следовательно, это участки на которых регистрируется максимальная фитоиндикационная чувствительность растений к флюидам газа. Следует напомнить, что такое флюидное воздействие газа на растения газоанализаторами не фиксируется.

На рис. 4.25 приведено селективное изображение инвариантов по маршруту гиперспектральной съемки. Селективное изображение получено

путем увеличения контрастности изображения рис. 4.24. Граница залежи фиксируется между 8 и 9 точками маршрута.

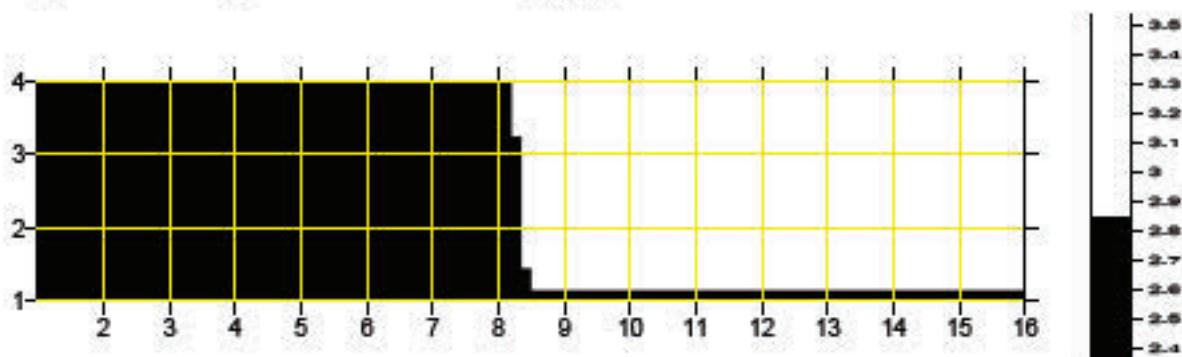


Рис. 4.25. Изображение карты КДИ по маршруту гиперспектральной съемки. Установки: яркость 50 %, контрастность 50 %

4.7. Автоматизированная классификация объектов методом кратного двойного инварианта, на примере урболандшафта города по данным с EO-1 “Hyperion”

Непрерывно-групповая модель и метод кратного двойного инварианта (КДИ) симметрии спектров отражений, отработанные на задачах полевой и контактной спектрометрии растительных покровов, могут применяться для автоматического распознавания на борту КА объектов структуры природных и урбанизированных ландшафтов. Обработка информации на борту КА при решении различного рода поисковых задач, например, обнаруженияslickов нефти при обследовании больших акваторий, лесных пожаров, существенно повышает оперативность принятия решений и обеспечивает значительное сокращение объемов передаваемой по каналам связи информации.

Увеличение числа спектральных каналов в ГСИ даёт больший объём информации о сцене, но визуальное дешифрирование не позволяет извлечь многие сведения, содержащиеся в кубе данных. Поэтому возникает необходимость проведения автоматизированного спектрального анализа, основными методами которого являются классификация и обнаружение

объектов интереса. Исследование модели и метода КДИ проводилось на задаче тематической обработки, основанной на автоматической классификации пикселей ГСИ по критерию КДИ. Для верификации возможности метода распознавать принадлежность каждого пикселя ГСИ определенному классу использовался гиперспектральный снимок среднего спектрального и пространственного разрешений с сенсора КА ЕО-1 «Hypereion». Сенсор имеет 220 спектральных каналов в диапазоне от 400 нм до 2500 нм, спектральное разрешение 10 нм, пространственное – 30 м. Ширина стандартной сцены снимка 7,7 км, длина 42 км. Для исследований в обработку принимались 45 спектральных канала диапазона (410 нм – 860 нм) изображение от 14 сентября 2002 г. (EO1H1810252002244110PZ).

На рис. 4.26 А приведен фрагмент изображения территории г. Киева и области. Формирование эталонов 4-х классов проводилось на тестовых выборках. Объем каждой тестовой выборки включал от 100 до 200 пикселей и брался с 2-х разных участков изображения (рис. 4.26 Б). По вариабельности КДИ в тестовых выборках формировался интервал значений КДИ эталонов. Интервалы эталонных значений КДИ для 4-х классов и урбомандшафта сведены в табл. 4.1. Гистограммы эталонных выборок приведены на рис. 4.27.

Таблица 4.1

Классы и их индикаторные признаки - кратные двойные инварианты

| № | Наименование класса | Интервалы значений КДИ | Интервалы КДИ для урбомандшафта |
|------|---|------------------------|---------------------------------|
| 1 | Водная поверхность | 2,47 – 2,8 | 2,47 – 2,8 |
| 2 | Лесная растительность | 3 – 3,4 | 3 – 3,85 |
| 3 | Здания, сооружения, дороги | 3,9 – 5,4 | 3,9 – 5,4 |
| 4 | Луговая растительность | 5,5 – 6,1 | 5,541 – 6,1 |
| 3 д. | Красные: пластиковое покрытие крыш, тротуарная плитка, (3 д. включен в класс 3) | | 6,5 – 9 |

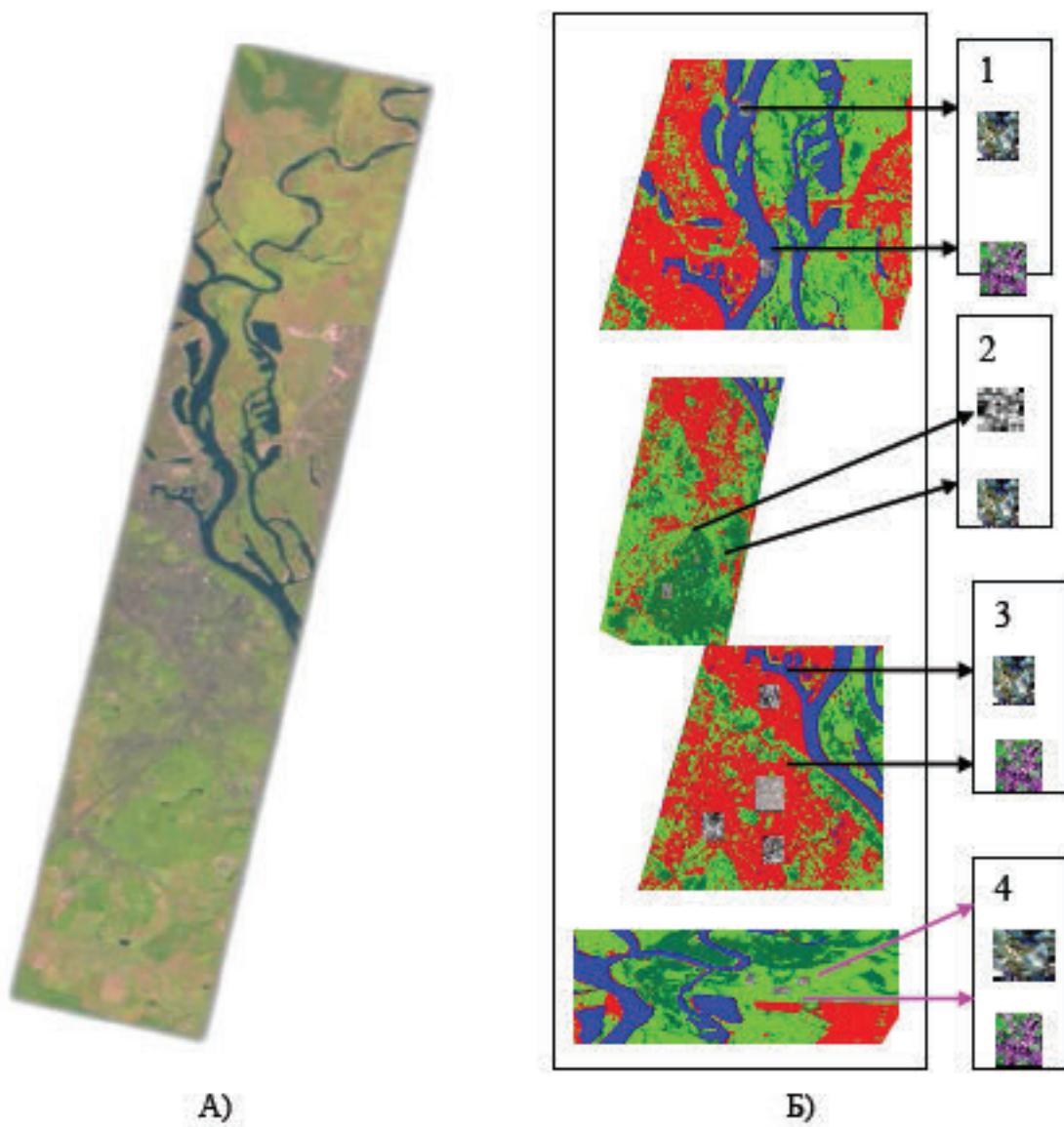


Рис. 4.26. А) Изображение г. Киева с EO-1 «Нурегион», Б) Тестовые выборки

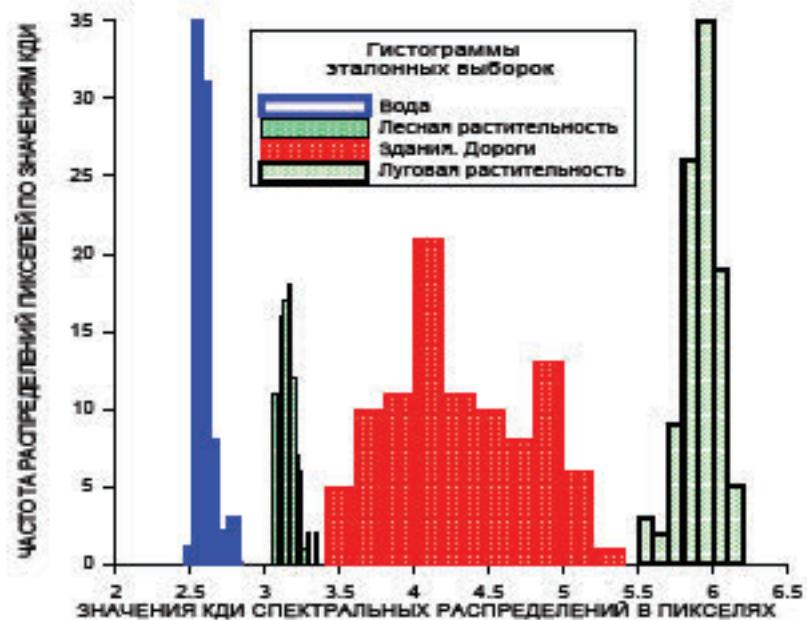


Рис. 4.27. Гистограммы эталонов классификации

Для каждого пикселя выборки вычислялось значение КДИ как наилучшее приближение к степенному распределению спектра в пикселе (см. подраздел 4.5). Отсечение значений спектральных интенсивностей, не удовлетворяющих степенному закону распределения, не предусматривалось.

Автоматизированный спектральный анализ проводился на изображении Выставочного комплекса (ВДНХ) и состоял в классификации объектов сцены по критерию КДИ на 4 класса (см. табл. 4.1). На рис. 4.28 А в квадратную область заключен фрагмент ГСИ зоны ВДНХ г. Киева с ЕО-1 «Hypetion» с высоты наблюдения $h=705$ км, а на рис. 4.28 Б приведена карто-схема ВДНХ. На рис. 4.29 на изображении приведен результат выполненной классификации урболандшафта по критерию КДИ. На этом изображении отдельно выделен подкласс урбанизированного леса, который характеризуется скрытыми в листве деревьев объектами: тротуарными асфальтированными дорожками и малоразмерными сооружениями, которые определяются по критерию КДИ. Для данного примера построена гистограмма (рис 4.30) урболандшафта проведенной автоматической классификации методом КДИ изображения ВДНХ. Для каждого пикселя изображения, построенного на растре (17×15) пикселей, вычисляется значение КДИ, которое сравнивается с интервалами изменений КДИ эталонов урболандшафта (см. табл. 4.1). Из рассмотрения гистограммы можно заключить, что территория на изображении состоит из трех классов урбанизированного ландшафта. Более точный компьютерный анализ пикселей, приведенный в табл. 4.2, показывает принадлежность пикселя к определенному классу, количество пикселей каждого класса, что позволяет выполнить определение площадей занятых каждым видом урболандшафта, размер проекции пикселя в метрах (30×30).

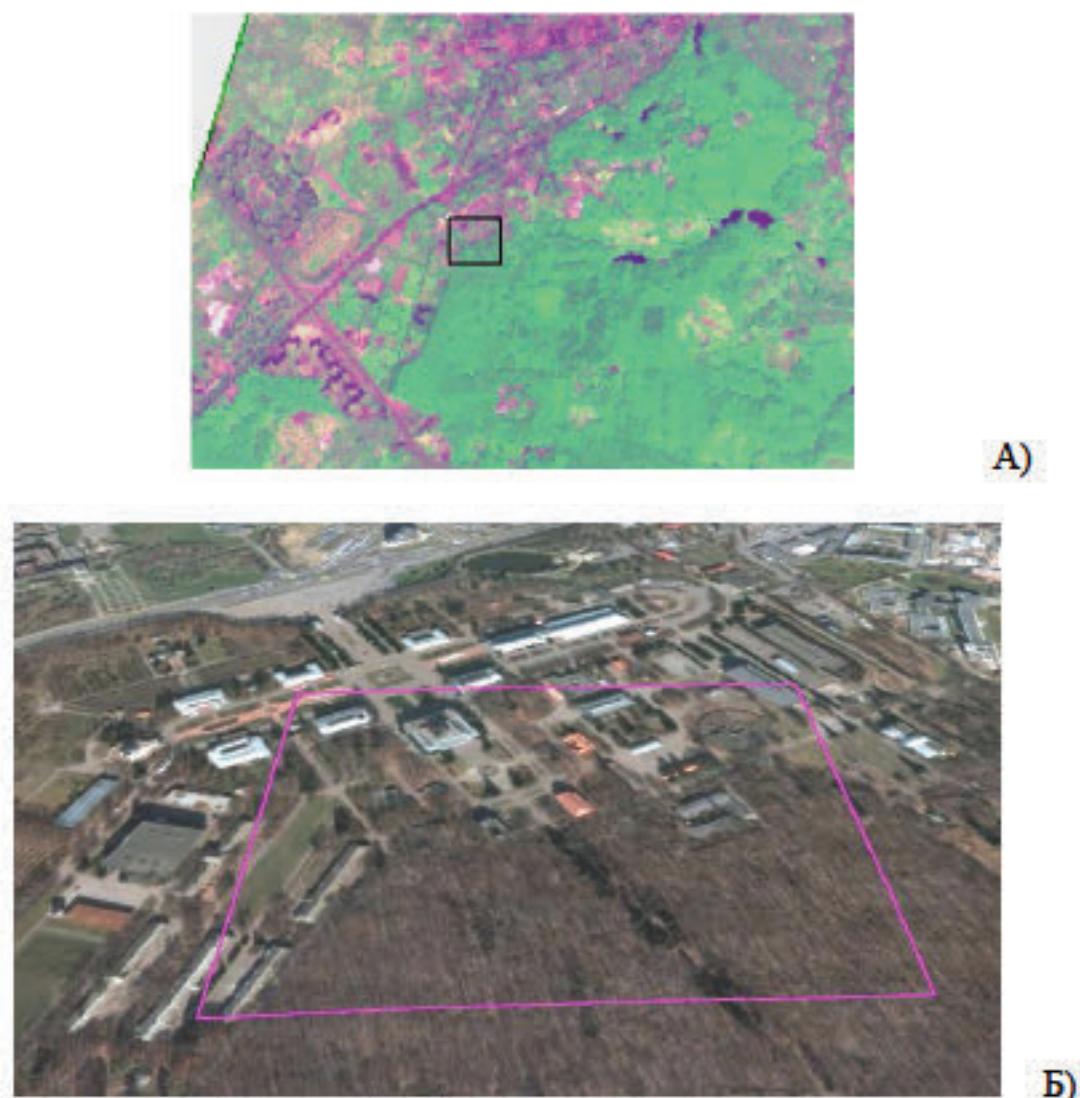


Рис. 4.28. Изображения ВДНХ (квадрат): А) с ЕО-1 «Hyperion» ($h=705$ км), Б) на карто-схеме

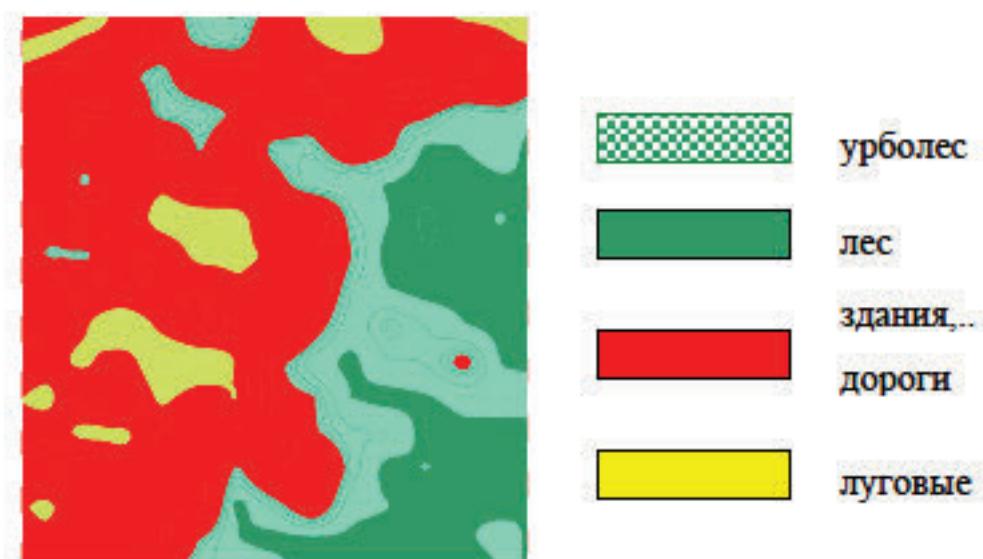


Рис. 4.29. Классификация урболовандшата ВДНХ по критерию КДИ

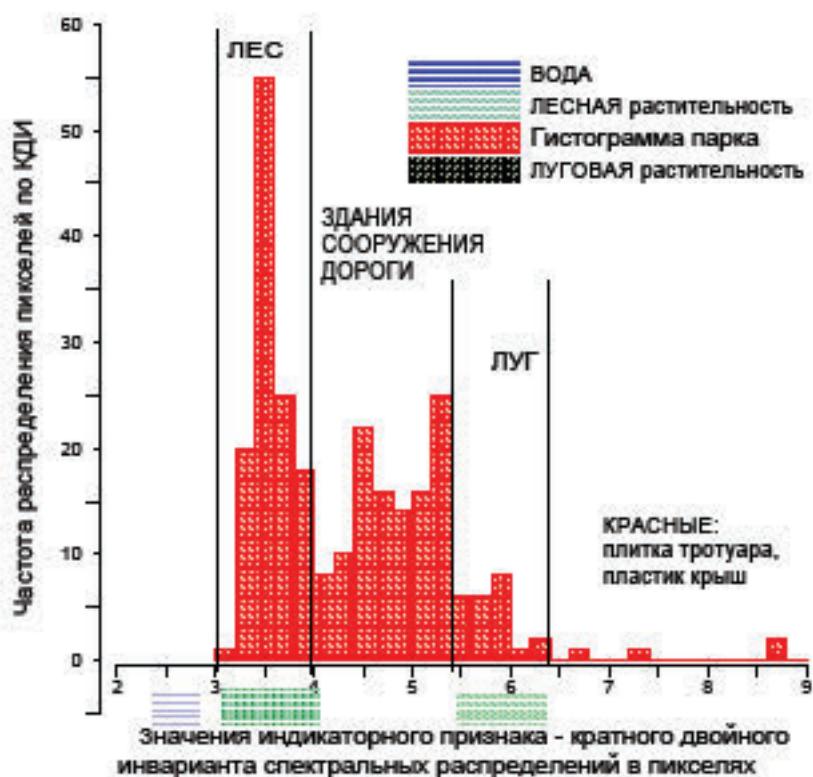


Рис. 4.29 Гистограмма классификации объектов урбокартина ВДНХ по критерию КДИ изображения с ЕО-1 «Нурегон», фрагмент 255 пикселей

Таблица 4.2

Автоматическая классификация по критерию КДИ принадлежности пикселя классу объектов, определение занимаемых классами площадей по ГСИ ВДНХ

| Растр | КДИ/Класс | Растр | КДИ/Класс | -“- | Растр | КДИ/Класс | Растр | КДИ/Класс |
|-------|-----------|-------|-----------|-----|-------|-----------|-------|-----------|
| 0 0 | 8.654(3) | 12 0 | 5.214(3) | -“- | 10 13 | 3.462(2) | 5 14 | 3.503(2) |
| 1 0 | 6.779(3) | 13 0 | 5.014(3) | -“- | 11 13 | 3.677(2) | 6 14 | 3.255(2) |
| 2 0 | 4.956(3) | 14 0 | 5.365(3) | -“- | 12 13 | 3.354(2) | 7 14 | 3.255(2) |
| 3 0 | 5.269(3) | 15 0 | 4.644(3) | -“- | 13 13 | 3.321(2) | 8 14 | 3.360(2) |
| 4 0 | 5.288(3) | 16 0 | 4.474(3) | -“- | 14 13 | 3.446(2) | 9 14 | 3.459(2) |
| 5 0 | 5.288(3) | 0 1 | 8.654(3) | -“- | 15 13 | 3.574(2) | 10 14 | 3.414(2) |
| 6 0 | 5.045(3) | 1 1 | 5.918(4) | -“- | 16 13 | 3.500(2) | 11 14 | 3.677(2) |
| 7 0 | 5.480(2) | 2 1 | 4.504(3) | -“- | 0 14 | 5.330(3) | 12 14 | 3.375(2) |
| 8 0 | 4.433(3) | 3 1 | 5.338(3) | -“- | 1 14 | 5.637(4) | 13 14 | 3.492(2) |
| 9 0 | 4.833(3) | 4 1 | 5.073(3) | -“- | 2 14 | 3.709(2) | 14 14 | 3.521(2) |
| 10 0 | 4.740(3) | 5 1 | 4.244(3) | -“- | 3 14 | 3.542(2) | 15 14 | 3.437(2) |
| 11 0 | 5.363(3) | 6 1 | 4.041(3) | -“- | 4 14 | 3.368(2) | 16 14 | 3.493(2) |

ИТОГО площади в пикселях: вода 0; растительность: лесная и урболесная 99; луговая и урболуговая 21; здания, сооружения, дороги 135.

Выводы раздела 4

1. Разработана непрерывно-групповая модель симметрии спектров отражений и методы ее идентификации: а) степенных распределений спектров отражений природных объектов по спектральным интенсивностям; б) групп симметрий распределений спектров отражений. Исследование и верификация модели выполнено на 3-х уровнях: мезоскопическом, макроскопическом, глобальном.
2. На основании данных гиперспектрального зондирования и разработанных методов идентификации степенных симметрий установлено, что спектры отражений растительных покровов отвечают степенному закону частотных распределений на значительном интервале спектральных интенсивностей. Доказано, что степенной показатель распределения является кратным двойным инвариантом (КДИ) группы Ли симметрии степенного распределения.
3. Разработаны численный метод определения КДИ симметрии спектров отражений с помощью введения кумулятивной функции и определения инварианта расширенной группы преобразований. Статистическое описание структуры спектров отражений в терминах КДИ групп симметрий составляет непрерывно-групповую модель структуры спектров отражений растительных покровов.
4. Показано, что КДИ характеризует состояние растительных покровов и может использоваться как индикаторный признак и численный критерий в задаче поиска залежей углеводородов способами дистанционной, контактной полевой спектрометрической фитоиндикации, а также в задачах автоматизированной классификации урболандшафтов с КА ГДЗ.
5. Проведена верификация непрерывно-групповой модели и метода КДО для решения прикладных задач определения границ залежей углеводородов по гиперспектральным отражениям гомогенной растительности и автоматизированной классификации урболандшафтов города по изображению с ЕО-1 “Hyperion”.

РАЗДЕЛ 5

НЕОДНОРОДНАЯ ФРАКТАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ СПЕКТРОВ ОТРАЖЕНИЙ

5.1. Обоснование применения фрактального анализа для характеристики локальной структуры спектров

Степенные законы распределений спектров отражений растительных покровов и их элементов, масштабно-инвариантные симметрии, которые фиксируются на мезоскопическом и макроскопическом уровнях статистических гиперспектральных исследований природных объектов (см. раздел 4), свойственны сложным самоорганизующимся системам. Перечисленные свойства являются предпосылкой для проведения исследований локальной структуры спектров методами фрактального анализа.

В этом разделе работы рассматриваются новые методы спектрального анализа и интерпретации результатов ГДЗ, основанные на фрактальных представлениях (моделях) спектров отражений по данным, которые получены в результате контактной и дистанционной гиперспектральной съемки. Несмотря на значительный поток публикаций по многим аспектам применения методов фрактального анализа для исследования различных объектов природы и процессов, который последовал после серии работ и монографии Бенуа Мандельброта [67, 101, 102], эти методы имеют все еще ограниченную практику их использования в области дистанционного высокоточного зондирования. В то же время фрактальные модели спектров отражений растений и применение их для обработки результатов ГДЗ, остаются вообще малоизученными. Этот пробел частично восполняется методами и моделями, которые рассматриваются в диссертационной работе.

Важной характеристикой методов фрактального анализа и более общего – мультифрактального, является их универсальность. В силу этого модели, которые рассматриваются в работе, являются достаточно универсальными, что позволяет применять их, с небольшими модификациями, при

демифрировании гиперспектральных снимков и интерпретации результатов в различных тематических задачах ДЗЗ. Отличительной особенностью методов, которые рассматриваются в работе, является анализ локальной структуры спектров со скейлинговыми (масштабно-инвариантными) свойствами. Анализ выполняется для разных масштабов рассмотрения структуры, и если находятся величины, которые являются масштабными инвариантами, то они принимаются как структурные характеристики объектов. Детальная гиперспектральная съемка в сочетании с компьютерной обработкой данных позволяет рассматривать спектры отражений объектов в разных масштабах. Достигается это путем перехода от анализа высокоточных исходных данных, полученных с максимальным разрешением (спектральным и пространственным), к совместному их анализу с компьютерными моделями тех же данных в режимах более низкого пространственного и спектрального разрешений. Такой подход позволяет определить масштабные инварианты спектров. Значительный теоретический интерес имеет также проверка гипотезы, согласно которой статистические степенные законы распределений (см. раздел 4) являются "визитной карточкой" фрактальной структуры сложных самоорганизующихся систем, к которым относятся природные ландшафты растительных покровов.

Процессы самоорганизации растений приводят к образованию в листьях растений структур, которые состоят из множества элементов (биохимических, см. подраздел 1.4) сложным образом упакованных в различные клеточные строения. Гиперспектральная съемка позволяет выявить структуры сложной формы, которые характеризуются как фрактальные или мультифрактальные структуры. Диффузия на фрактальных средах протекает медленнее, чем в обычной сплошной среде. Это связано с тем, что движение частиц диффундирующего вещества происходит в пористой среде по узким каналам сложной формы. Диффузия в пористой среде листьев определяется не только фрактальной сетью пор и каналов, но и изменением конфигурации проводящей среды по мере заполнения каналов диффундирующими флюидом.

Размерности объектов меняются под действием внешних факторов среды и, следовательно, такая характеристика структуры как размерность, может быть выбрана в качестве индикаторного признака состояния растительного покрова. Для фрактальных и мультифрактальных структур размерности разных порядков являются масштабными инвариантами структуры. Учитывая вышеизложенное, для использования фрактальных размерностей в качестве индикаторного признака необходимы достаточно точные методы вычисления и оценок размерностей спектров отражений фрактальных структур [1, 3, 5–8, 39, 41].

Определение фрактального множества через его свойство иметь размерность Хаусдорфа-Безиковича строго больше топологической размерности составляет основу определения фрактала (см. пункт 4.4.4). Однако для прикладных исследований удобнее пользоваться аналогом размерности Хаусдорфа-Безиковича – размерностью Минковского, которая вычисляется проще и реализуется численным методом известным как *клеточный метод (box dimension)* [113–115].

5.2 Метод вычисления фрактальных размерностей локальной структуры спектров и гиперспектральных изображений

Размерность Минковского D_M . Размерность Минковского произвольного множества A в пространстве E^n обычно совпадает с размерностью Хаусдорфа-Безиковича, но реализация вычислений размерности Минковского – проще, что позволяет использовать эту размерность для определения фрактальных размерностей изображений.

Размерность Минковского, также как и размерность Хаусдорфа, может быть положена в основу построения теории дробной размерности множеств. Рассматриваются известные соотношения, связывающие меру (длина, площадь, объем) и размер шара в евклидовых пространствах $E^n, n = \overline{1, 3}$. Длина шара радиуса r в E^1 составляет $2r$, в E^2 – площадь составляет πr^2 ,

объем шара в E^3 составляет $(4/3)\pi r^3$. В конечномерном евклидовом пространстве любого целого числа измерений мера “шара” задается формулой

$$v_d = \gamma(d)r^d, \quad d = 1, 2, 3, \dots; \quad (5.1)$$

$$\gamma(d) = \frac{\Gamma(1/2)^d}{\Gamma(1+d/2)},$$

где $\Gamma(x)$ гамма-функция Эйлера:

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty e^{-t} t^{x-1} dt, \quad x > 0.$$

Построения теории дробной размерности состоят в определении d -меры шара радиуса r в E^n для любых вещественных (не обязательно целых) неотрицательных чисел $d > 0$. Далее понятие d -меры шара обобщается на произвольное множество $A \subset E^n$. Для этого используется свойство аддитивности меры, что позволяет аппроксимировать A объединением шаров и суммировать их объемы. Пусть $N(\varepsilon)$ – наименьшее число шаров радиуса ε , которыми можно покрыть ограниченное и замкнутое (компактное) множество A . Тогда d -мера множества A равна:

$$v(d, A) = \sum_{N(\varepsilon)} (\gamma(d)\varepsilon^d) = \gamma(d)N(\varepsilon)\varepsilon^d = c_1 N(\varepsilon)\varepsilon^d \quad (5.2)$$

где $c_1 = \text{const}$ – коэффициент пропорциональности. По условию, множество A замкнутое и ограниченное. Следовательно, $v/c_1 = c$, $c = \text{const}$ и из соотношения (5.2) определяем

$$c \approx N(\varepsilon)\varepsilon^d, \quad (5.3)$$

Логарифмируем выражение (5.3) и находим

$$\log(N(\varepsilon)) \approx \log(c) - d \log(\varepsilon), \quad (5.4)$$

откуда в пределе для $c > 0$ определяем размерность Минковского D_M :

$$\dim_M(A) = D_M = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(-\frac{\log N(\varepsilon)}{\log(\varepsilon)} + \frac{\log c}{\log \varepsilon} \right),$$

$$\dim_M(A) = D_M = - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log N(\varepsilon)}{\log(\varepsilon)}. \quad (5.5)$$

В общем случае, если предел выражения (5.5) существует, то этот предел определяет размерность Минковского (дробную размерность) множества A . Более детальное рассмотрение различных определений размерности Минковского приведено в монографии [115].

В теории построения дробных размерностей по Минковскому, такие объекты как гладкие кривые и поверхности, т.е. объекты математического анализа, имеют целочисленные значения. Это следует из приведенной ниже теоремы 5.1.

Теорема 5.1. Пусть функция $y = f(x)$, $a \leq x \leq b$, задает гладкую кривую Ω . Тогда ее размерность Минковского равна 1, $\dim_M(\Omega) = 1$.

Построение фрактальных моделей гиперспектрального зондирования ландшафтов потребовало разработку специального численного метода определения фрактальных размерностей спектров и гиперспектральных изображений. Факт образования фрактальных структур спектров может быть установлен только в результате экспериментов и последующей обработки результатов гиперспектрального зондирования. Цель экспериментов – установить или опровергнуть предположение о том, что спектр отражений имеет локальную фрактальную структуру. Для этого вычислительный метод должен быть математически обоснован, контролировать точность при подсчете размерностей и критерий образования фрактальных структур.

Примеры вычислений по экспериментальным данным фрактальных размерностей спектров отражений приведены в приложении Б.1. Численный метод определения фрактальных размерностей спектров основывается на обобщении процедуры вычисления размерности Минковского некоторого

множества A . Численное определение размерности мн. A по Минковскому предусматривает аппроксимацию мн. A конечным объединением шаров, что во многих прикладных задачах бывает сложно реализовать. Приведенная ниже теорема 5.2 упрощает задачу покрытия, т.к. вместо шаров для покрытия мн. A могут быть использованы кубы, что технически выполнить проще.

Теорема 5.2. Пусть множество A – компактное подмножество n -мерного вещественного векторного пространства, R^n . Пусть $\dim_M(A) = D$ – размерность Минковского мн. A , которая подсчитана с помощью покрытия A шарами в евклидовой метрике. Если вместо шаров использовать кубы (шары в ∞ -метрике), то размерность Минковского не изменится.

Из выражения (5.5) следует, что при достаточно малом размере ε ребра, количество кубов или квадратных клеток $N(\varepsilon)$, необходимых для покрытия, с точностью до постоянной равно

$$N(\varepsilon) \propto \varepsilon^{-D}, \quad (5.5a)$$

где D фрактальная размерность множества.

Аналогом метода вычисления фрактальных размерностей спектра отражений и гиперспектральных изображений, который применен в диссертационной работе, является хорошо известный *клеточный метод (box dimension)*. Клеточный метод реализует способ определения размерности Минковского, основанный на подсчете числа разновеликих клеток, которыми покрывается фрактальное множество A , и дальнейшего определения зависимости количества $N(\varepsilon)$ клеток, необходимых для покрытия, от размера ε клетки. В двумерном случае, например при подсчете фрактальной размерности черно-белого изображения или графика функции, область содержащая множество A разбивается на квадратные клетки нескольких размеров (см. рис. 5.1). Проводится подсчет числа клеток $N(\varepsilon)$, необходимых для покрытия множества A клетками разного размера ε .

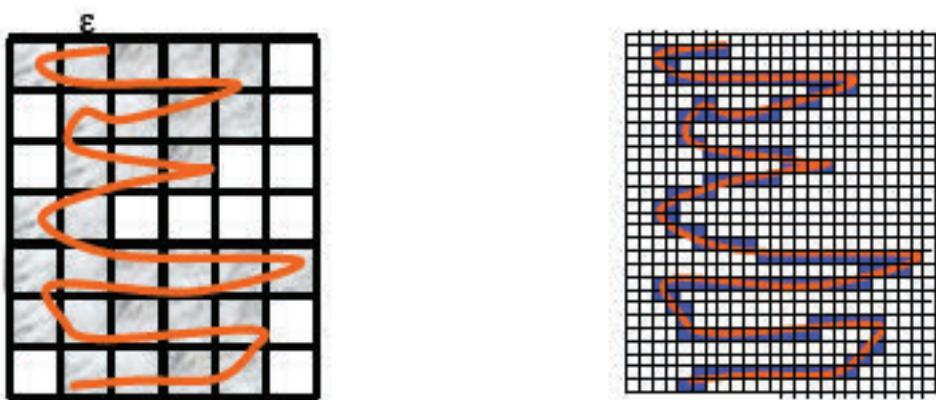


Рис. 5.1. Иллюстрация покрытия графика функции квадратными клетками двух размеров для определения фрактальной размерности клеточным методом

По найденным значениям определяют $\log(N(\varepsilon))$, $\log(\varepsilon)$. Далее используется формулу (5.4), $\log(N(\varepsilon)) \approx \log(c) - d \log(\varepsilon)$, для определения неизвестных величин d и c . Вычисленное таким способом значение d принимается за фрактальную клеточную размерность. В основе этого метода лежит теорема 5.2, которая позволяет при вычислении размерности Минковского заменить покрытие кругами на покрытие квадратными клетками. Возможно также обобщение двумерного случая. Если фрактал A является подмножеством прямой, то вместо квадратов следует использовать отрезки прямой. В трехмерном пространстве квадраты заменяются кубами.

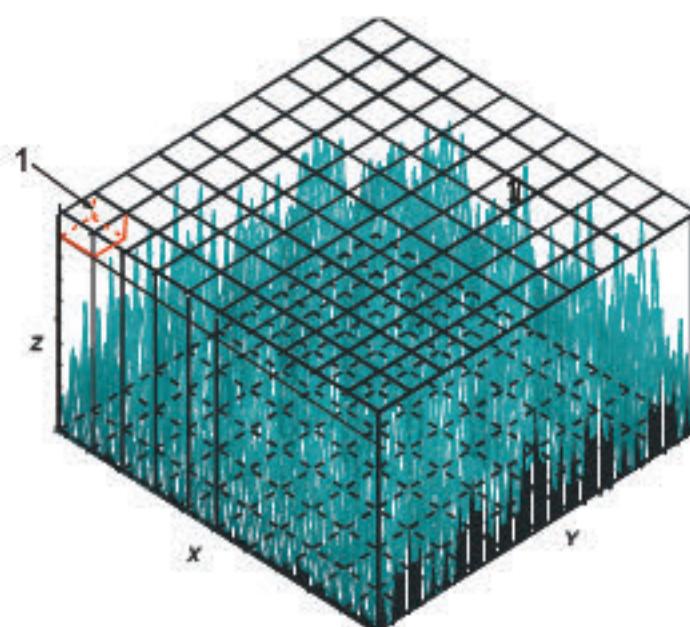
Принципиальным недостатком клеточного метода, для его применения в вычислениях фрактальных размерностей гиперспектральных изображений и спектров отражений, является требование обеспечить покрытие *кубическими* клетками. Это требование предусматривает равноправие трех измерений пространства, в которое вложено множество A . Это значит, что три ребра куба должны иметь сопоставимые единицы измерений. Однако даже сопоставимость в физических единицах измерений не гарантирует их равноправие по направлениям. Например, при измерении фрактальных размерностей облаков приходится принимать во внимание тот факт, что

атмосфера стратифицирована (разделена на слои), а это означает, что вертикальное направление неравноправно с двумя горизонтальными.

Преодолеть этот недостаток позволяет, рассматриваемый далее метод вычисления фрактальных размерностей спектров и гиперспектральных изображений, который был разработан автором, применен при проведении научно-исследовательских работ и опубликован в ряде статей и выступлений на международных конференциях [1, 3, 5–8, 39, 41].

Предварительно рассмотрим вычисление фрактальной размерности объемного фрактала. На рис. 5.2 приведен объемный фрактал в E^3 , построенный с высоким пространственным разрешением. Для построения фрактала был использован метод фрактальной интерполяции [5, 6], разработанный с участием автора, который основан на обобщении метода итерированных систем функций (IFS – Iterated Function System) М. Барнсли [116] для интерполяции функций в 3-х мерных пространствах. В соответствии с методом фрактальной интерполяции [5, 6], на решетке размером 6×6 были определены значения функции, найдены значения IFS (iterated function system) преобразований для размерности $D = 2.35$, и произведена фрактальная интерполяция исходных данных на решетку размером 100×100 .

Метод определения размерности фрактала A (рис. 5.2) предусматривает его вложение в кубическую область пространства E^3 , которое осуществляется путем масштабирования фрактала. Далее, с учетом точности измерений, выбирается размер мерного куба, который подобен кубической области (информационному кубу), в которую вложен фрактал. На рис. 5.2 минимальный мерный куб обозначен цифрой 1, размер его ребра равен $\varepsilon = 1/10$ размера кубической области принятой за 1. Определяется минимальное количество непересекающихся кубов $N(\varepsilon = 1/10)$, необходимых для полного покрытия фрактала. Далее выполняются более грубые оценки объема (меры), занятого фракталом, например, путем покрытия его мерными кубами: $N(\varepsilon = 1/5)$, $N(\varepsilon = 1/2)$.



1 – мерный куб переменного размера.

Рис. 5.2. Графическое представление фрактального множества размерности $D \approx 2.35$ вложенного в кубическую область (информационный куб) пространства E^3 , размер ребра мерного куба составляет $1/10$ размера информационного куба

В рассматриваемых далее приложениях, минимальный размер мерного куба равен значению $\varepsilon = 1/16$ размера информационного куба; определяется минимальное количество непересекающихся кубов $N(\varepsilon = 1/16)$, необходимых для полного покрытия фрактала. Затем выполняется более грубые оценки объема (меры), занятого фракталом, путем покрытия фрактала мерными кубами: $N(\varepsilon = 1/8)$, $N(\varepsilon = 1/4)$, $N(\varepsilon = 1/2)$.

Соотношение (5.4) позволяет вычислить значение d . Это значение d может быть принято за фрактальную размерность $D = d$ при условии, что все вычисленные значения $N(\varepsilon)$ удовлетворяют условию (5.4) с заданной точностью, то есть лежат на одной билогарифмической прямой (5.4.). Если определено более двух значений функцией спектрометрической меры $N(\varepsilon)$,

то с целью повышения точности эксперимента, данные обрабатываются методом наименьших квадратов.

В силу достаточной универсальности рассмотренного метода его применение демонстрируется далее на примерах определения фрактальных размерностей спектра растительных покровов, полученных дистанционным методом (макроскопический уровень), и для лиственных покровов по данным контактного спектрометрирования листьев (мезоскопический уровень). Вычислений метод, в терминах компьютерной математики MathCAD, пример и результаты тестовых вычислений приведены в приложении Б.1. Определение фрактальных размерностей спектра выполняется в изложенной ниже последовательности действий.

1. Этап предварительной обработки результатов гиперспектрального зондирования.

Данные зондирования площадей бортовыми щелевыми гиперспектрометрами имеют структуру гиперкуба данных (см. подраздел 1.2). ГСИ представлено совокупностью кадров, структура кадра имеет вид спектрометрической матрицы k (СМ-матрицы), приведенной на рис. 1.3. Каждому пикслю соответствует спектrogramма, набор из n спектrogramм соответствует n измерениям в узлах маршрутной сети обследуемой территории. В случае полевой спектрометрии, которая выполняется ASD FieldSpec®3FR, каждому измерению также соответствует спектrogramма, которая принимается за пиксель ГСИ.

Количество строк матрицы k определяется числом спектральных каналов прибора m_1 . Для обработки данных число задействованных спектральных каналов m следует выбирать кратным размеру K квадратного окна, которым производится сканирование матрицы. Это число m определяется как:

$$m = \left\lfloor \frac{m_1}{K} \right\rfloor \cdot K, \text{ где } \left\lfloor \frac{m_1}{K} \right\rfloor - \text{целочисленная функция floor, наибольшее целое}$$

число меньшее или равное числу спектральных каналов прибора m_1 деленному на число столбцов матрицы.

На рис. 1.3 приведен пример схемы формирования прямоугольной СМ-матрицы k размером $m \times n$, $k_{i,j} : i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$ со спектральным разрешением 4 нм. Элементы матрицы со значениями $i > m$ из рассмотрения исключаются.

2. Разбивка спектрометрической матрицы на фрагменты.

Формируется шаблон (квадратное окно B) размером K . Смещением шаблона по строкам СМ-матрицы на величину окна ("прыгающее" окно) выполняется разбивка матрицы на подматрицы поддиапазонов, именуемые далее фрагментами B . На рис. 1.3 приведен пример разбивки СМ-матрицы окном B . Для каждого фрагмента B СМ-матрицы последовательно вычисляется фрактальная размерность.

3. Определение фрактальной размерности фрагмента спектрометрической матрицы.

3.1. Квантование и масштабирование спектральных интенсивностей.

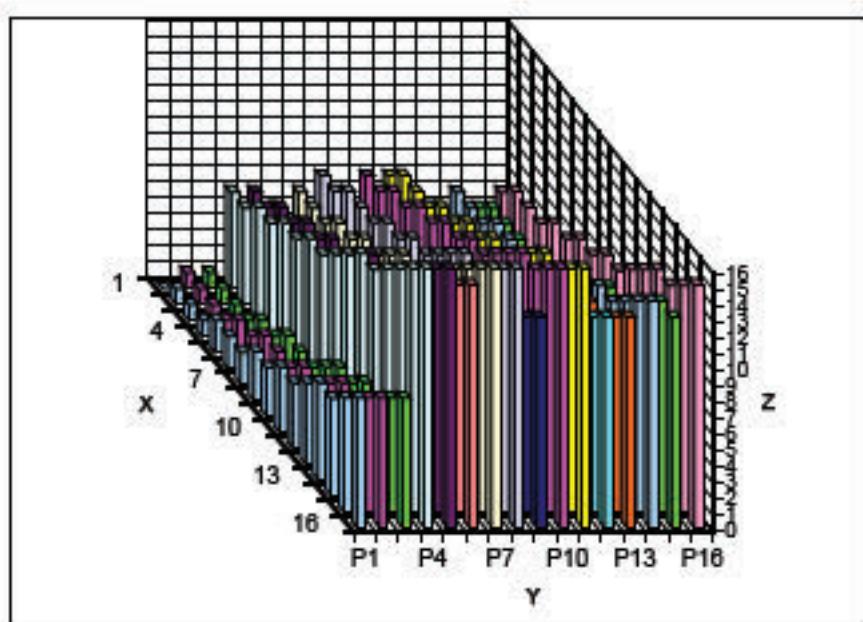
Формирование информационного куба.

Фрагмент данных спектральных отражений, представлен квадратной матрицей фрагмента $B_{i,j} : i, j = \overline{1, K}$. Определяется минимальное значение спектрального отражения в матрице фрагмента, $\min(B_{i,j})$. Значения матрицы пересчитываются: $B_{i,j} = B_{i,j} - \min(B_{i,j})$. Количество уровней квантования спектральных отражений выбирается равным K – числу строк и столбцов матрицы фрагмента B . Определяется шаг квантования $h = \max(B_{i,j})/K$. Процесс квантования спектра отражений на K уровней заканчивается формированием целочисленной матрицы фрагмента

$$B^* : B_{i,j}^* = \lceil B_{i,j} / h \rceil; \quad i, j = \overline{1, K}, \quad (5.6)$$

где $\lceil x \rceil$ – целочисленная функция `ceil`, определяется как наименьшее целое, большее или равное вещественному числу x . На рис. 5.3 показано графическое

представление целочисленной матрицы фрагмента B^* , квантованной СМ-матрицы (см. рис. 1.3). Графическое представление построено на осях: X – спектральные диапазоны каналов, Y – номера ряда пикселей (набора спектрограмм), Z – квантованные значения спектральных интенсивностей в каналах прибора. Таким образом, квантованные значения спектральных интенсивностей в каналах прибора, после масштабирования и квантования данных, представляется множеством A , вложенным в информационный куб с размером каждого ребра равным K : ребро диапазонов, ребро спектрограмм, ребро уровней квантования. Пример построения информационного куба спектра отражений пшеницы в диапазоне 500-515 нм со спектральным разрешением 1 нм приведен на рис. 5.3.



Дистанционная гиперспектральная съемка пшеницы в период вегетации, 16 пикселей в диапазоне 500-515 нм со спектральным разрешением 1 нм.. Ось абсцисс X – номера каналов спектрального диапазона; ось ординат Y – номера линейки пикселей (набора спектрограмм точки маршрута); ось аппликат Z – квантованные значения спектральных интенсивностей в каналах прибора.

Рис. 5.3. Графическое представление данных информационным кубом

3.2. Расчет опорных точек функции спектрометрической меры по экспериментальным данным.

Для измерения множества A , которое задано матрицей B^* , вводится спектрометрическая мера v множества A , численно равная объему, который занимает множество A в информационном кубе:

$$v(D, A) = \varepsilon^D, \quad (5.7)$$

где ε – размер куба, равный длине ребра информационного куба в который вложено множество A ; D – размерность множества A . Спектрометрическая мера v аддитивна и определяется подсчетом минимального числа мерных кубов $\min N(r)$, с размером ребра r мерного куба, необходимых для полного покрытия множества A

$$v(D, A) = \sum_{r=1}^{N(r)} r^D = N(r)r^D; \quad r = b\varepsilon, \quad (5.8)$$

где b – коэффициент сжатия (масштабирования) $b \leq 1$, определяет выбор размера r волях ε , используется для моделирования изменений разрешающей способности измерений.

Положив размер ребра информационного куба $\varepsilon = 1$, получим, согласно выражению (5.8), $r = b$. Следовательно, размер ребра мерного куба r равен масштабу b . Изменения размеров мерного куба означает изменение масштаба, пространственного и спектрального разрешения с которым производится анализ спектра.

Если структура множества A самоподобна, то его мера должна быть скейлинговой, т.е. не зависеть от масштаба и $v(D, A) = c$, $c = \text{const}$, для разных масштабов a . Это условие удовлетворяется выбором определенного значения степенного показателя D . Тогда из выражения (5.8) количество мерных кубов, необходимых для покрытия, связано степенной зависимостью с размером r мерного куба или масштаба рассмотрения (разрешения)

$$N(r) = cr^{-D}, \quad r = \text{var}. \quad (5.9)$$

Далее функцию $N(r)$ будем называть спектрометрической функцией меры.

В случае выполнения условия (4.16) размерность D является фрактальной, инвариантной относительно изменений масштаба и обычно численно отличается от топологической размерности куба $d=3$. При вычислении значений спектрометрической функции меры $N(r)$, следует соблюдать необходимые условия покрытия множества A , а именно: $N(r)$ вычисляется по подсчету минимального количества мерных кубов необходимых для полного покрытия множества A .

Значение фрактальной размерности D не изменится, если формулу (5.9) представить в записи

$$N(\mu) = c \mu^D, \quad \mu = \text{var}, \quad (5.10)$$

где $\mu = 1/r$, μ – масштабный коэффициент, показывающий во сколько раз ребро ϵ информационного куба больше ребра r куба мерного: $\mu r = 1$. Спектрометрическая функция меры $N(\mu)$ в записи (5.10) есть возрастающая функция масштабного переменного коэффициента $\mu \geq 1$.

Для правильной реализации условий покрытия, размер ϵ множества A и соответственно длину ребра информационного куба, в который вложено это множество, удобно принять за 1, а размер ребра r мерного куба выразить в долях ϵ с учетом дискретности информационного куба

$$r = 2^{-n}; \quad n = \overline{0, \log_2 K}; \quad (5.11)$$

где K – принятое в рассмотрении максимальное количество дискретных отсчетов, равное числу спектрограмм, числу спектральных каналов, числу уровней квантования. Выполнение соотношения (5.9) является необходимым и достаточным условием масштабной инвариантности множества A . Для проверки выполнения условия (5.9) спектров отражений и вычисления инварианта D , выражение (5.8) логарифмируется

$$\log(N(r)) = \log(c) - D \log(r), \quad (5.12)$$

после чего определяются значения логарифмов спектрометрической функции меры $\log(N(r))$ для значений логарифмов размера $\log(r)$, где r определено выражением (5.11). Искомая нелинейная, степенная спектрометрическая функция меры, определяемая выражением (5.9), в билогарифмических координатах (5.12) линейна. Для ее аналитического определения достаточно вычислить значения 2-х неизвестных постоянных величин $\log(c), D$, по известным значениям, которые вычисляются по данным спектрометрирования: $\log(N(r_i)), \log(r_i), i=1, 2$. Учитывая экспериментальный характер данных, который неизбежно связан с внесением погрешностей измерений и вычислений, желательно для определения аналитического вида функции и ее параметров, использовать максимально возможное количество n значений: $(\log(N(r)), \log(r))$. Максимально возможное значение n , которое допускает метод, задается выражением (5.11) и равно $n_1 = \log_2 K$.

Подсчет числа мерных кубов N_n , необходимых для покрытия фрагмента B^* , представленного в виде матрицы или двумерного массива данных, выражается вычислительной функцией (5.13) компьютерной математики MathCAD (см. приложение Б. 1):

$$r_n = a_n r_0, \quad (5.13)$$

$$N_n = \frac{1}{a_n} \sum_{i=0}^{n_1} \sum_{j=0}^{n_1} [\max(\text{submatrix}(B^*, ia_n, ia_n + a_n - 1, ja_n, ja_n + a_n - 1))], \quad (5.14)$$

$$r_0 = 1/K, \quad (5.15)$$

$$a_n = 2^n; n = \overline{0, \log_2 K}. \quad (5.16)$$

Выражения (5.13), (5.14) определяют параметрическое задание функции $N(r)$ с дискретным масштабным параметром a_n , который изменяется согласно выражению (4.23) и обеспечивает просмотр фрагмента B^* с различным пространственным и спектральным разрешением. Например, при значениях

$K=16$, $n = 0, 1, 2, 3, 4$. За начальное условие r_0 принимается максимально возможное разрешение $1/16$, см. (5.14), и для него, при $a_0=1$, определяется значение спектрометрической функции меры N_0 . Изменением масштабного параметра разрешающая способность в 2 раза снижается. Достигается это путем увеличения в 2 раза размера мерного куба r , см. (5.13). Для этого размера мерного куба определяется своя пара значений (r_1, N_1) , а также определяются необходимые для вычислений логарифмы этих значений: $(\log(r_1), \log(N_1))$. Эти действия с удвоением размера r продолжаются до выполнения ограничивающих условий (5.16), в которых целочисленное значение K кратное 2, задает количество пикселей или спектрограмм в окрестности анализируемой точки маршрута.

В результате выполнения перечисленных выше операций, по экспериментальным данным вычисляются $n+1$ табличное значение аргумента r и функции $N(r)$.

Вычислительная функция `submatrix(·)`, компьютерной математики системы MathCAD, обеспечивает просмотр матрицы B^* "прыгающим" окном, размер которого регулируется масштабным параметром a_n .

Выражение в билогарифмических координатах для спектрометрической функции меры в записи (5.10) имеет вид

$$\log(N(\mu)) = \log(c) + D \log(\mu) \quad (5.17)$$

и также может использоваться в приложения для вычислений размерности D .

3.3. Определение аналитического вида спектрометрической функции меры $N(r)$ и масштабного инварианта – фрактальной размерности D .

Исследования спектров отражений гомогенных растительных покровов, проведенные по данным контактного способа спектрометрирования и гиперспектрального дистанционного зондирования (см. прилож. Б.1), показывают хорошее приближение функции меры $N(r)$ фрагментов спектрометрических матриц B^* к степенным функциям вида (5.9). Степенной

вид функциональных зависимостей $N(r)$ фрагментов B^* обеспечивает выполнение необходимого и достаточного условия масштабной инвариантности спектров отражений. Это позволяет считать рассматриваемую неоднородную фрактальную модель структуры спектров отражений адекватной природным процессам, которые регистрируются разными способами спектрометрирования. Графики, построенные по вычисленным экспериментальным данным функций $N(r)$ фрагментов спектров, в натуральных и в билогарифмических координатах приведены на рис. 5.4. Для обработки данных эксперимента и построения графиков задействована вычислительная процедура приложения Б.1.

На графиках (А – Г) рис. 5.4 приведены результаты вычислений фрактальных размерностей D различных фрагментов спектра. Значения D вычислялись по линейным функциональным зависимостям в билогарифмических координатах $\ln[N(r)] = \ln(c) - D \ln(r)$, которые определялись методом наименьших квадратов по значениям, обозначенным на графиках точками. Значения D всегда положительные и равны угловым коэффициентам билогарифмических прямых взятых с противоположным знаком (графики Б – Г). Ниже приведены подробные сведения по результатам измерений и вычислений для графиков на рис. 5.4.

А. Число $N(r)$ мерных кубов размером $r \times r \times r$, необходимых для покрытия спектра отражений пшеницы в диапазоне 734 – 749 нм как функция размера r , соответствует степенной функции $N(r) = c(1/r^D)$.

Б. Линейная функциональная зависимость в дважды логарифмических координатах: $\ln[N(r)] = \ln(c) - D \ln(r)$. Фрактальная размерность $D \approx 2,749$; $\ln(c) \approx -0,0186$; $c \approx 0,9816$. Диапазон 734 – 749 нм

В. Диапазон 590 – 605 нм. Фрактальная размерность $D \approx 2,80$; $\ln(c) \approx -0,0949$; $c \approx 0,9095$.

Г. Диапазон 510 – 525 нм. Фрактальная размерность $D \approx 2,719$; $\ln(c) \approx -0,0825$; $c \approx 0,9208$.

Графики построены по результатам вычислений $N(r)$, $r = (1/16, 1/8, 1/4, 1/2, 1)$, которые обозначены точками на графиках.

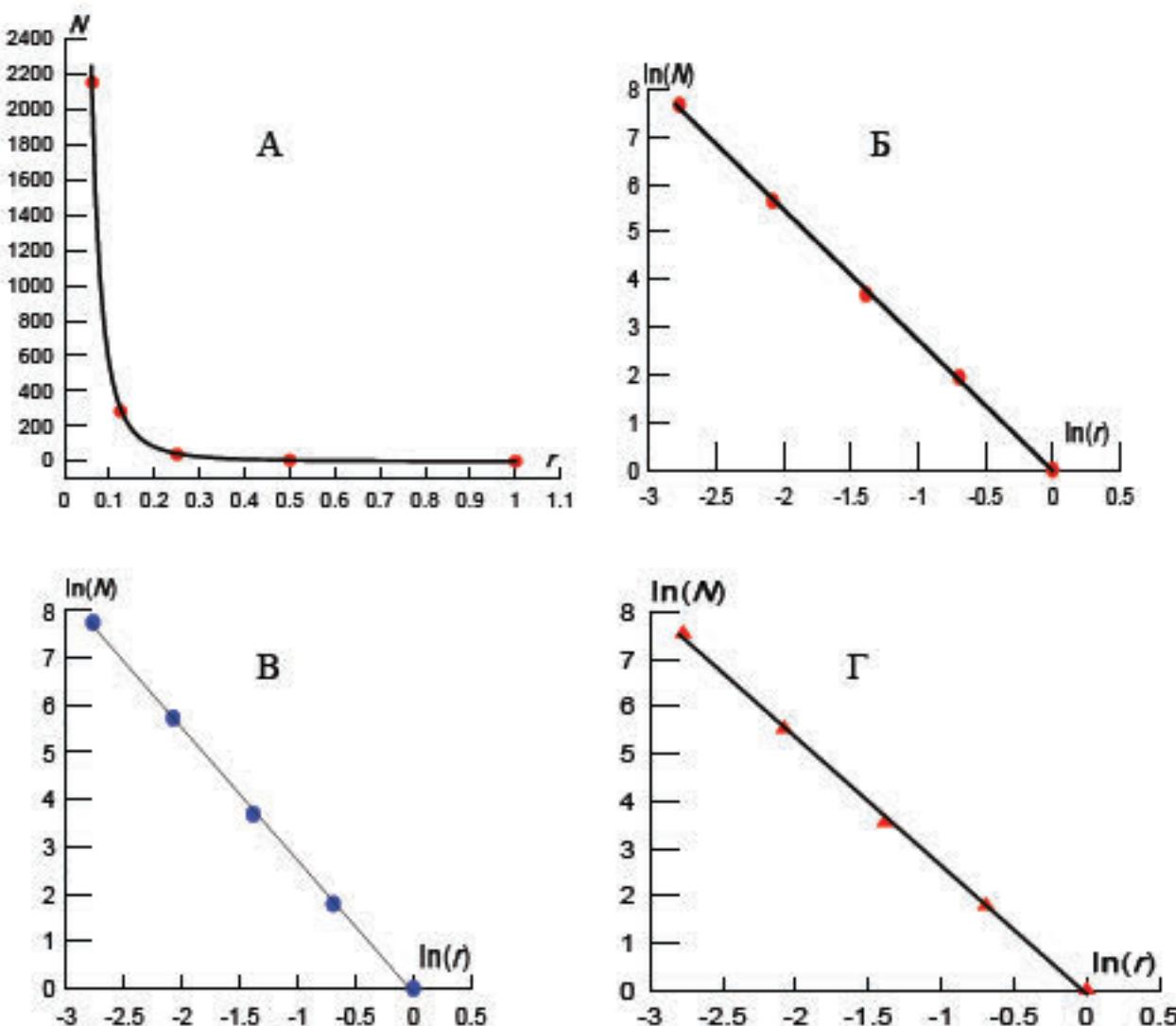


Рис. 5.4. Результаты обработки дистанционных данных спектра отражений пшеницы. Графики зависимости функции спектрометрической меры $N(r)$ от разрешающей способности (размера ребра r мерного куба), в натуральном (А) и билогарифмическом (Б, В, Г) масштабах для разных фрагментов спектрометрической матрицы

Значения r исчислялись в долях информационного куба и моделируют изменения разрешающей способности от максимальной $r = 1/16$ (пространственной – 0,15 м, спектральной – 1 нм), до минимальной $r = 1$ (пространственной – 2,4 м, спектральной – 16 нм). Графики степенных зависимостей, аналогичные приведенным, наблюдаются при просмотре

сканирующим окном любого фрагмента спектрометрических матриц участков посевов пшеницы, но с разными значениями размерностей D .

Графики результатов обработки данных, мезоскопического уровня (контактного) спектрометрирования листьев березы с разных участков территории приведены на рис. 5.5. Пример обработки данных с комментариями и вычисления сведены в приложение Б.1.

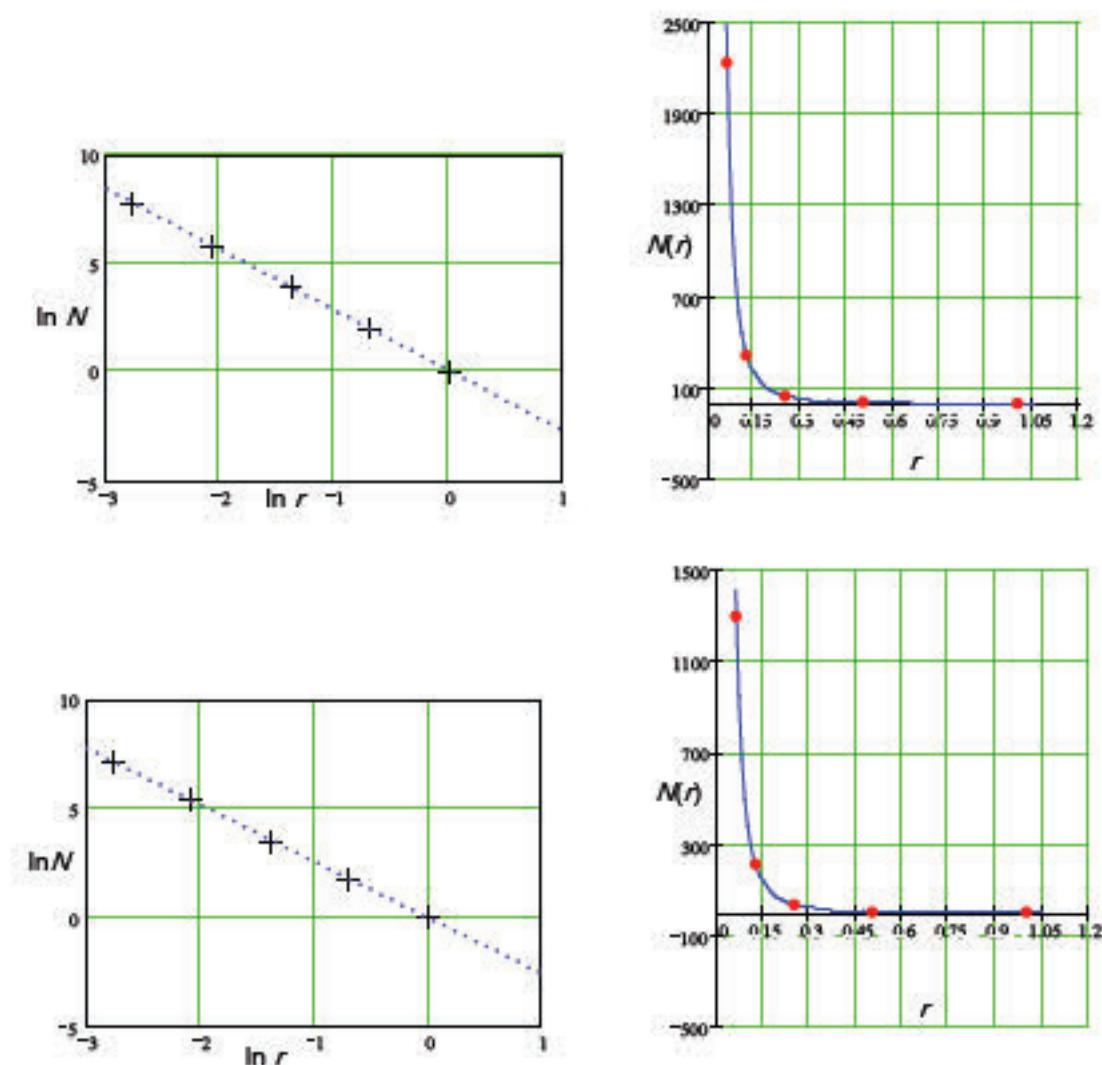


Рис. 5.5. Пример результатов компьютерной обработки данных спектра листьев березы в диапазоне 655–670 нм с разных участков местности

На графиках рис. 5.5 выявляются степенные зависимости функций спектрометрической меры $N(r)$ в натуральных координатах и линейные зависимости в билогарифмических координатах; r – размер мерного куба в долях размера информационного куба. Первые два графика рис. 5.5 (слева

направо) соответствуют фрактальной размерности спектра $D = 2,775$; третий и четвертый графики соответствуют $D = 2,585$. Стандартная погрешность отклонения вычислений по экспериментальным данным (точки на графиках) от прямых регрессии в билогарифмических координатах соответствует $E \approx 0.02$

Если в рассматриваемом методе вычислений определять зависимость функции спектрометрической меры N от масштабного коэффициента μ , то графики функции $N(\mu)$ имеют также степенной вид. Согласно выражению (5.10) $N(\mu) = c\mu^D$, $\mu = \text{var}$, функция спектрометрической меры должна быть возрастающей степенной функцией масштабного переменного коэффициента $\mu \geq 1$. Результаты обработки данных спектрометрирования листьев березы, приведенные в форме графиков на рис. 5.6, полностью подтверждают наличие степенных зависимостей вида (5.10). В приложениях иногда удобнее использовать такую форму определения вида спектрометрической функции меры.

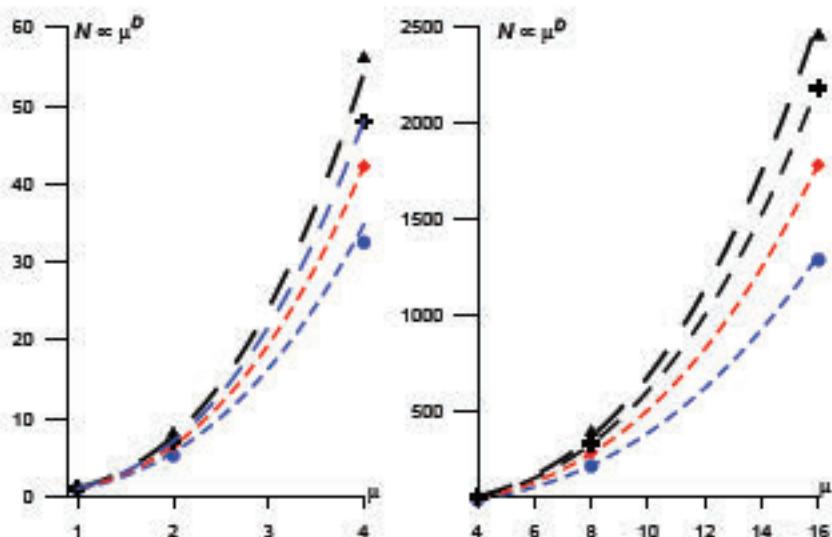


Рис. 5.6. Степенной вид зависимости спектрометрической функции меры N при изменениях масштабного коэффициента μ , по данным спектрометрирования лиственного покрова березы с 4-х участков территории в диапазоне 655–670 нм

5.3. Метод оценок фрактальных размерностей локальной структуры спектров

Пример реализации вычислительного метода оценок фрактальных размерностей спектров приведены в приложении Б.2. В приложении В.3 приведены методика, результаты верификации и применения метода и методики для решения прикладной задачи выявления территорий с аномалиями природного и техногенного происхождений, а также для определения границ залежи природного газа.

5.3.1. Назначение метода оценок фрактальных размерностей

Дешифрирование данных многомерных представлений гиперспектральных космических снимков связано с передачей, хранением и обработкой очень больших объемов информации. Передача больших объемов целевой информации приводит к серьезным проблемам при обеспечении связи с КА и к значительному повышению затрат на создание космических систем ДЗЗ. Этот важный вопрос проектирования КС ДЗЗ. В частности, обсуждению этого вопроса посвящена глава 2 коллективной монографии “Space mission analysis and design” [117]. Отмечается, что анализ альтернатив, связанный с обработкой данных (на борту КА или на Земле) является основным вопросом при проектировании космических систем ДЗЗ.

Функционирование космических систем связано с использованием информации двух типов: специальной (целевой) и служебной. Целевая информация создается, передается или принимается полезной нагрузкой КА и является той продукцией, для получения которой разрабатывается КС. В системах ДЗЗ эта информация возникает в виде изображения в фокальной плоскости гиперспектрального датчика полезной нагрузки, дополняется данными о географических координатах (широте и долготе), после чего основные характеристики передаются для дешифрирования на Землю. Характерной особенностью целевой информации является потенциально

высокая скорость ее передачи. Однако потребность в этой информации может быть и нерегулярной. Возможность проводить обработку данных на борту космических аппаратов в реальном масштабе времени во многом определяется простотой, быстродействием и унифицированностью вычислительных методов обработки целевой информации.

Полевая спектрометрия неизменно сопутствует проведению трудоемких заверочных работ на тестовых полигонах, используется для разработки методов дешифрирования космоснимков, определения индикационных признаков и атмосферной коррекции. Во многих случаях возможность проведения обработки данных спектрометрирования непосредственно в полевых условиях позволяет значительно сократить трудозатраты. Например, позволяет провести более тщательное обследование аномальных участков в процессе сбора данных, выявить причины аномальности и т.п. Простота и высокое быстродействие вычислений фрактальных размерностей спектров позволяют придать современным полевым спектрометрам, в состав которых входят вычислительные средства (ноутбук), ряд специализированных функций. Например, существует возможность непосредственного определения биохимических аномалий при проведении спектрометрирования в полевых условиях. Метод оценок фрактальных размерностей, вывод которого рассматривается ниже, позволяет значительно сократить количество вычислительных процедур, без значительной потери точности, при оценках фрактальных размерностей спектров и может быть применен при проведении гиперспектральной съемки, как в бортовых авиакосмических системах управления зондированием, так и в полевых спектрометрах.

5.3.2. Вывод метода оценок фрактальных размерностей спектров

Метод оценок фрактальных размерностей спектров и гиперспектральных изображений основан на применении формулы (5.12). Напомним эту формулу и основные обозначения:

$$\log(N(r)) = \log(c) - D\log(r), \quad (5.18)$$

где r – переменный размер мерного куба, вычисляемый в долях размера K информационного куба (см. рис. 5.2); $N(r)$ – минимальное количество мерных кубов, необходимых для покрытия спектра, заключенного в информационный куб; D – искомая фрактальная размерность спектра; c – постоянная неизвестная величина. Величина r задается в процессе вычислений, ее максимальное значение: $r=1$ (размер мерного куба равен размеру информационного куба), минимальное значение: $r=1/K$. Минимальное количество уравнений, необходимых для определения неизвестного значения фрактальной размерности D по соотношению (5.18), равно 2. Составим эти уравнения для максимального ($r=1$) и минимального ($r=1/K$) значений r :

$$\begin{aligned}\log N(r=1) &= \log c - D \log(r=1), \\ \log N(r=1/K) &= \log c - D \log(r=1/K).\end{aligned}\quad (5.19)$$

В первом уравнении системы (5.19) $N(r=1)=1$. Это следует из того, что если размер мерного куба равен размеру информационного куба, принятого за единицу, то для покрытия фрактального множества A потребуется один мерный куб. Система (5.19), для рассматриваемого случая, имеет единственное решение

$$D = \frac{\log[N(1/K)]}{\log(K)} \text{ если } N > 1, \quad (5.20 \text{ а})$$

$$D = 2 \quad \text{если } N \leq 1. \quad (5.20 \text{ б})$$

Для значений $N \leq 1$ размерность D должна быть равна топологической размерности плоскости $D = 2$.

Следует отметить, что обозначение $N(1/K)$ в формуле (5.20 а) соответствует минимальному размеру мерного куба $r=1/K$ и эквивалентно обозначению $N(K)$ при рассмотрении относительно уровней квантования. Детальный расчет спектрометрической меры изложен в приложении В.2, компьютерная реализация метода приведена приложении Б.2. Логарифмы

могут вычисляться как по десятичному основанию, так и по натуральному. В рассматриваемых далее задачах используется натуральные логарифмы.

Как следует из анализа формулы (5.20), выполнение оценки фрактальной размерности, по сравнению с методом вычислений фрактальных размерностей спектров и гиперспектральных изображений (см. подраздел 5.2), намного упрощается. Теперь не требуется производить многократных вычислений покрытий фрактального спектра мерными кубами разных размеров и проводить аппроксимацию функции спектрометрической меры $N(r)$ методом наименьших квадратов.

Теоретически, фрактальная размерность объектов, которые представляются 3-х мерными информационными кубами, составляет $2 \leq D \leq 3$. Продемонстрируем это на двух примерах предельного заполнения информационного куба размером $K=16$ мерными кубами с относительным размером $r=1/16$ (см. рис. 5.4). Для полного заполнения информационного куба потребуется N мерных кубов $N=16 \times 16 \times 16 = 4096$, $K=16$. Согласно формуле (5.20 а) размерность спектра равна $D=\ln(4096)/\ln(16)=3$. Для случая, когда информационный куб заполнен только одним мерным кубом, $N=1$ и расчет производится по формуле (5.20 б), согласно которой $D=2$.

Особенностью реализации метода оценок фрактальных размерностей спектров (см. прилож. Б.2) является возможность проведения оценок в широком диапазоне изменения размерностей. Теоретически, фрактальная размерность объектов, которые представляются 3-х мерными информационными кубами, составляет $2 \leq D \leq 3$. Вычислительная процедура реализует оценки размерностей в диапазоне $2 \leq D \leq 2,9986$.

Сравнение точности метода фрактальных оценок проведено на примерах решении прикладных задач, которые рассмотрены в приложении В. Результаты показывают, что для большинства из них погрешность вычислений не превосходит 1% по сравнению с методом вычисления фрактальных размерностей спектров.

В табл. 5.1 сведены результаты вычислений фрактальных размерностей спектров лиственных покровов березы, выполненные методом вычислений фрактальных размерностей и методом оценок фрактальных размерностей

Таблица 5.1
Результаты вычислений фрактальных размерностей спектров
методами: М.1, М.2

| Фрактальные размерности D спектров, диапазон 655–670 нм | | | | | | | | |
|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| М.1 | 2,7990 | 2,7976 | 2,6862 | 2,7803 | 2,6523 | 2,7872 | 2,5863 | 2,6730 |
| М.2 | 2,8065 | 2,8005 | 2,6807 | 2,7889 | 2,6607 | 2,8078 | 2,6055 | 2,6747 |

1. М.1 – метод вычислений фрактальных размерностей спектров (см. Р.5.2). По экспериментальным данным спектрометрирования вычисляется 5 логарифмических значений функции спектрометрической меры $\ln(N)$ соответствующих пятью значениям логарифмам $\ln(r)$ для $r = (\frac{1}{16}, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1)$, так как это показано на рис. 5.5. По вычисленным значениям определяются методом наименьших квадратов коэффициенты $\ln(c), D$ уравнения прямой регрессии $\ln(N) = \ln(c) - D\ln(r)$. Стандартная погрешность отклонения точек от прямой регрессии составило не более 0,02. Расчет проводился на примере реальных данных приложения Б.1, блок 1, для спектрального диапазона 655–670 нм.

2. М.2 метод оценок фрактальных размерностей спектров. Определение фрактальных размерностей спектров проводятся согласно формуле (5.20), максимальное значение масштабного коэффициента $\mu = K$. Вычисления проводились в спектральном диапазоне 655–670 нм, для $K=16$ (см. приложение Б.2).

Следует, однако, отметить, что применение метода оценок фрактальной размерности возможно только в случаях соблюдения степенных зависимостей вида (5.8), (5.9) или (5.10) и их представлений в билогарифмических

координатах (5.12), (5.17). Метод оценок фактически постулирует наличие степенной зависимости, поэтому его применению должно предшествовать теоретическое обоснование и экспериментальное подтверждение степенной зависимости спектрометрической меры от изменений спектрального и пространственного разрешений (масштабов рассмотрения) анализируемого фрагмента спектра. В то же время метод вычисления фрактальных размерностей спектров (см. подраздел 5.2) позволяет анализировать отклонение от степенных зависимостей и, в случае больших отклонений, отвергать предположение о наличие степенной зависимости между размером и мерой спектра.

Метод оценок фрактальных размерностей спектров положен в основу «Способа фрактальной спектрометрической фитоиндикации выявления аномалий природного и техногенного происхождения», который оформлен авторским патентом [4]. Расширенное изложение способа представлено в приложении В.2. Этот метод оценок данных ГДЗ рекомендован для применения в контуре управления режимом ГДЗ на борту БПЛА (см. раздел 8).

5.4. Поле фрактальных размерностей спектров и гиперспектральных изображений

Рассмотренные выше методы вычислений и оценок фрактальных размерностей спектров и гиперспектральных изображений позволяют для области $\Omega \in Z \times Z \times Z$ на решетки пикселей и спектральных каналов гиперспектрального изображения определить цифровую функцию фрактальных размерностей

$$D(x) \rightarrow R, \quad x \in \Omega, \quad (5.21)$$

которая рассматривается как скалярное поле фрактальных размерностей гиперспектрального изображения. Для выражения (5.21) приняты следующие обозначения: Z множество целых чисел, R – множество вещественных чисел.

Фрактальные размерности спектров растительных покровов и ландшафта определяются по гиперспектральному изображению и рассматриваются как скалярная функция точки $M(x, y, \lambda)$ области V пространства E^3

$$M(x, y, \lambda) \in V, \quad V \subset E^3. \quad (5.22)$$

Координаты точки x, y определяются в местной системе координат Oxy , координата λ – спектральная, задает длину волны спектра отраженного светового потока. Следует отметить, что поле фрактальных размерностей является нефрактальной скалярной функцией 3-х переменных $D = u(x, y, \lambda)$, и составляет наиболее общую модель неоднородной фрактальной структуры спектров отражений. Определение значений поля, методами вычислений или оценок фрактальных размерностей, предусматривает разложение изображения на кадры $D = u(c, y, \lambda), \quad c = \overline{1, n}$; где n – число кадров изображения. Каждому фрагменту B кадра гиперспектрального изображения ставится в соответствие одно число – фрактальная размерность фрагмента (см. рис. 1.3). Разложение изображения может быть произведено и по переменной y . Однако, при проведении вычислений поля и анализе изображений должна быть выбрана только одна из этих схем.

Графически, поле фрактальных размерностей как функция 3-х переменных может изображаться в сечениях по одной из координат. Во многих приложениях замена поля спектральных яркостей k ГСИ полем спектральных размерностей D является более информативным. Как будет продемонстрировано далее на примерах решения прикладных задач, модель поля фрактальных размерностей гиперспектральных изображений является эффективным индикатором для решения экологических и природоресурсных задач, а также используется как индикаторный признак сегментации ГСИ. В зависимости от вида решаемой прикладной задачи и условий съемки, наряду с техникой “прыгающего окна”, изложенной выше, может использоваться

просмотр (обработка) данных “сканирующим окном” B^* по строкам СМ-матрицы.

На рис. 5.7 приведен фрагмент поля фрактальных размерностей лиственного покрова как функция 2-х переменных: по оси X в обозначении L – номера спектральных поддиапазонов, Y – расстояние вдоль выбранного маршрута, D – фрактальная размерность.

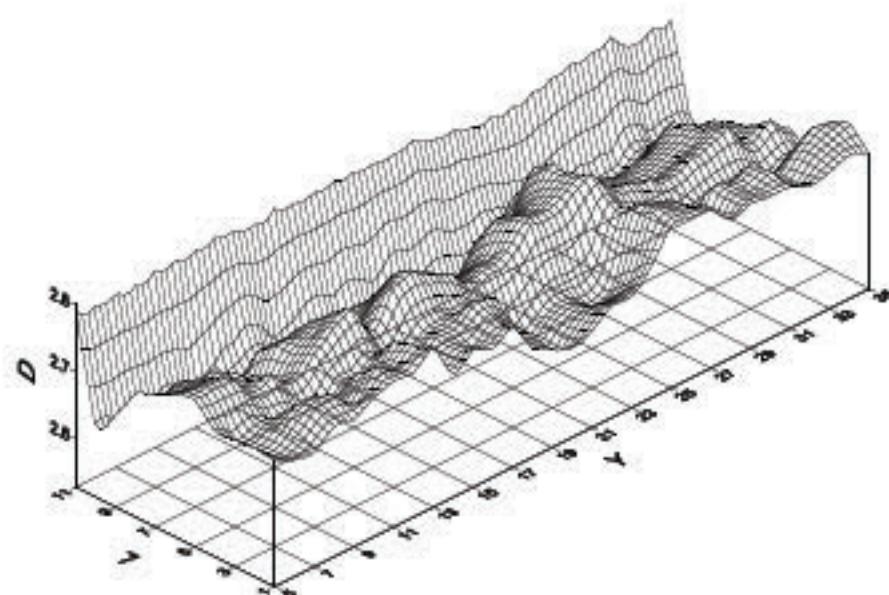


Рис. 5.7. Фрагмент поля фрактальной размерности лиственного покрова $D = u(c, y, L)$, $c = \text{const}$, L – спектральные диапазоны

Этот пример обработки результатов гиперспектральной съемки был опубликован автором в работе [1]. В рассматриваемом примере прыгающее окно имело размер 16×16 (см. рис. 1.3, $m=16$). Спектральное разрешение каналов прибора составляло 2 нм. Обработка данных производилась для спектрального диапазона 400–751 нм, который был разбит на 11 поддиапазонов, (см. ось X , рис. 5.7). Расстояние на местности между контрольными точками (ось Y) составляло 50 м, всего 35 контрольных точек. Фотометрирование листьев березы проводилось спектрофотометром СФ-18. Для иллюстрации графика поля фрактальной размерности на решетке

размером 11×35 были вычислены значения D и произведена интерполяция по Кrigингу.

Результат обработки данных гиперспектральной съемки, представленный как поле фрактальных размерностей в виде функция 3-х переменных $D = u(x, y, \lambda)$, может быть подготовлен в удобной для визуального восприятия форме. Для этого, как уже отмечалось выше, производится переход к рассмотрению множества функций 2-х переменных, которые строятся по различным сечениям функции 3-х переменных. В этом случае, наравне с графиком функции, удобной формой представления поля является монохроматическое изображение, каждому пикслю которого поставлена в соответствие яркость пропорциональная значению фрактальной размерности D . Например, изменение D может быть показано изображением в градациях серого цвета, как изменение по одной из пространственных координат, например, вдоль маршрутной линии или поперек трека при аэрокосмической съемке.

Далее приведены примеры, полученные в результате верификации моделей поля фрактальных размерностей и среднего поля. Более подробно эти задачи рассмотрены на примерах в приложении В.3 «Методика определения поля фрактальных размерностей и сегментация гиперспектральных изображений природных ландшафтов».

На рис. 5.8 приведен пример построения поля фрактальных размерностей спектра отражений посева пшеницы по маршрутной линии, в диапазоне 526–733 нм, спектральное разрешение 1 нм, размер проекции пикселя на плоскость съемки 0,2 м. Поле представлено изменениями фрактальной размерности D в градациях серого цвета. Белому цвету на изображении соответствуют максимальное значение фрактальной размерности D . Спектральный диапазон 526–733 нм, был разбит на 13 поддиапазонов по 16 нм в каждом: $(733 - 525)/16 = 13$. Расчетное значение D для каждого поддиапазона приписано его левой границе.

На маршруте протяженностью 2,1 км, произведена дистанционная съемка 4-х площадей. Размер каждой площади $4 \times 4 = 16$ пикселей, 4 пикселя поперек трека и 4 пикселя по треку. Всего задействовано для 4-х площадей 64 гиперспектральных пикселя (спектрограмм). Каждая площадь характеризовалась тринадцатью спектральными поддиапазонами, для каждого поддиапазона каждой площади вычислялась фрактальная размерность. С каждой площади получено 13 фрактальных размерностей (см. структуру спектрометрической матрицы на рис. 1.3, для $K=16$). Всего было вычислено с 4-х площадей: $4 \times 13 = 52$ значения фрактальных размерностей, которые были размещены в узлах сетки для построения полутонаового изображения, приведенного на рис. 5.8. Обработка (см. приложение Б.3) проводилась методом вычисления фрактальных размерностей (см. подраздел 5.2).

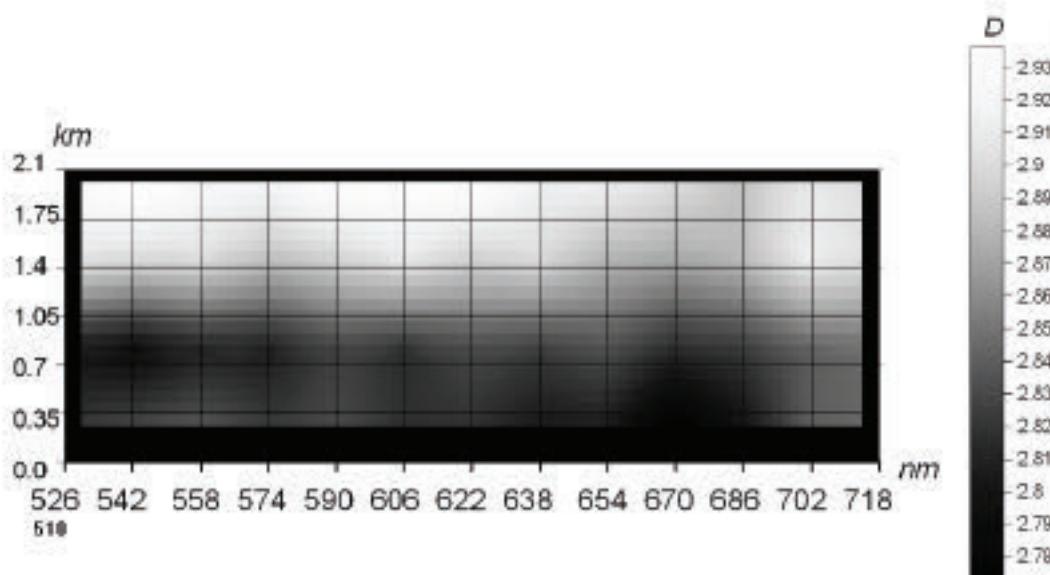


Рис. 5.8. Представление поля фрактальных размерностей спектра пшеницы полутонаовым изображением по маршруту (треку) дистанционной съемки. Протяженность маршрута 2,1 км, 4 пикселя поперек трека, всего 64 пикселя на маршруте, спектральный диапазон 526–733 нм, спектральное разрешение 1 нм

5.5. Модель среднего поля фрактальных размерностей спектров

Фрактальные размерности спектра с 4-х площадей, показанные в виде изображения на рис. 5.8, могут быть представлены графически как функции одной переменной спектра длин волн λ :

$$D_i = f_i(\lambda), i = \overline{1, 4}. \quad (5.23)$$

На рис. 5.9 приведены графики размерностей D_i для рассмотренных площадей (5.24) в диапазоне 350÷926 нм

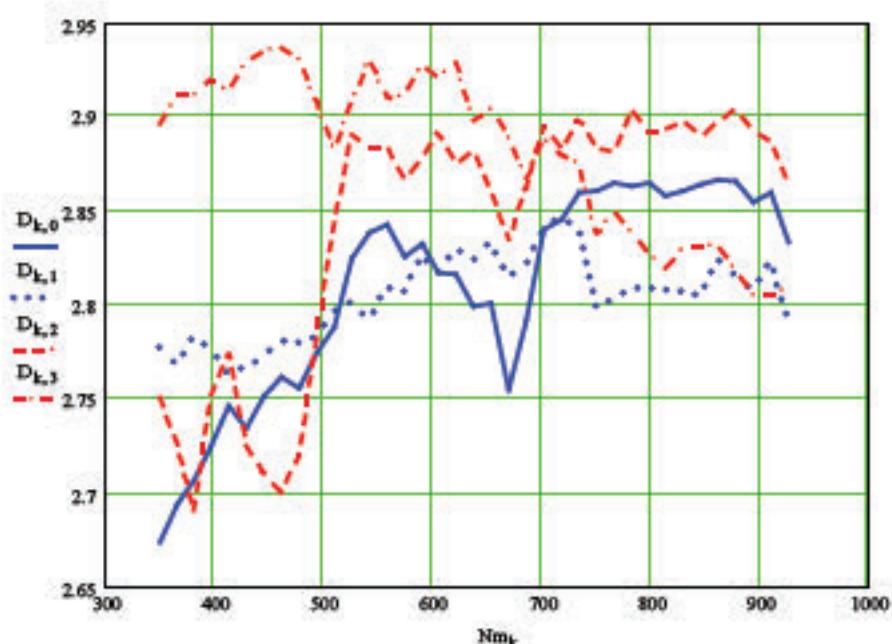


Рис. 5.9. Представление поля фрактальных размерностей спектра пшеницы с 4-х участков размером $4 \times 4 = 16$ пикселей в спектральном диапазоне 350÷926 нм, спектральное разрешение 1 нм

Из рассмотрения рис. 5.9, рис. 5.8 можно заключить, что состояние гомогенной растительности на первых 2-х участках маршрута отличается от состояния на 2-х других по значениям D в диапазоне 526÷733 нм. Действительно, нижние 2 графика принадлежат участкам расположенным вне залежи природного газа, а другие 2 участка находятся в области залежи (см.

приложение В.3.4 «Верификация методики на примере определения границы залежи природного газа»).

Поле фрактальных размерностей, изображенное на рис. 5.8 как функция 2-х переменных $D = u(x, y = c, \lambda)$, может быть усреднено по значениям D в спектральных каналах для каждой из рассматриваемых тестовых площадей

$$\langle D \rangle = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n D_k, \quad (5.24)$$

где k номер спектрального поддиапазона, n – число поддиапазонов. В рассматриваемом примере, для рис. 5.9, $n=13$, $k=\overline{1, 13}$.

Если тестовые площадки покрывают всю рассматриваемую поверхность изображения, то среднее по спектру поле $\langle D \rangle$ определяется функцией 2-х переменных

$$\langle D \rangle = \phi(x, y), \quad (5.24)$$

которое может быть представлено полутонаовым изображением фрактальной размерности поверхности. Знаком λ в формуле (5.24) показано, что среднее значение $\langle D \rangle$ определялось по спектру.

На рис. 5.10 приведен пример построения среднего поля фрактальной размерности спектра гомогенной растительности в районе залежи углеводородов. Применение модели среднего поля фрактальных размерностей подробно изложено в приложении В как «Методика определения поля фрактальных размерностей и сегментация гиперспектральных изображений природных ландшафтов». Значения среднего поля $\langle D \rangle$ для изображения на рис. 5.10 были определены для 36 тестовых площадок изображения и размещено в узлах сетки размером 6×6 . Была выполнена интерполяция значений по всей рассматриваемой поверхности. Светлым тоном показан район залежи природного газа, которому соответствуют большие значения средних фрактальных размерностей, определенных по формуле (5.24).

Определение границ залежи природного газа приведено на селективном изображении рис. 5.11. Полное описание «Способа фрактальной спектрометрической фитоиндикации выявления аномалий природного и техногенного происхождения», а также методика, приведены в приложении В.

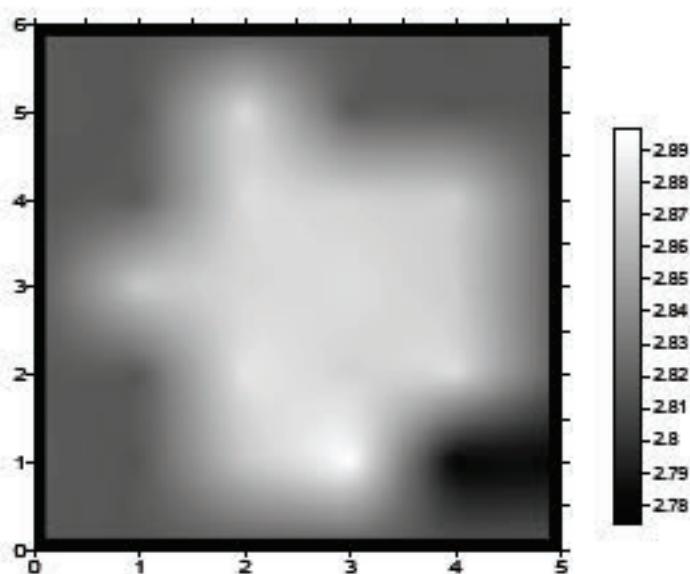


Рис. 5.10. Пример изображения среднего поля фрактальных размерностей $\langle D \rangle$ спектра отражений пшеницы в районе залежи природного газа

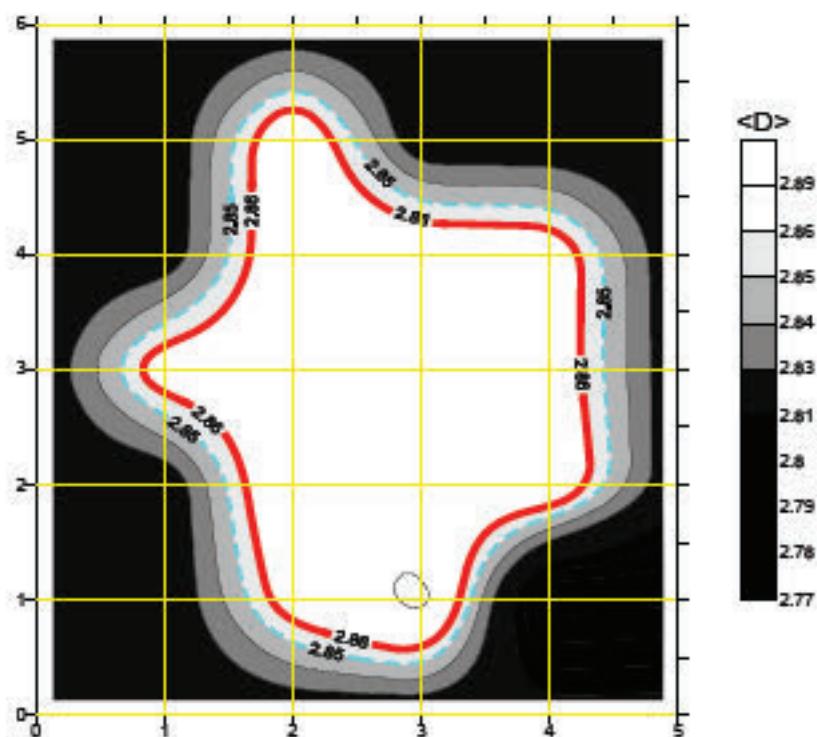


Рис. 5.11. Селективное изображение залежи газа с ребрами селекции

Выводы раздела 5

1. Разработан метод вычисления фрактальных размерностей локальной структуры спектров и гиперспектральных изображений. Каждый кадр ГСИ представлен спектрометрической матрицей спектральных интенсивностей k . Метод предусматривает разбиение кадра ГСИ на фрагменты одного размера и определение фрактальных свойств фрагментов. Фрактальные свойства фрагментов устанавливаются по степенному скейлингу квантованных значений спектральных интенсивностей фрагментов. Метод определяет фрактальные размерности фрагментов. Размерности являются масштабными инвариантами фрагментов. Полное описание структура ГСИ производится заданием фрактальных размерностей фрагментов (локальной структуры) и составляет неоднородную фрактальную модель спектров отражений.

2. Экспериментально установлено, что спектры отражений растительных покровов имеют локальную фрактальную структуру, и неоднородная фрактальная модель адекватно описывает общую структуру спектра.

3. В рамках неоднородной фрактальной модели спектр отражений растительных покровов представлен неоднородным фракталом – объединением различных фрактальных подмножеств, каждое из которых имеет свое значение фрактальной размерности D .

4. Описание неоднородных фрактальных структур спектров отражений и гиперспектральных изображений осуществляется построением поля локальных фрактальных размерностей. Для этого исходное поле спектральных интенсивностей k отраженного светового потока, представленного в ГСИ негладкой (фрактальной) функцией 3-х переменных

$$k = f(x, y, \lambda), \quad (5.25)$$

заменяется полем фрактальных размерностей D ГСИ

$$D = u(x, y, \lambda). \quad (5.26)$$

Функция фрактальных размерностей D является достаточно гладкой для однородных объектов, но терпит значительные скачки или разрывы фрактальных размерностей на объектах разной структуры. Это свойство фрактальных размерностей локальной структуры ГСИ позволяет использовать фрактальную размерность как индикаторный признак для сегментации данных. Однородные по составу объекты имеют близкие значения фрактальных размерностей.

5. Рассмотрен метод построения двумерного среднего поля фрактальных размерностей ГСИ

$$\langle D \rangle = \varphi(x, y). \quad (5.27)$$

Переход от фрактального поля спектральных интенсивностей к среднему полю фрактальных размерностей позволяет использовать для решения прикладных задач стандартные методы пороговой сегментации, которые рассмотрены в пункте 1.6.1.

6. Проведен вывод метода оценок фрактальных размерностей локальной структуры спектров и гиперспектральных изображений. Метод позволяет проводить оценки фрактальных размерностей по упрощенной процедуре, и может быть рекомендован для обработки целевой информации, как в бортовых аэрокосмических комплексах, так и при проведении полевой спектрометрии.

7. Методы вычисления фрактальных размерностей и полей фрактальных размерностей ГСИ поддерживаются вычислительными функциями приложения Б и методикой определения поля фрактальных размерностей, изложенной в приложении В.

РАЗДЕЛ 6

МУЛЬТИФРАКТАЛЬНЫЕ СТРУКТУРЫ ГИПЕРСПЕКТРАЛЬНЫХ ОТРАЖЕНИЙ

6.1. Мультифрактальная модель гиперспектральных отражений на основе энтропии Ренни

В основе мультифрактального анализа данных гиперспектрального зондирования положено представление о том, что фрактальная мера может быть представлена взаимосвязанными фрактальными подмножествами, изменяющимися по степенному закону с различными показателями. Модели, которые строятся на основе таких представлений, открывают новые возможности для применения фрактальной геометрии к анализу гиперспектральных изображений (ГСИ), экономному описанию распределений спектральных интенсивностей (КСО или КСЯ) по кадрам гиперспектрального изображения. Применение основных положений фрактальной геометрии неоднородных фракталов (мультифракталов) [2, 40, 41, 68, 69] к гиперспектральному анализу гомогенных растительных покровов позволяет ввести формальное определение состояния растительных покровов, что может найти широкое применение в экологии, сельском хозяйстве, а также при проведении нефтегазоисковых работ.

Мультифрактальные модели применяются для описания объектов с масштабно-инвариантными структурами, для полного описания которых недостаточно определения одной величины – фрактальной размерности, а требуется широкий спектр фрактальных размерностей. Учитывая то, что термин “спектр”, в данном разделе диссертации “перегружен”, применительно к спектру электромагнитных волн светового потока применяется термин “гиперспектр”. Определения фрактальных размерностей гиперспектров отражений как мультифракталов основано на однопараметрическом (с параметром q) семействе функций энтропии Ренни, которая аксиоматически была определена венгерским математиком Альфредом Ренни [118, 119]. В

настоящее время на основе энтропии Ренни создаются модели описания сложных самоорганизующихся систем, открываются новые аспекты теории статистической термодинамики неравновесных процессов [92, 120]. Энтропия Ренни порядка q , где q не обязательно целое число, определяется выражением

$$H_q^{(R)} = \frac{1}{1-q} \ln \sum_{i=1}^N p_i^q, \quad \sum_{i=1}^N p_i = 1, \quad (6.1)$$

где p_i – вероятности событий. При $q=1$, в силу условия нормировки вероятностей, в выражении (6.1) энтропии Ренни возникает неопределенность 0/0. Раскрытие этой неопределенности при $q \rightarrow 1$ приводит к формуле энтропии H дискретного распределения вероятностей, которая в зависимости от физической интерпретации пропорциональна статистической энтропии или информационной энтропии Шеннона $H^{(Sh)}$ [91]

$$H = \left(-\sum_{i=1}^N p_i \ln p_i \right) \propto H^{(Sh)}. \quad (6.2)$$

Пусть исходные данные для мультифрактального анализа гиперспектров отражений растительных покровов имеют стандартное представление в виде гиперкуба данных (рис. 6.1).

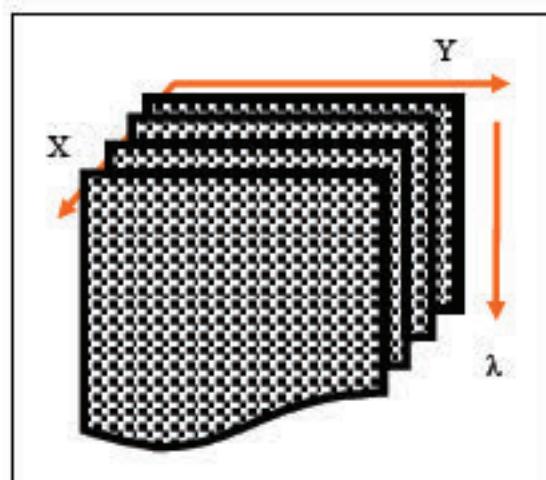
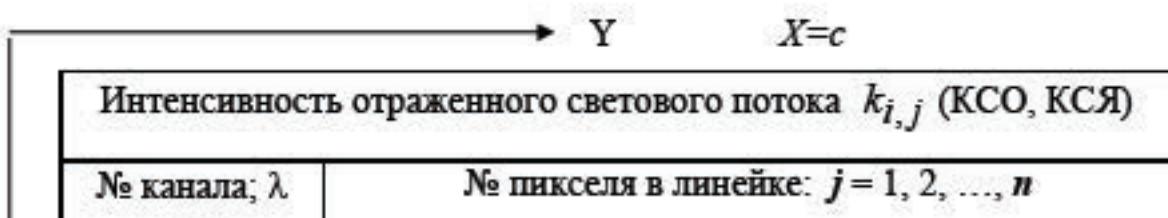


Рис. 6.1. Гиперкуб структуры данных гиперспектральных отражений

Гиперкуб как 3-х мерный массив \mathbf{k} данных характеризуется тремя индексами

$$\mathbf{k} = \{k_{i,j,p}\}; i = \overline{1,m}; j = \overline{1,n}; p = \overline{1,s}. \quad (6.3)$$

Каждой точке гиперкуба с координатами (i, j, p) соответствует значение гиперспектральной интенсивности $k_{i,j,p}$, которое в рассматриваемых примерах соответствует квантованным целочисленным значениям КСО или КСЯ. Если измерения выполняются с КА или воздушных средств щелевыми гиперспектрометрами детального зондирования, то каждому измерению соответствует спектрометрическая матрица (СМ-матрица), которая рассматривается как один кадр ГСИ, полученный поперек трека ($X=c$, Y, λ) движения ЛА (см. рис. 6.2). Каждый пиксель кадра (СМ-матрицы) представлен своим гиперспектром λ (спектрограммой). Формирование гиперкуба данных (рис. 6.1) происходит бортовым компьютером по мере сканирования местности за счет движения ЛА гиперспектрометром по треку (X).



| Интенсивность отраженного светового потока $k_{i,j}$ (КСО, КСЯ) | | | | | | |
|---|---|-----------|---------|-----------|-----------|-----------|
| № канала; λ нм | № пикселя в линейке: $j = 1, 2, \dots, n$ | | | | | |
| $i = 1, 2, \dots, m$ | $j=1$ | $j=2$ | \dots | $j=K$ | \dots | $j=n$ |
| $i = 1; 350$ нм | $k_{1,1}$ | $k_{1,2}$ | \dots | $k_{1,K}$ | \dots | $k_{1,n}$ |
| $i = 2; 351$ | $k_{2,1}$ | $k_{2,2}$ | \dots | $k_{2,K}$ | \dots | $k_{2,n}$ |
| $i = 3; 352$ | $k_{3,1}$ | B | | $k_{3,K}$ | \dots | |
| \dots | \dots | \dots | | \dots | \dots | |
| $i = K$ | $k_{K,1}$ | $k_{K,2}$ | \dots | | $k_{K,K}$ | \dots |
| \dots | \dots | \dots | \dots | \dots | \dots | \dots |
| $i = m$ | $k_{m,1}$ | $k_{m,2}$ | \dots | $k_{m,K}$ | \dots | $k_{m,n}$ |

Рис. 6.2. Структура СМ-матрицы кадра гиперспектрального изображения

Если гиперспектральные измерения выполняются полевыми прецизионными спектрометрами типа ASD FieldSpec® 3FR дистанционным или контактным способом, то в результате каждого измерения формируется гиперспектральный пиксель или спектrogramma. Кадр ГСИ (СМ-матрица) формируется компьютером как объединение спектrogramм по маршруту исследований территории. Сформированный набор кадров по параллельным маршрутам соответствует ГСИ со структурой данных гиперкуба (рис. 6.1).

Задача состоит в описании распределения квантованных целочисленных значений гиперспектральных интенсивностей по кадру (СМ-матрице) разбитому на равные квадратные ячейки переменного размера r .

Диапазон изменения гиперспектральных интенсивностей кадра квантуется на kv целочисленных отсчетов, приняв минимальный отсчет за 1 квант. Переменный размер r ячеек задается формулой в долях максимального размера K “прыгающего” окна B (см. рис. 6.2):

$$r = \frac{1}{2^t}, \quad t = \overline{0, b}, \quad K = 2^b, \quad (6.4)$$

что соответствует следующим значениям размера

$$r = \left\{ \frac{1}{2^0} = 1, \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}, \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}, \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}, \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}, \dots, \frac{1}{2^b} = \frac{1}{K} \right\} \quad (6.5)$$

Разбиение исходной матрицы кадра на ячейки, согласно формулам (6.5), (6.6), осуществляется выбором максимального значения размера “прыгающего” окна B переменного размера. Для корректного просмотр кадра окном B необходимо, чтобы кадр состоял из m строк и n столбцов СМ-матрицы кратных числу K . Следовательно, для обработки данных число гиперспектральных каналов m , включенных в рассмотрение, следует выбирать кратным числу K , это число определяется как:

$$m = \left\lfloor \frac{m_1}{K} \right\rfloor \cdot K, \quad (6.6)$$

где $\left\lfloor \frac{m_1}{K} \right\rfloor$ – целочисленная функция floor, наибольшее целое число меньшее

или равное числу спектральных каналов прибора m_1 деленному на число столбцов матрицы. Аналогичное условие должно соблюдаться при выборе числа столбцов (пикселей) СМ-матрицы

$$n = \left\lfloor \frac{n_1}{K} \right\rfloor \cdot K. \quad (6.7)$$

Минимальный размер ячейки в отсчетах – это квадрат равный максимальному разрешению, которое определяется размером исходной ячейки СМ-матрицы (см. рис. 6.2).

После разбиения кадра на квадратные ячейки размером r , следует пронумеровать ячейки занятые только квантами отражений от растительности индексом i :

$$i = 1, 2, \dots, N(r),$$

где $N(r)$ – общее количество ячеек размером r , в каждой из которых содержится $k_i(r)$ квантов интенсивности. Распределение квантованных значений интенсивностей в СМ-матрице при разрешении r характеризуется набором чисел $k_i(r)$, показывающих, сколько квантов находится в i -й ячейке.

Обозначим через L общее количество квантованных значений гиперспектральных интенсивностей (квантов) во всех ячейках, которое не зависит от размера ячеек,

$$L = \sum_{i=1}^{N(r)} k_i(r). \quad (6.8)$$

Мерой (вероятностной) содержимого i -й ячейки является доля $p_i(r)$

$$p_i(r) = \frac{k_i(r)}{L}, \quad \sum_{i=1}^{N(r)} p_i(r) = 1 \quad (6.9)$$

числа квантов, попавших в i -ю ячейку, от их полной численности L в кадре.

Полный набор

$$\{p_i(r)\}_{i=1}^{N(r)}, \quad (6.10)$$

при максимальном разрешении (минимальном r), дает полное описание распределения квантов по кадру.

Введем в рассмотрение статистическую сумму

$$Z(q,r) = \sum_{i=1}^{N(r)} p_i^q(r), \quad q \in (-\infty, +\infty). \quad (6.11)$$

В случае если гиперспектр отражений демонстрирует степенной скейлинг статистической суммы $Z(q,r)$ для всех порядков q вероятностей $p_i(r)$, то становится возможным провести мультифрактальный анализ распределений интенсивностей по кадру. Мультифрактальный анализ ГСИ позволяет формализовать понятие состояния растительных покровов в терминах энтропии, и использовать как индикаторный признак для интерпретации результатов зондирования.

Для анализа ГСИ воспользуемся мультифрактальной мерой (6.12), рассмотренной в работе [68 глава 6, стр. 86],

$$v(q,r) = \sum_{i=1}^{N(r)} p_i^q(r) r^d = Z(q,r) r^d \xrightarrow[r \rightarrow 0]{} \begin{cases} 0, & d > \tau(q), \\ \infty, & d < \tau(q). \end{cases} \quad (6.12)$$

Мера обладает “показателем массы” $d = \tau(q)$, при котором мера не обращается в нуль или в бесконечность, а сходится к некоторым постоянным $c(q)$, зависящим от того, какой порядок q статистической суммы (6.11) выбирается.

Из условия сходимости меры определим требование к виду распределений гиперспектральных интенсивностей по СМ-матрице. Для того, чтобы выполнялось условие сходимости необходимо, чтобы статистическая сумма $Z(q,r)$, вычисленная по экспериментальным данным в некотором диапазоне изменений размера r , например (6.5), была степенной функцией

$$Z(q,r) = \sum_{i=1}^{N(r)} p_i^q(r) = c(q) r^{-\tau(q)}. \quad (6.13)$$

Покажем это, подставив условие (6.13) в соотношение (6.12) получаем

$$v(q, r) = c(q)r^{-\tau(q)}r^d = c(q), \quad (6.14)$$

что возможно только при $d = \tau(q)$.

Следовательно, необходимым условием сходимости мультифрактальной меры $v(q, r)$, определяемой выражением (6.12), является степенная зависимость (6.13) статистической суммы от размера r ячейки B спектрометрической матрицы, или от ее разрешения.

Следует отметить следующее свойство статистической суммы $Z(q, r)$, определяемой выражением (6.13). Выбор больших значений $q >> 1$ способствует повышению вклада ячеек с большими значениями p_i в статистическую сумму, а выбор $q << 1$ повышает вклад ячеек с относительно малыми значениями p_i . В зависимости от значения q логарифм статистической суммы $\ln(Z(q, r))$ принимает значения разных знаков.

Степенной параметр $\tau(q)$ является функциональным инвариантом, связывающим значение статистической суммы с масштабными m изменениями размера r ячейки СМ-матрицы, когда $r \rightarrow 0$, т.е. от значений r не зависит. Покажем это:

$$Z(q, r) = c(q)r^{-\tau(q)} \propto r^{-\tau(q)}, \quad (6.15)$$

$$c(q)(mr)^{-\tau(q)} = c(q)m^{-\tau(q)}r^{-\tau(q)} = \bar{c}(q)r^{-\tau(q)}.$$

Для определения $\tau(q)$ логарифмируем выражение (6.13)

$$\ln(Z(q, r)) = \ln(c(q)) - \tau(q)\ln(r). \quad (6.16)$$

Определяем

$$\tau(q) = -\frac{\ln(Z(q, r))}{\ln(r)} + \frac{\ln(c(q))}{\ln(r)} \quad (6.17)$$

и при $r \rightarrow 0$

$$\tau(q) = \lim_{r \rightarrow 0} \left[-\frac{\ln(Z(q, r))}{\ln(r)} + \frac{\ln(c(q))}{\ln(r)} \right], \quad (6.18)$$

находим, что $\ln(r) \rightarrow -\infty$, а значения $\ln(Z(q,r))$ могут быть как положительные, так и отрицательные в зависимости от значений q . Функция $\tau(q)$ для мультифрактала определим выражением

$$\tau(q) = -\lim_{r \rightarrow 0} \left[\frac{\ln(Z(q,r))}{\ln(r)} \right]. \quad (6.19)$$

Обобщенные фрактальные размерности Ренни мультифрактала определяются выражением

$$D_q = \lim_{r \rightarrow 0} \left[\frac{-1}{1-q} \frac{\ln(Z(q,r))}{\ln(r)} \right] = \frac{\tau(q)}{1-q}, \quad (6.20)$$

которое устанавливает связь обобщенных размерностей с энтропией Ренни, см. (6.1)

$$D_q = \lim_{r \rightarrow 0} \left[\frac{-1}{1-q} \frac{\ln \sum_{i=1}^{N(r)} p_i^q}{\ln(r)} \right] = \lim_{r \rightarrow 0} \left[-\frac{H_q^{(R)}}{\ln(r)} \right]. \quad (6.21)$$

Выражения (6.9–6.11), (6.16–6.21) определяют мультифрактальную модель гиперспектральных отражений растительных покровов. Необходимым условием для применения которой является выполнение условия (6.15) или более просто вычисляемое выражение (6.16). Распределения с мультифрактальной структурой характеризуются асимптотическим поведением статистической суммы $Z(q,r)$ при $r \rightarrow 0$. Для мультифрактала выполняется степенная зависимость суммы от размера

$$Z(q,r) = \sum_{i=1}^{N(r)} p_i^q (r) \propto r^{-\tau(q)}. \quad (6.22)$$

Спектр обобщенных фрактальных размерностей D_q на интервале $-\infty < q < +\infty$ характеризует распределение квантованных значений интенсивностей в СМ-матрице кадра ГСИ. Если D_q не зависит от q ,

$D_q = D = \text{const}$, то данное распределение квантов представляет однородный фрактал, который характеризуется одной величиной D фрактальной размерностью. Если функция D_q меняет значения с изменением q , то рассматриваемое распределение представляет мультифрактал. При любых значениях q , значения обобщенных фрактальных размерностей Ренни $D_q > 0$.

Физический смысл обобщенной размерности D_0 . При значении $q = 0$ размерность D_0 характеризует фрактальные геометрические свойства носителя мультифрактального множества. В случае анализа СМ-матрицы, в которой не все ячейки относятся к растительному покрову, D_0 определяет фрактальную геометрическую размерность покрова. В этом случае статистическая сумма равна

$$Z(q=0, r) = \sum_{i=1}^{N(r)} p_i^0(r) = N(r). \quad (6.23)$$

Выражение (6.23) показывает, что в случае $q = 0$ статистической суммой просто пересчитываются все занятые ячейки. Согласно соотношению (6.23) и условию существования мультифрактальной структуры (6.22) $Z(q=0, r) = N(r) \propto r^{-\tau(0)}$, а из (6.20) для $q = 0$,

$$D_0 = \frac{\tau(0)}{(1-0)} = \tau(0),$$

следует $\tau(0) = D_0$, и окончательно

$$N(r) \propto r^{-D_0}. \quad (6.24)$$

Фрактальная размерность D , вычисленная по размерности Хаусдорфова (2.53), (2.55) или Минковского (5.5 а), характеризуется зависимостью

$$N(r) \propto r^{-D}. \quad (6.25)$$

Из сопоставления соотношений (6.24) и (6.25), следует $D_0 = D$. Это означает, что D_0 представляет хаусдорфову размерность D . Если в состав СМ-матрицы включены только ячейки с гиперспектром растительного покрова, как это

имеет место в случае, который рассмотрен в подразделе 6.2 при верификации модели на тестовых полигонах, то $D_0 = D = 2$. Размерность D_0 характеризует размерность носителя (support) мультифрактального множества.

Физический смысл обобщенной размерности D_1 . При значении $q=1$, в силу условия нормировки вероятности (6.1) $Z(q=1, r)=1$, возникает неопределенность в выражениях (6.20), (6.21). Раскрытие неопределенности (см. (6.1, 6.2)) в выражении (6.21) при $q \rightarrow 1$ приводит к формуле

$$\begin{aligned} D_1 &= \lim_{\substack{r \rightarrow 0 \\ q \rightarrow 1}} \left[\frac{-1}{1-q} \frac{\ln \sum_{i=1}^{N(r)} p_i^q}{\ln(r)} \right] = \lim_{\substack{r \rightarrow 0 \\ q \rightarrow 1}} \left[-\frac{H_q^{(R)}}{\ln(r)} \right] = \lim_{r \rightarrow 0} \left[-\frac{\sum_{i=1}^{N(r)} p_i \ln p_i}{\ln r} \right] = \\ &= \lim_{r \rightarrow 0} \left[\frac{H}{-\ln(r)} \right], \end{aligned} \quad (6.26)$$

которая показывает, что размерность D_1 связана с энтропией H мультифрактального распределения множества квантованных значений гиперспектральных интенсивностей. В статистической термодинамике определение статистической энтропии соотношением (6.2) характеризует меру беспорядка в системе, состоящей из большого количества элементов, и является характеристикой степени упорядоченности системы [91]. Максимальному значению энтропии соответствует максимальная степень беспорядка в системе. В этом определении под p_i понимается вероятность обнаружить систему в состоянии i . Следовательно, D_1 является характеристикой состояния системы по степени упорядоченности квантов по ячейкам. Размерность D_1 в теории мультифракталов получила название информационной размерности. Энтропия H максимальна в случае равенства вероятностей p_i , что соответствует однородному распределению квантов по ячейкам.

Физический смысл однородного распределения квантов $k_i(r)$ по ячейкам размером r . Заметим, что энтропия H распределения квантов по ячейкам СМ-матрицы максимальна, когда во всех ячейках содержится одинаковое число квантов и все вероятности p_i , обнаружить квант в i -й ячейке $i=1, 2, \dots, N(r)$, равны:

$$k_i(r) = k_j(r), \quad p_i(r) = p_j(r); \quad i \neq j; \quad i, j = \overline{1, N(r)}. \quad (6.28)$$

Такое распределение квантов $k_i(r)$ по ячейкам будем называть однородным, а состояние системы – статистически равновесным. В этом случае в каждой i -й ячейке содержится

$$k_i(r) = \frac{L}{N(r)} \text{ квантов}, \quad (6.29)$$

где $N(r)$ – общее количество занятых ячеек, L – общее количество квантов во всех занятых ячейках. Согласно выражению (6.9) и (6.29), статистические вероятности такого распределения определяются

$$p_i(r) = \frac{k_i(r)}{L} = \frac{L}{N(r)L} = N^{-1}(r), \quad (6.30)$$

а статистическая сумма такого распределения равна

$$Z(q, r) = \sum_{i=1}^{N(r)} p_i^q(r) = \sum_{i=1}^{N(r)} N^{-q}(r) = N^{1-q}(r). \quad (6.31)$$

Согласно определению фрактальной размерности D , см. (6.25), число занятых ячеек $N(r)$, при достаточно малом размере r , с точностью до постоянной определяется как $N(r) \propto r^{-D}$. Подстановка этого значения $N(r)$ в формулу (6.31) дает

$$Z(q, r) = N^{1-q}(r) = r^{-D(1-q)}. \quad (6.32)$$

Из (6.22) поведение статистической суммы при $r \rightarrow 0$ определяется выражением

$$Z(q, r) \propto r^{-\tau(q)}. \quad (6.33)$$

Из сравнения выражений (6.32) с (6.33) следует

$$\tau(q) = D(1 - q). \quad (6.34)$$

Следовательно, в случае однородного распределения квантованных интенсивностей по кадру ГСИ функция $\tau(q)$ линейная. Подставив выражение (6.34) для $\tau(q)$ в соотношение (6.20) убеждаемся в том, что все обобщенные размерности равны между собой

$$D_q = \frac{\tau(q)}{1-q} = \frac{D(1-q)}{1-q} = D. \quad (6.35)$$

Следовательно, в случае однородного распределения квантов по ячейкам с вероятностью $p_i = N^{-1}(r)$, энтропия Ренни для всех q статистического мультифрактала равна

$$\begin{aligned} H_q^{(R)}(r) &= \frac{1}{1-q} \ln \sum_{i=1}^{N(r)} \left(\frac{1}{N(r)} \right)^q = \frac{1}{1-q} \ln \left(N(r) \left(\frac{1}{N(r)} \right)^q \right) = \\ &= \frac{1}{1-q} \ln [(N(r))^{1-q}] = \ln N(r). \end{aligned} \quad (6.36)$$

6.2. Верификация мультифрактальной модели гиперспектральных отражений растительных покровов

6.2.1. Численный метод реализации мультифрактальной модели гиперспектральных отражений

Верификация модели осуществлялась на мезоскопическом контактном уровне исследования (см. подраздел 3.2) на территориях Восточно-Рогинцовского (Днепровско-Донецкая впадина) месторождения нефти и на макроскопическом дистанционном уровне исследований на территории Глебовского месторождения (Крым) природного газа (см. приложение В.3.4).

Для мезоскопического уровня кадр со структурой СМ-матрицы формировался как 16 спектрограмм листьев бересклета. Контактная съемка велась полевым спектрометром типа FieldSpec-3FR с интегрирующей сферой RTS-

ЗС. Было подготовлено ряд кадров ГСИ, часть из которых принадлежала району залежи углеводорода (УВ), а часть находилась вне залежи. В рассмотрение принимался диапазон 350 ÷ 749 нм, разрешение 1 нм.

Формирование ГСИ макроскопического уровня было выполнено дистанционной съемкой посева пшеницы, которая находилась в стадии вегетации. Съемка с расстояния около 10 м проводилась как непосредственно над газовым хранилищем, так и с участков за пределами залежи. Спектrogramма каждой съемки составляла 1 гиперспектральный пиксель СМ-матрицы кадра. Проекция пикселя на поверхность съемки равнялась 0,15 м. Кадр формировался из 16 гиперспектральных пикселей.

Численный метод реализации мультифрактальной модели гиперспектральных отражений выполняется над данными, представленными в виде СМ-матриц на рис. 6.1, количество строк и столбцов которых удовлетворяет условиям (6.4) – (6.7). Реализация метода осуществляется в следующей последовательности действий.

Шаг 1. Проводится проверка необходимого условия (6.33) существования мультифрактальной структуры гиперспектральных отражений и если условие выполняется, то осуществляется вычислений функции $\tau(q)$ для каждой СМ-матрицы. Для этого значения степени q , статистической суммы $Z(q,r)$, необходимо представить в виде дискретного набора

$$q \in \{q_l\}_{l=q_{\min}}^{q_{\max}}, \quad q_l \neq 1, \quad q_{\min} < 0, \quad q_{\max} > 0, \quad (6.37)$$

и для каждого фиксированного значения q набора вычислить логарифмы значений статистических сумм

$$\ln(Z_q(r_j)) = \ln\left(\sum_{i=1}^{N(r)} p_i^q(r_j)\right), \quad (6.38)$$

для каждого значения r_j :

$$r_j = 2^{-j}, \quad j = \overline{0, b}, \quad (6.39)$$

а также вычислить $\ln(r_j)$. Набор из $(b+1)$ точки с координатами

$$\left\{ \ln(r_j), \ln(Z_q(r_j)) \right\}, \quad j = \overline{0, b} \quad (6.40)$$

должен удовлетворять системе переопределенных линейных уравнений (6.16) в записи (6.41)

$$\ln(Z_q(r_j)) = \ln(c(q)) - \tau(q) \ln(r_j), \quad j = \overline{0, b}, \quad (6.41)$$

для каждого фиксированного значения q из набора (6.37). Вычисления предусматривают контроль стандартной ошибки. Система (6.41) состоит из $b+1$ уравнения с двумя неизвестными $\ln(c(q)), \tau(q)$. Оценить, насколько хорошо экспериментальные точки (6.39) ложатся на построенную с помощью регрессии или метода наименьших квадратов линию (6.41), можно чисто визуально, как это сделано на рис. 6.3. Но лучше получить некоторую количественную оценку. Оптимальной количественной оценкой является стандартная ошибка, равная среднеквадратическому расстоянию от точек данных до прямой регрессии.

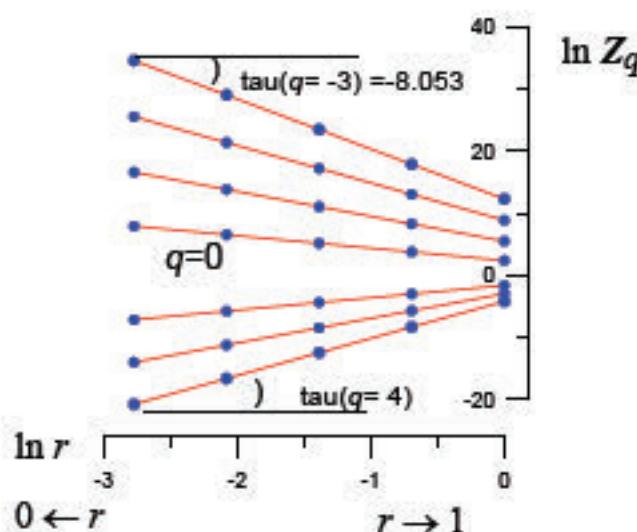


Рис. 6.3. Биологарифмические графики изменений статистических сумм

$(Z_q, q = \overline{-3, +4})$ распределения квантованных значений КСО по ячейкам кадра (СМ-матрицы) при изменении размера ячеек r . Мезоскопический уровень исследований гиперспектров отражений листьев бересы

На рис. 6.3 приведены графики результатов гиперспектрального мезоскопического уровня исследований лиственного покрова бересы. В соответствии с мультифрактальной моделью и численным методом, для обработки принималась СМ-матрица составленная из 16 спектrogramм КСО листьев бересы, показания КСО прибора квантованы на $kv = 100$ отсчетов, переменный размер r ячейки сканирования СМ-матрицы изменялся согласно формуле (6.38) и принимал $b+1=5$ значений: $r = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}\right\}$. В результате для каждого значения степени q получено 5 значений статистической суммы Z_q , которые в логарифмических координатах как функция от $\ln r$ приведены на графиках рис. 6.3. На этих графиках (рис. 6.3) построены линии регрессии для каждого значения q по 5-и точкам с координатами

$$\left\{ \ln(r_j), \ln(Z_q(r_j)) \right\}, \quad j = \overline{0, 4}.$$

Аналогичные графики, подтверждающие степенные зависимости поведения статистической суммы от размеров ячеек были установлены на большом количестве листьев бересы, ясения, дуба.

На графиках рис. 6.3 среднеквадратическое отклонение точек (стандартная ошибка) от линий регрессии составило $\varepsilon < 0.02$. Значения $\tau(q)$, равные коэффициентам наклона прямых регрессии, – это есть инварианты размера ячеек. Функция $\tau(q)$ вида (6.19) не зависит от размера ячейки.

На рис. 6.4 приведен результат макроскопического уровня исследований гиперспектров отражений растительных покровов, который выполнен аналогично, подробно рассмотренному выше мезоскопическому уровню. Кадр ГСИ (рис. 6.4) состоит из 16-и гиперспектральных пикселей отражений посева пшеницы. Спектральные интенсивности кадра, в данном случае КСЯ, квантовались на $kv = 256$ уровней. Порядок статистических сумм на графиках рис. 6.4 изменился ($Z_q, q = \overline{-12, +10}$). Линии регрессии на графиках не показаны.

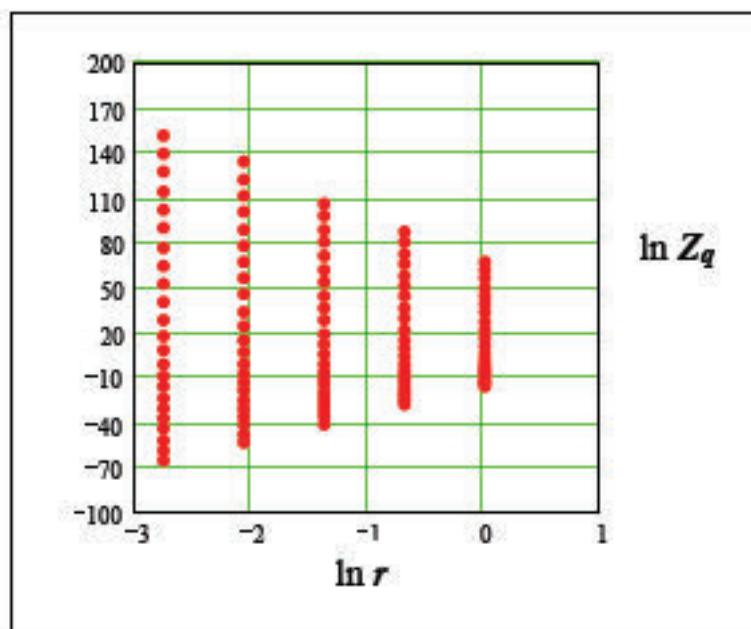


Рис. 6.4. Биологарифмические графики зависимостей статистических сумм Z_q распределения квантованных значений коэффициентов спектральных яркостей по ячейкам СМ-матрицы от изменений размера ячеек r . Макроскопический дистанционный уровень исследований гиперспектров отражений посева пшеницы

Верификация мультифрактальной модели гиперспектральных отражений растительных покровов позволяет сделать следующий важный вывод.

ВЫВОД. Линейный характер биологарифмических графиков изменения статистических сумм распределения квантованных значений гиперспектральных интенсивностей (КСО, КСЯ) по кадрам ГСИ растительного покрова свидетельствует о соблюдении степенного скейлинга, что верифицирует наличие мультифрактальной структуры гиперспектров отражений. Функция $\tau(q)$ является функцией масштабных инвариантов при непрерывном изменении аргумента q .

Шаг 2. Вычисление спектра обобщенных фрактальных размерностей

Рены гиперспектральных отражений выполняется согласно формуле (6.20) или (6.41) по функции $\tau(q)$

$$D_q = \frac{\tau(q)}{1-q}. \quad (6.42)$$

На рис. 6.5, рис. 6.6 показаны графики функций D_q , спектров обобщенных размерностей Рены гиперспектральных отражений листьев березы и пшеницы, соответственно. Описание неоднородных распределений коэффициентов спектральных отражений листьев березы и посева пшеницы по кадрам ГСИ, разбитым на ячейки или по СМ-матрицам, потребовало множество значений обобщенных размерностей D_q , которое в общем случае бесконечно $D_q, -\infty < q < \infty$. Асимптотическая сходимость D_q позволяет определить спектры обобщенных фрактальных размерностей $[D_{q \min}, D_{q \max}]$, как это показано на рис. 6.5, рис. 6.6.

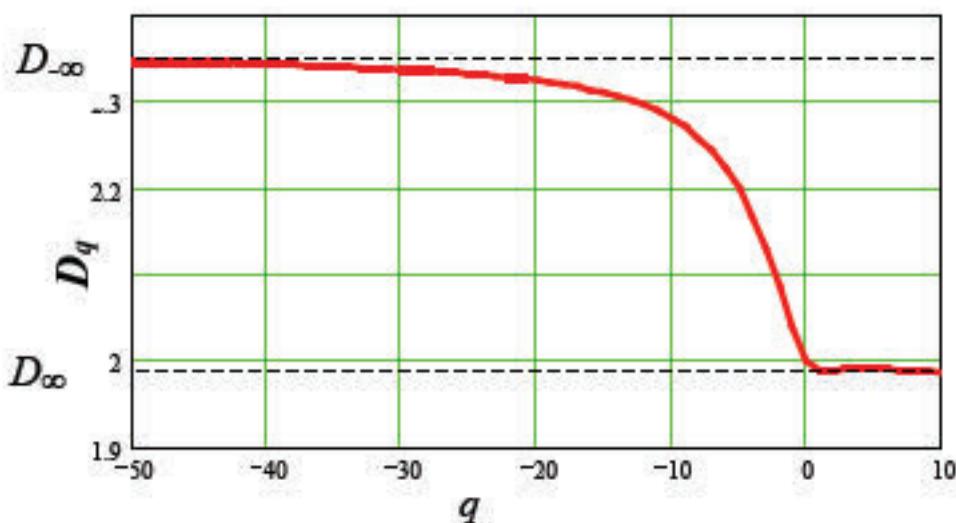


Рис. 6.5. Спектр обобщенных фрактальных размерностей Рены гиперспектральных отражений листьев березы

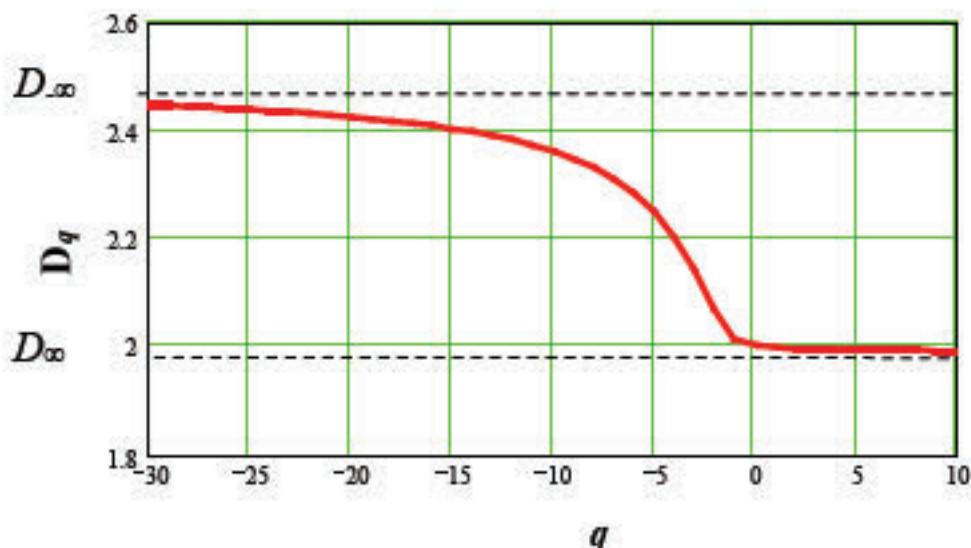


Рис. 6.6. Спектр обобщенных фрактальных размерностей Ренны гиперспектральных отражений пшеницы. Результат обработки одного кадра гиперспектрального дистанционного зондирования (ГДЗ)

6.2.2. Вариабельность спектра обобщенных фрактальных размерностей Ренны как индикатор состояния растительности

В результате воздействия на растения негативных факторов внешней среды диапазон спектра обобщенных фрактальных размерностей Ренны изменяет свой “размах” $[D_{q\min}, D_{q\max}]$, т.е. имеет место изменение вариабельности спектра. На рис. 6.7 приведены графики спектров обобщенных фрактальных размерностей 6-и кадров зондирования листьев березы, по 3 кадра с района залежи нефти и 3 кадра вне залежи. На рис. 6.8 приведены аналогично построенные графики 2-х кадров ГДЗ посева пшеницы в районе залегания природного газа. Каждый кадр состоял из 16 гиперспектральных пикселей.

Под спектром обобщенных размерностей Ренны будем понимать график функции D_q , $-\infty < q < \infty$.

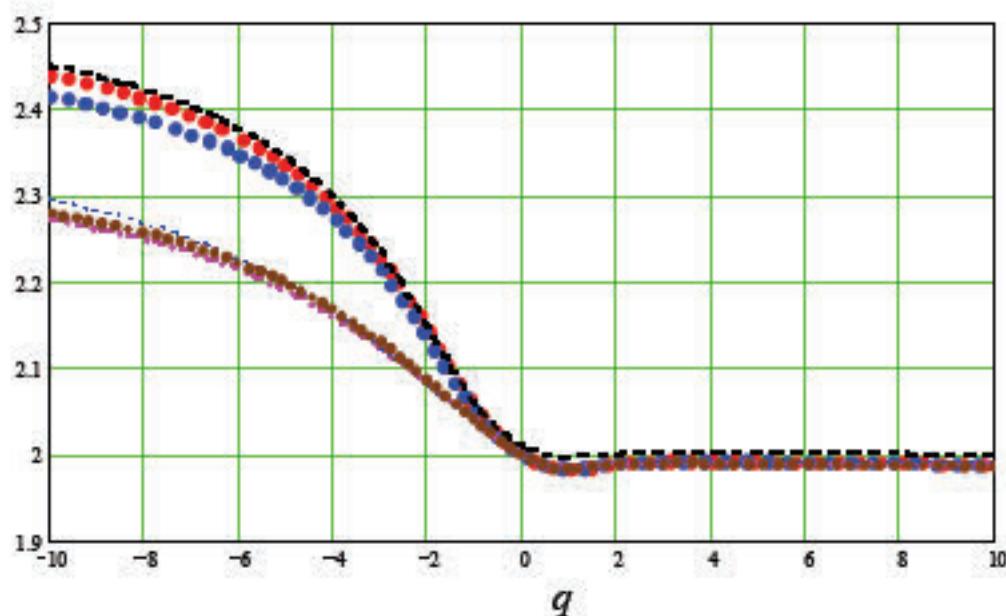


Рис. 6.7. Спектры обобщенных размерностей Ренны гиперспектральных отражений листьев березы с месторождения УВ Восточные-Рогинцы (Ромны, Сумская обл.). Верхние 3 графика – результат обработки 3-х кадров ГСИ района вне залежи нефти, нижние графики получены по кадрам в районе залежи нефти

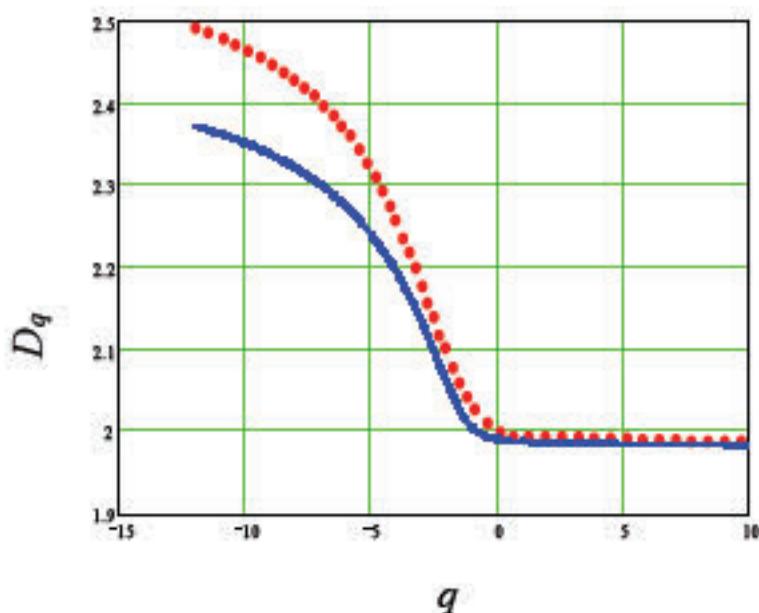


Рис. 6.8. Спектр 2-х кадров размерностей Ренны ГДЗ пшеницы в районе Глебовского газового подземного хранилища. Верхний график с участка вне залежи природного газа, нижний график с участка залежи

Если распределение квантованных значений гиперспектральных интенсивностей удовлетворяет условию применимости мультифрактальной модели, то функция D_q , $-\infty < q < \infty$ является невозрастающей функцией своего аргумента q . Функция $D_q > 0$, $-\infty < q < \infty$, достигает максимального значения $D_{\max} = D_{-\infty}$ при $q \rightarrow -\infty$. Минимальное значение $D_{\min} = D_{\infty}$ функция достигает при $q \rightarrow \infty$. В силу перечисленных выше свойств функции D_q , на практике возможно ограничиться оценкой размаха спектра (вариабельность) и численно определить его вариабельность $\delta^{(R)}$ в ограниченном диапазоне изменений значений q

$$\delta^{(R)} = D_{q_{\min}} - D_{q_{\max}}, \text{ где } q_{\min} < 0 < q_{\max}, \quad (6.43)$$

где $\delta^{(R)}$ – вариабельность спектра обобщенных размерностей Ренны.

На рис. 6.9 приведен результат расчета спектра обобщенных фрактальных размерностей Ренны для случая однородного распределения гиперспектральных интенсивностей отраженного светового потока по кадру гиперспектрального изображения. Диапазон изменений аргумента $-10 < q < 10$ функции D_q , шаг $h_q = 0,01$. Вариабельность спектра $\delta^{(R)} = 0$.

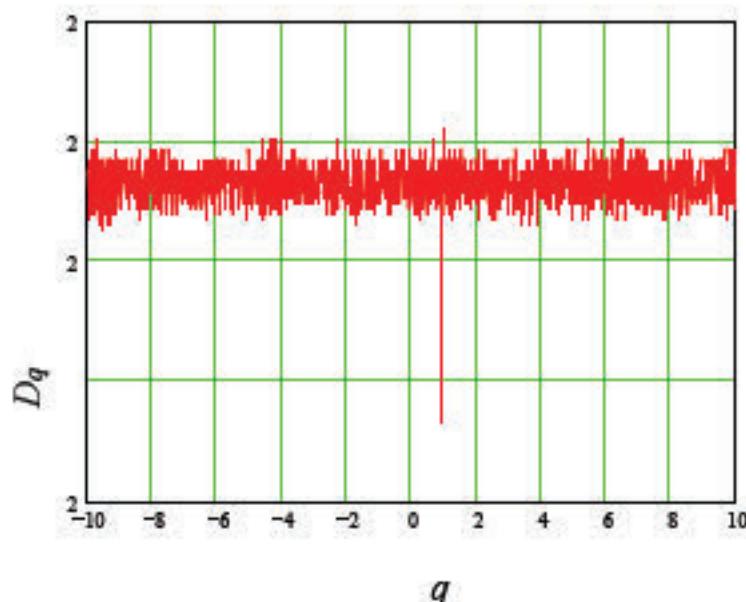


Рис. 6.9. Результат компьютерных вычислений спектра обобщенных фрактальных размерностей Ренны D_q однородного распределения

В случае однородного распределения, когда в каждой ячейке кадра одинаковое число квантованных значений интенсивностей, моделирование показывает, что все обобщенные размерности равны одному значению $D_q = D$ (см. рис. 6.9). Из описания мультифрактальной моделью однородного распределения соотношением (6.35) следует, что все D_q равны между собой и равны размерности D_0 носителя мультифрактального множества $D_q = D_0 = D$. В силу того, что все ячейки содержат отражения от растительного покрова и незанятых ячеек нет, размерность носителя равна топологической размерности плоскости $D = 2$. Информационная размерность D_1 такого распределения максимальна, максимальна и энтропия распределения

$$H_{\max} = - \sum_{i=1}^{N(r)} p_i \ln p_i = \ln N(r). \quad (6.44)$$

Вариабельность спектра обобщенных фрактальных размерностей Ренни, вычисленная согласно формуле (6.44), равна $\delta^{(R)} = 0$.

6.3. Определение состояния растительного покрова по вариабельности показателя Липшица-Гельдера мультифрактального спектра

Демонстрация возможностей применения мультифрактальной модели в исследовании и описании гиперспектральных отражений объектов природы была бы не полной без демонстрации техники построения мультифрактального спектра таких структур и показателя Липшица-Гельдера. Обобщенные фрактальные размерности Ренни D_q , в терминах которых построена мультифрактальная модель (см. подразделы 6.1, 6.2), не являются хасдорфовыми размерностями. В силу этого для них использован термин “обобщенные фрактальные размерности”. Для описания в терминах фрактальных размерностей структур с мультифрактальными свойствами

используется функция мультифрактального спектра $f(\alpha)$, которая характеризует спектр сингулярностей мультифрактала. Значения функции $f(\alpha)$ равны хаусдорфовым размерностям однородных фрагментов k_α исходного кадра $\mathbf{k} = \{k_{i,j}\}; i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$ (см. рис. 6.2) ГСИ на которые можно разбить этот кадр

$$\mathbf{k} = \bigcup_{\alpha} k_{\alpha}. \quad (6.45)$$

Следовательно, если кадр ГСИ возможно представить как объединение (6.44) различных однородных фрагментов k_α , каждый из которых имеет свое единственное значение фрактальной размерности $f(\alpha)$ с показателем Липшица-Гельдера α , то такой кадр имеет структуру мультифрактала.

Если, в соответствии с численным методом реализации мультифрактальной модели гиперспектральных отражений (см. пункт 6.2.1), по формуле (6.41) вычислена функция $\tau(q)$, то функция мультифрактального спектра $f(\alpha)$ определяется с помощью преобразования Лежандра (6.46) (см. [68, глава 6, стр. 89]. Пара уравнений задает преобразование Лежандра

$$\alpha(q) = -\frac{d}{dq} \tau(q), \quad f(\alpha(q)) = q\alpha(q) + \tau(q), \quad (6.46)$$

от независимых переменных τ и q к независимым переменным f и α .

График функции $f(\alpha)$ будем называть мультифрактальным спектром кадра гиперспектрального изображения. На рис. 6.10 приведены мультифрактальные спектры листьев бересы с месторождения УВ Восточные-Рогинцы, которые получены с помощью применения преобразования Лежандра (6.45) к спектрам обобщенных размерностей Ренни (см. рис. 6.7). Верхние 3 графика рис. 6.10 – результат обработки 3-х кадров ГСИ района вне залежи нефти, нижние графики получены по кадрам в районе залежи нефти.

Вариабельность мультифрактального спектра определяется по значениям показателя Липшица-Гельдера α .

$$\delta^{(G)} = \alpha_{\max} - \alpha_{\min}. \quad (6.47)$$

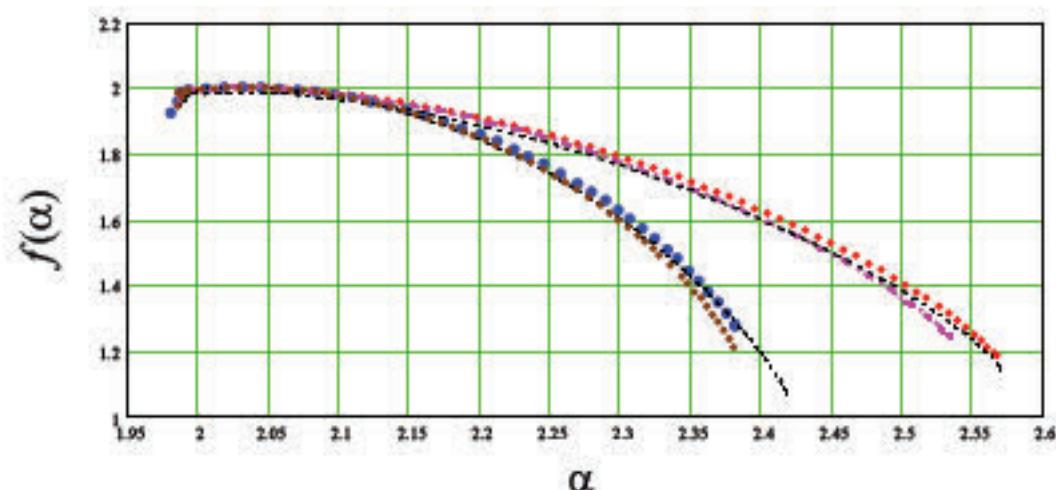


Рис. 6.10 Мультифрактальные спектры лиственного покрова березы, с месторождения нефти, Восточные-Рогинцы. Показатель Липшица-Гельдера α , хаусдорфова размерность $f(\alpha)$. Результат обработки гиперспектральных измерений

На рис. 6.11 приведены мультифрактальные спектры посева пшеницы, графики функций $f(\alpha)$ вычислены применением преобразования Лежандра к спектру Ренны, который приведен на рис. 6.8.

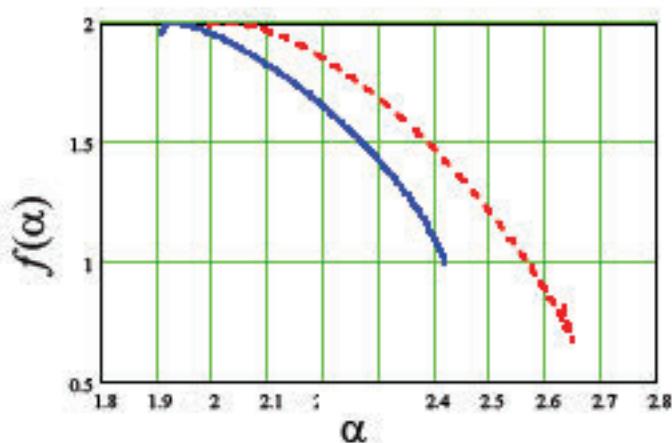


Рис. 6.11 Мультифрактальные спектры пшеницы в районе Глебовского газового подземного хранилища. Верхний график с участка вне залежи природного газа, нижний график с участка залежи

На рис. 6.12 приведен результат расчета мультифрактального спектра для случая однородного распределения спектральных интенсивностей отраженного светового потока по кадру гиперспектрального изображения.

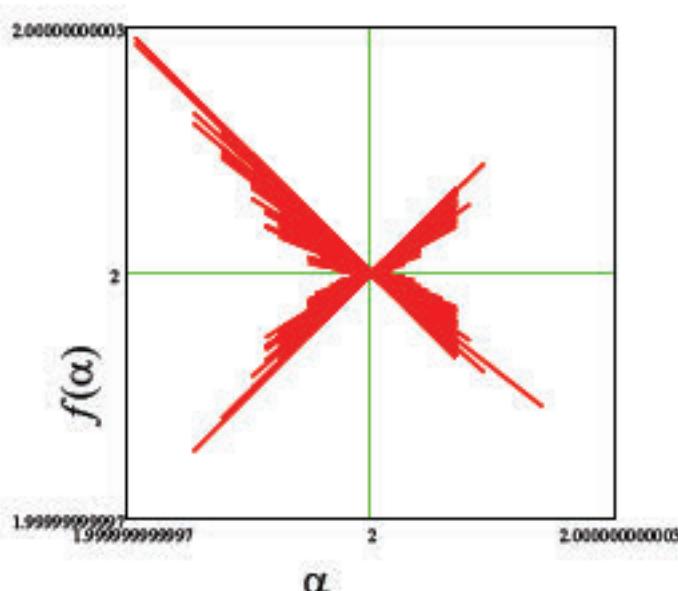


Рис. 6.12. Мультифрактальный спектр однородного распределения гиперспектральных интенсивностей по СМ-матрице кадра ГСИ

Как уже отмечалось в пункте 6.2.2, в случае однородного распределения (см. подраздел 6.1) все обобщенные фрактальные размерности равны между собой и равны размерности носителя мультифрактального множества $D_q = D_0$. В силу того, что все ячейки содержат отражения от растительного покрова размерность носителя равна топологической размерности плоскости $D = 2$. Спектр размерностей Ренни (рис. 6.9) стягивается в прямую. Информационная размерность такого распределения D_1 максимальна, максимальна и информационная энтропия H мультифрактального распределения (6.44) гиперспектральных интенсивностей в кадре. В этом случае мультифрактальный спектр (см. рис. 6.12), представленный функцией $f(\alpha)$, стягивается в точку лежащую на прямой $f(\alpha) = \alpha$. Для рассматриваемого примера эта точка имеет координаты

$(f(\alpha) = 2, \alpha = 2)$. Вариабельность мультифрактального спектра, вычисленная согласно формуле (6.47), по размаху показателя Липшица-Гёльдера равна $\delta^{(G)} = \alpha_{\max} - \alpha_{\min} = 0$.

Энтропия мультифрактального множества однородного распределения квантованных значений гиперспектральных интенсивностей $k_i(r)$ по ячейкам размером r СМ-матрицы максимальна $H=H_{\max}$ и соответствует статистическому равновесию системы. В этом случае вариабельность спектра обобщенных фрактальных размерностей Ренны $\delta^{(R)} = 0$. Аналогично минимальное нулевое значение имеет и вариабельность показателя Липшица-Гёльдера

$$\delta^{(G)} = \alpha_{\max} - \alpha_{\min} = 0.$$

Отличительной особенностью открытых самоорганизующихся систем, которые обмениваются с окружающей средой энергией и веществом является способность вдали от состояния статистического равновесия образовывать временно устойчивые (стационарные) структуры. Растения и растительные покровы обладают способностью к самоорганизации, которая проявляется в изменениях структурных состояний под действием внешней среды. Исследования мезоскопического и макроскопического уровней, проведенные способом гиперспектрального зондирования гомогенных растительных покровов, показывают, что негативные, стрессовые воздействия приводят к увеличению энтропии H распределения спектральных интенсивностей. Энтропии H достигает своего максимума в случае однородного распределения, при котором структура полностью деградирует. Удобным количественным критерием и индикатором состояния растительного покрова может служить вариабельность спектра обобщенных фрактальных размерностей Ренны $\delta^{(R)}$ или, в более общем случае, вариабельность показателя Липшица-Гёльдера $\delta^{(G)}$.

Выводы раздела 6

1. Разработана мультифрактальная модель гиперспектральных отражений природных объектов на основе формулы энтропии Ренны.
2. Разработан численный метод идентификации мультифрактальной модели по данным гиперспектрального зондирования.
3. Проведена верификация модели на данных гиперспектрального зондирования растительных покровов.
4. Проведенные исследования на мезоскопическом и макроскопическом уровне гиперспектральных отражений растений и растительных покровов выявили их масштабно-инвариантную мультифрактальную структуру. Гиперспектральные отражения с высокой степенью точности подчиняются степенному мультифрактальному скейлингу. Выявлена мультифрактальная структура гиперспектральных отражений растительных покровов.
5. Проведен мультифрактальный анализ гиперспектральных отражений, который позволяет формализовать количественный индикаторный признак состояния растительных покровов в терминах вариабельности спектра обобщенных размерностей Ренны и вариабельности показателя Липшица-Гельдера.
6. Продемонстрировано изменение индикаторного признака состояния гомогенных растительных покровов в зонах повышенной концентрации (залежей) природного газа и нефти.

РАЗДЕЛ 7

ОЦЕНКА ПЕРИОДИЧНОСТИ ГИПЕРСПЕКТРАЛЬНОГО МОНИТОРИНГА ТЕРРИТОРИИ УКРАИНЫ С КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

7.1. Описание метода

Под гиперспектральным мониторингом окружающей среды следует понимать систему повторных наблюдений элементов окружающей среды в пространстве и времени. Наблюдение осуществляется одновременно в большом количестве диапазонов спектральной области видимого, ближнего и среднего инфракрасного излучения. В данном разделе проводится оценка периодичности наблюдений за объектами, расположенными на территории Украины, гиперспектральной оптико-электронной системой (ОЭС) высокого спектрального разрешения, которая установлена на малом КА Д33. Предполагается, что системой управления платформой КА реализуется режим наведения ОЭС на объекты съемки (режим перенацеливания). Сектор углов отклонения линии визирования ОЭС от направления в nadir составляет $\pm 30^\circ$ вдоль и поперек плоскости орбиты.

Гиперспектральные мониторинговые системы Д33 с КА с короткими разрывами в наблюдениях за объектами перспективны для использования в задачах оперативного контроля чрезвычайных ситуаций техногенного и природного характера, определения состава и распространения опасных промышленных отходов, токсичных химических веществ, а также при решении задач экологии и сельского хозяйства. Эффективность перспективных для создания в Украине КС Д33, в том числе и с ОЭС гиперспектрального зондирования, во многом определяется периодом повторного осмотра объектов на территории страны. Возможность осуществлять гиперспектральный геомониторинг с короткими разрывами в наблюдениях значительно расширяет перечень тематических задач, повышает эффективность создания и эксплуатации КС. Определение времени

повторного обзора территории Украины малым КА ДЗЗ в режиме перенацеливания производится на квазиоптимальной (рациональной) солнечно-синхронной орбите. Оценка разрывов в наблюдениях проводится по критериям максимального, минимального и среднего времени повторного просмотра объектов.

В настоящее время проблема расчета оптимальной структуры космической системы, параметров орбит группировки КА и одиночных КА для обзора определенной территории земной поверхности (системы зонального обзора), ввиду сложности задачи, является далеко не исчерпанной. При достаточно полной постановке задачи, учитывающей возмущения орбит, характеристики освещенности и основные технические параметры сенсоров, регулярных методов нахождения оптимального решения, в его классическом определении, как допустимого решения при минимальном значении целевой функции, не существует. Об этом свидетельствуют многочисленные исследования, выполненные в этой области на протяжении полувека [121]. Несмотря на то, что наиболее обоснованными для круглосуточного (независящего от освещенности) глобального (на всех широтах) обзора Земли являются орбитальные группировки, построенные по дельта-схемам Д. Уолкера [122], кинематически правильным системам Г.В. Можаева [123], а также группировки на полярных орбитах У. Адамса [124], в настоящее время находят структуры группировок и параметры орбит, которые превосходят упомянутые выше по различным критериям обзора Земли [1, 125]. В частности, для решения задач синтеза параметров орбит группировок КА используют методы поискового проектирования, наиболее развитыми из которых являются различные модификации генетических алгоритмов [125, 17]. Подходы к решению этой задачи, с учетом возможного распределения аппаратурных комплексов по КА группировки, рассмотрены в работах соискателя [18, 37]. Однако отсутствие обоснования сходимости методов оптимизации на основе генетических алгоритмов чаще всего приводит к нахождению решения по принципу "лучше предыдущего", что присуще всем

алгоритмам поискового проектирования. Найденные такими методами квазиоптимальные орбиты будем называть “рациональными”. Для определения периодичности просмотра объектов на заданной территории, применяются статистические оценки, которые формируются по результатам моделирования. Для этого используется модель орбитального движения КА, выполняется построение мгновенных зон обзора на вращающемся эллипсоиде Земли и производится сбор статистических данных о просмотре большого количества точечных объектов в заданной зоне [17, 117, 125 – 127].

7.2. Динамическая модель орбитального движения

Орбитальное движение КА характеризуется шестью классическими (кеплеровскими) орбитальными элементами в экваториальной геоцентрической инерциальной системе координат (СК). Начало СК расположено в центре Земли, ось ОХ расположена в экваториальной плоскости и направлена в точку весеннего равноденствия, ось ОZ направлена на Северный Полюс, ось ОY лежит в плоскости экватора и дополняет систему до правой. Классические орбитальные элементы: i – наклонение; Ω - долгота восходящего узла (прямое восхождение восходящего узла); a – большая полуось эллипса (или p – фокальный параметр); e – эксцентриситет; ω – аргумент перигея; τ – время прохождения перигея (или ϑ – истинная аномалия заданной точки на орбите). Положение эллиптической орбиты в пространстве определяется пятью элементами $\{i, \Omega, p, e, \omega\}$. Элементы i, Ω определяют ориентацию плоскости орбиты в принятой СК. Фокальный параметр $p=a(1-e^2)$ и эксцентриситет $e=c/a$ характеризуют геометрию орбиты в ее плоскости, где c – половина фокусного расстояния, a – большая полуось эллипса. Аргумент перигея ω определяет ориентацию орбиты в ее плоскости. Шестой параметр τ (время прохождения перигея) определяет положение КА на орбите в каждый момент времени t , вычисляется из уравнения Кеплера

$$t = \tau + \frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{K}} (E - e \sin E),$$

где E – эксцентрическая аномалия рассматриваемой точки орбиты, с истинной аномалией ϑ связана зависимостью

$$\operatorname{tg} \frac{E}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2},$$

K – гравитационная постоянная Земли, равная $398620 \text{ км}^3/\text{с}^2$. Основные силы, возмущающие орбиту спутника, вызваны влиянием небесных тел таких, как Солнце и Луна, несферическим распределением массы Земли, аэродинамическим сопротивлением и давлением солнечного света. При учете возмущающей силы элементы орбиты есть некоторые функции времени $i(t)$, $\Omega(t)$, $p(t)$, $e(t)$, $\omega(t)$, $\vartheta(t)$ и находятся из решения системы дифференциальных уравнений:

- 1) $\frac{di}{dt} = \sqrt{\frac{p}{K}} \frac{r}{p} \cos u W,$
 - 2) $\frac{d\Omega}{dt} = \sqrt{\frac{p}{K}} \frac{r}{p} \frac{\sin u}{\sin i} W,$
 - 3) $\frac{dp}{dt} = 2 \sqrt{\frac{p}{K}} r T,$
 - 4) $\frac{de}{dt} = \sqrt{\frac{p}{K}} \{S \sin \vartheta + T[(1 + \frac{r}{p}) \cos \vartheta + e \frac{r}{p}]\},$
 - 5) $\frac{d\omega}{dt} = \sqrt{\frac{p}{K}} [-S \frac{\cos \vartheta}{e} + T(1 + \frac{r}{p}) \frac{\sin \vartheta}{e} - W \frac{r}{p} \operatorname{ctg} i \sin u],$
 - 6) $\frac{d\vartheta}{dt} = \sqrt{\frac{p}{K}} [\frac{K}{r^2} + S \frac{\cos \vartheta}{e} - T(1 + \frac{r}{p}) \frac{\sin \vartheta}{e}],$
- (7.1)

где S , T , W – проекции возмущающих ускорений на радиальное, трансверсальное и биноминальное направления, аргумент широты $u = \omega - \vartheta$, $r = p/(1 + e \cos \vartheta)$. При отсутствии возмущающих сил, в частности, при

движении КА в центральном поле, возмущающие ускорения S, T, W равны нулю и решением системы (7.1) являются постоянные кеплеровские элементы. Для круговых орбит r – радиус орбиты, уравнения 4, 5 системы (7.1) из рассмотрения исключаются и орбиты характеризуются четырьмя параметрами $\{i, \Omega, r, u\}$ – наклонение, долгота восходящего узла, радиус, аргумент широты.

Несмотря на то, что спутники ДЗЗ стараются выводить на круговые орбиты, на практике приходится рассматривать околокруговые орбиты с малыми значениями эксцентриситета. Уравнения 5 и 6 системы (7.1) при малых эксцентриситетах имеют особенность – при $e \rightarrow 0$ правые части этих уравнений стремятся к бесконечности. Для устранения этого, вместо элементов e, ω рассматривают элементы $q = e \cos \omega, l = e \sin \omega$, а в систему уравнений (7.1) вместо уравнений 4, 5, 6 включают соответственно уравнения

$$\frac{dq}{dt} = \sqrt{\frac{p}{K}} \left\{ S \sin u + [(q + \cos u) \frac{r}{p} + \cos u] T + \frac{r}{p} l W \operatorname{ctg} i \sin u \right\},$$

$$\frac{dl}{dt} = \sqrt{\frac{p}{K}} \left\{ S \cos u + [(l + \sin u) \frac{r}{p} + \sin u] T - \frac{r}{p} q W \operatorname{ctg} i \sin u \right\},$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{\sqrt{K p}}{r^2} \left(1 - \frac{r^3 W}{K p} \operatorname{ctg} i \sin u \right),$$

где $r = p / (1 + g \cos u + l \sin u)$.

Влияние несферичности и вращения Земли на поле сил земного притяжения в основном определяется вторым членом разложения потенциала нормального поля в ряд по сферическим функциям. При движении КА в нормальном поле Земли проекции S, T, W вектора возмущающего ускорения на оси системы координат, связанной с положением КА, равны

$$S = \frac{\epsilon}{r^4} (3 \sin^2 i \sin^2 u - 1), \quad T = -\frac{\epsilon}{r^4} \sin^2 i \sin 2u, \quad W = -\frac{\epsilon}{r^4} \sin 2i \sin u,$$

где $\epsilon = 2,634 \cdot 10^{10}$ км⁵/сек².

7.3. Расчет трассы космического аппарата

Каждому моменту времени при заданных элементах орбиты соответствует своя подспутниковая точка (точка на поверхности Земли, из которой КА наблюдается в зените) с координатами λ (долгота), ψ (геоцентрическая широта) или B (геодезическая широта). Трасса – геометрическое место подспутниковых точек; трасса спутника – это след от точки пересечения радиус-вектора спутника с поверхностью Земли. Расчет трассы сводится к преобразованию координат. В качестве исходных данных используются элементы орбиты i, Ω, p, e, ω или i, Ω, p, q, l , полученных в результате интегрирования дифференциальных уравнений (7.1) на заданном промежутке времени $[t_0, t_k]$. Если трасса КА строится на поверхности земного эллипсоида, то ее расчет производится по соотношениям:

$$x = r(\cos \Omega \cos u - \sin \Omega \cos i \sin u), \quad y = r(\sin \Omega \cos u + \cos \Omega \cos i \sin u),$$

$$z = r \sin i \sin u, \quad r = p / (1 + e \cos \vartheta), \quad \vartheta = u - \omega, \quad \xi_* = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \eta_* = z,$$

$$\left. \begin{aligned} & \frac{b^2}{a^2} \frac{\xi}{\eta} + \frac{\xi_* - \xi}{\eta_* - \eta} = 0, \\ & \frac{\xi^2}{a^2} + \frac{\eta^2}{b^2} = 1, \end{aligned} \right\} \quad (7.2)$$

$$B = \arctg \frac{a^2 \eta}{b^2 \xi}, \quad \left(-\frac{\pi}{2} \leq B \leq \frac{\pi}{2} \right), \quad \tg \frac{E}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tg \frac{\vartheta}{2},$$

$$M = \tau + \frac{\left(\frac{p}{1-e^2} \right)^{3/2}}{\sqrt{K}} (E - e \sin E), \quad (7.3)$$

$$S = S_0 + kM; \quad \cos(S + \lambda) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}; \quad \sin(S + \lambda) = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}},$$

где, соответственно, S, S_0, M – звездное время, звездное время на Гринвичском меридиане в гринвичскую полночь, всемирное время (на момент определения подспутниковой точки); k – коэффициент перевода единиц времени, λ – долгота подспутниковой точки; $\alpha=1/293,3$ – коэффициент сжатия Земли. В соотношениях (7.2) положение КА на орбите задается аргументом широты ι , а соответствующее ему время M вычисляется из уравнения Кеплера (7.3). При необходимости этот порядок расчета можно перестроить на случай, когда задана дискретная последовательность времени. Для этого вначале необходимо решить уравнение Кеплера (7.3) относительно эксцентрисической аномалии E , а затем вычислить истинную аномалию Θ и аргумент широты ι . Расчет трассы на сфере упрощается, так как при этом не нужно определять вспомогательные координаты ξ_*, η_*, ξ_η , необходимые для вычисления геодезической широты B . В этом случае, геоцентрическая широта ψ определяется соотношением $\sin \psi = z/r$. Если известны гринвичские координаты КА, то расчет трассы сводится к преобразованию координат

$$\cos \lambda = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad \sin \lambda = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad \sin \psi = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}.$$

Геодезическая широта B связана с геоцентрической широтой ψ соотношением $B = \Psi - \alpha \sin 2\Psi$. Орбиты, трассы которых повторяются через определенное количество витков КА, будем называть квазисинхронными. Условием квазисинхронности орбит является выполнение соотношения между смещением трассы по долготе за один виток (межвитковый сдвиг) и суточным сдвигом трассы $\Delta \lambda_{MB} / \Delta \lambda_{сут} = \mu/v$, где μ, v – натуральные числа, т.е., в интервал v межвитковых расстояний полностью укладывается μ суточных сдвигов (суток). При выполнении этого условия, через μ суток трассы

повторяется, и наблюдение Земли из космоса будет упорядоченным. Если рассматриваемое соотношение не может быть представлено рациональной дробью, то в этом случае трасса КА не повторяется при любой продолжительности полета. Свойство квазисинхронности присуще как круговым так и эллиптическим орбитам.

7.4. Расчет зоны обзора и полосы обзора

Покрытие (наблюдение, обзор) земной поверхности это та часть Земли, которая может быть однократно просмотрена или просматривается некоторое время бортовой аппаратурой КА. На рис. 7.1 показана мгновенная зона обзора Земли со спутника и приведены основные характеристики обзора. Ограниченнная часть сферы Земли, видимая с КА под центральным углом γ (бортовой угол обзора), называется мгновенной зоной обзора. Если задана высота H и угол γ , то угол обзора ϕ определяется формулой

$$\phi = \frac{\pi}{2} - \gamma - \arccos\left(\frac{R+H}{R}\sin\gamma\right), \quad (7.4)$$

где $R = 6371$ км (принятый радиус Земли).

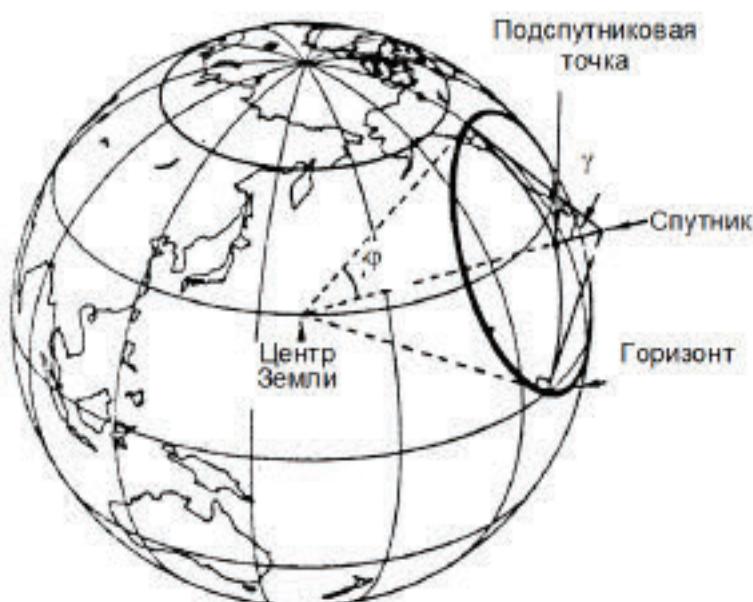


Рис. 7.1 – Мгновенная зона обзора Земли со спутника

Геометрическое место мгновенных зон обзора на сфере радиуса Земли R называется полосой обзора. Ширину b (км) полосы обзора условимся определять на сфере длиной дуги большого круга

$$b = 2R\phi = 2R\left[\frac{\pi}{2} - \gamma - \arccos\left(\frac{R+H}{R}\sin\gamma\right)\right]. \quad (7.5)$$

7.5. Статистические критерии качества покрытия территории зонами обзора

Возможность покрытия определенных районов является ключевым элементом проектирования орбитального движения как одиночных КА, так и их группировок. Выделяют два важных элемента оценки покрытия. Мгновенное поле зрения (мгновенные зоны обзора) – площадь, просматриваемая прибором в любой произвольный момент – первый элемент. На низких околоземных орбитах спутник движется быстро, поэтому вторым важным элементом является скорость покрытия – скорость, с которой новая поверхность попадает в поле зрения при движении спутника. Аналитические модели высокой степени детализации покрытия не позволяют простым способом проследить: как часто будет просматриваться точка, где находятся лакуны (щели) в покрытии, возможность обзора целей при различных углах Солнца, получить интегральные характеристики оценки покрытия, а также не позволяют определять статистические характеристики покрытия. Всех этих недостатков лишены использованные в работе численные модели точечного покрытия. Вычисление статистических характеристик покрытия предусматривает создание в процессе компьютерного моделирования по всей поверхности территории Украины равномерной модельной сетки с шагом $0,50^\circ$ (55,6 км), состоящей из точечных объектов наблюдений. Затем путем решения уравнений моделируется орбитальное движение одиночного КА или группировки, определяются трассы на вращающемся эллипсоиде Земли и по

заданным углам обзора бортовой аппаратуры отслеживаются характеристики просмотра для каждой точки в сетке. В процессе моделирования по каждому рассматриваемому варианту орбиты производился сбор статистических данных покрытия, по которым вычислялся критерий покрытия. Для того, чтобы исключить влияние на статистику покрытия начальных условий движения КА, выбирался достаточно длинный временной интервал моделирования.

Основной критерий оценки эффективности орбитального движения как одиночного КА, так и группировки, для решения мониторинговых задач на территории Украины формулируется как задача минимизации максимального времени повторного осмотра всех 216 точечных объектов наблюдения (узлы модельной сетки) на территории Украины:

$$\min(\max RT), \quad (7.6)$$

где $\max RT$ – максимальное время повторного осмотра. Время повторного осмотра (Revisit time) – это показатель, обычно используемый для оценки орбитальных группировок или одиночных КА ДЗЗ, которые, в отличие от группировок КА связи, не добиваются непрерывного покрытия области на поверхности Земли. Время повторного осмотра – это время, в течение которого данное местоположение на Земле не наблюдается орбитальной системой КА. Для приложений, где разреженное покрытие является приемлемым, кажется естественным минимизировать наибольшее время разрыва в покрытии для любой точки в рассматриваемой зоне широт. Это подход, который рассматривается в большинстве задач проектирования орбитального движения КС ДЗЗ с разреженным покрытием. Лучшим признается такой вариант параметров орбиты КА, для которого значение критерия $\max RT$ наименьшее. Решается минимаксная задача: минимизируется максимальный временной разрыв в покрытии выбранной зоны.

В работе, наряду с критерием максимального времени повторного осмотра, в процессе анализа используются также критерий среднего времени

повторного осмотра. Средняя продолжительность разрывов в наблюдениях точечного покрытия определяется путем деления суммарной продолжительности времени разрыва в наблюдениях каждой точки покрытия на их число. Процент общего (суммарного) покрытия территории показывает общий процент покрытия территории на заданную дату. Процент покрытия непосредственно показывает, какой промежуток времени затрачен на осмотр территории, а также время пролета КА над территорией.

7.6. Выбор типа космического аппарата и параметров рациональной орбиты

Для оценки достижимых показателей периодичности повторных наблюдений при проведении гиперспектрального мониторинга с КА следует задать класс КА, определить технологические новшества, которые должны использоваться при проведении зондирования, определить рациональные параметры орбиты. Для того чтобы рассматриваемые новшества были реализуемыми, следует ориентироваться на лучшие образцы КА ДЗЗ, выбирая их в качестве прототипов.

Сложилась такая классификация КА по их характеристикам массы: пико- (до 1 кг), нано- (1-10 кг), микро- (10-100 кг), мини- (100-500 кг), малые (500-1000 кг) и большие (более 1000 кг) аппараты. Расчетный термин функционирования малых КА составляет до 7 лет, стоимость – от десятков до сотен млн. долл. США.

Современные спутниковые системы ДЗЗ не строятся на базе больших платформ КА. В основе этого выбора лежит соображение экономической эффективности малогабаритных КА, их также называют легкими. Необходимость разработки собственных КА во многих странах рассматривается, исходя прежде всего, из pragматических интересов – необходимости создания средств и технологий, которые должны приносить экономический эффект в короткосрочной перспективе. Экономичность КС

ДЗЗ определяется, прежде всего, стоимостью одиночного аппарата, стоимостью запуска КА и эксплуатации. Высокие функциональные показатели при малых габаритах становятся возможными только благодаря использованию новых технологий. Основные среди них – это твердотельные радиоэлектронные приборы и микросхемы, лазерные устройства, приемники сигналов космической радионавигации GPS, ПЗС-приборы и облегченная оптика, более эффективные солнечные панели с концентраторами, фотопреобразователи и электробатареи, малогабаритные и легкие запоминающие устройства, бортовые процессоры и современные микроэлектромеханические системы.

Для сокращения периодичности осмотра территории оптико-электронной системой с КА, следует соответствующим образом выбирать параметры орбиты, которые должны быть согласованы с шириной полосы обзора и положением Солнца в момент съемки. Для расширения полосы обзора, в настоящее время, применяются разные технические способы отклонения оптической оси камер в границах $\pm 30^\circ$, или даже $\pm 45^\circ$. Для малых КА отклонения оптической оси реализуются разворотом всего корпуса КА на объект съемки.

Для выбора основных характеристик КА, в качестве прототипов, рассмотрим наиболее известные аппараты. Например, КА Quick Bird (Ball Aerospace and Technologies) осуществляет наведение ОЭС на объекты съемки путем разворота всего корпуса аппарата в направлении на цель. Сектор углов отклонения линии визирования системы от направления в nadir составляет $\pm 30^\circ$ вдоль и поперек плоскости орбиты, что обеспечивает съемку в пределах полосы обзора шириной 704 км. Расчетная высота орбиты $H=601$ км. В многоспектральной камере используется ПЗС-линейка детекторов, состоящая из 27000 элементов. Масса КА на орбите 980 кг.

Вторым прототипом служит КА ДЗЗ EO-1 с установленной на борту гиперспектральной камерой Hyperion. Масса 573 кг. Орбита – полярная,

солнечно-синхронная, $H=705$ км, наклонение $i=98,21^\circ$. Ширина полосы обзора 7,7 км.

Руководствуясь соображениями экономической эффективности из рассмотрения возможных сценариев создания в Украине гиперспектральных КС ДЗЗ были исключены варианты размещения аппаратуры на больших платформах и синтез группировок КА. Однако предполагается возможность КА реализовать режим программного разворота на объекты зондирования. Рассмотренные выше прототипы возможных реализаций гиперспектральной односпутниковой КС ДЗЗ позволяют сделать следующие выводы. Гиперспектральный мониторинг может быть реализован с малого КА, допускающего режим наведения на объекты съемки. Сектор углов отклонения линии визирования системы от направления в nadir может составлять $\pm 30^\circ$ вдоль и поперек плоскости орбиты.

Для назначения параметров орбиты будем руководствоваться тем, что орбита должна быть круговой, солнечно-синхронной, высота H орбиты может находиться в диапазоне 600–800 км. Для определения наклонения i орбиты использованы результаты метода и методики оптимизации для периодического обзора, приведенные в работе В. К. Саульского [128]. В частности в работе приведен результат расчета “предельной” солнечно-синхронной орбиты с параметрами:

$$i = 98^\circ 31', H = 784,2 \text{ км}, b = 904 \text{ км}. \quad (7.6)$$

Проведем расчет достижимости ширины полосы обзора $b=904$ км с КА в режиме наведения, который обеспечивает конический угол обзора $\gamma = 30^\circ$ с высоты $H=784,2$ км. Расчет выполняется по формуле (7.5), принятый в расчете радиус Земли $R=6371$ км:

$$b^* = 2 \cdot 6371 \left[\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} - \arccos \left(\frac{6371 + 784,2}{6371} \sin \frac{\pi}{6} \right) \right] \approx 925,72 \text{ (км)}. \quad (7.7)$$

Расчет, выполненный согласно (7.7), показывает, что заданная ширина полосы обзора $b = 904$ км достижима в заданных границах программного разворота $\pm 30^\circ$: $b < b^*$.

7.7. Компьютерное моделирование и статистический анализ периодичности повторного осмотра территории Украины

Оптико-электронная аппаратура видимого диапазона, расположенная на КА, способна воспринимать информацию только на освещенных Солнцем участках трассы. Причем при проведении заверочно-калибровочных работ на тестовых участках желательно, чтобы угол освещения земной поверхности был бы примерно одинаковым при всех проходах спутника и сохранялся бы на других освещенных участках трассы вне тестовых полигонов. Этому дополнительному условию обзора земной поверхности удовлетворяет класс солнечно-синхронных орбит. Это орбиты специального назначения КА ДЗЗ, которые характеризуются тем, что подспутниковая точка (точка пересечения радиус-вектора КА с поверхностью Земли) проходит в любой точке земной поверхности приблизительно в одно и то же местное солнечное время. Таким образом, угол освещения земной поверхности будет приблизительно одинаковым при всех проходах КА. Такие постоянные условия освещения очень хорошо подходят для КА с гиперспектральной аппаратурой. Для достижения подобных характеристик параметры орбиты выбираются таким образом, чтобы происходила прецессия орбиты в восточном направлении на 360 градусов в год (приблизительно на 1 градус в день), компенсируя вращение Земли вокруг Солнца. Прецессия происходит за счёт взаимодействия спутника с Землёй, некруглой из-за полярного сжатия. Скорость прецессии зависит от наклонения орбиты. Нужной скорости прецессии можно достичь лишь для определённого диапазона высот орбит и наклонения.

Как уже отмечалось в подразделе 7.2, для уменьшения периодичности наблюдений рассматривается вариант программного разворота КА, что обеспечивает возможность обзора с борта КА коническим углом $\gamma = 30^\circ$. Для определения периодичности повторного просмотра объектов на территории Украины по критериям максимального и среднего времени повторного просмотра применен метод компьютерного моделирования. В режиме моделирования собирается статистика просмотра 216 точек модельной сетки, наложенной на территорию. Моделирование орбитального движения и условий обзора осуществлялось при следующих начальных условия движения КА:

$$i = 98,5413^\circ; \Omega = 234,7696^\circ; H = 784,2 \text{ km}; u = 0^\circ; \gamma = 30^\circ; \alpha = 30^\circ, \quad (7.8)$$

где i – наклонение орбиты, Ω – долгота восходящего узла, H – высота, u – аргумент широты, γ – бортовой угол обзора. Дополнительно вводится в рассмотрение параметр α – ограничение на освещенность, которое задается минимальным углом Солнца, при котором возможна съемка. Ограничение на освещенность необходимо для того, чтобы из статистики исключить моменты прохождения территории в ночное время.

На рис. 7.2 приведен процесс моделирования обзора восточной территории Украины на нисходящих участках орбиты в положении подспутниковой точки на 11 часов местного времени. Модель зондирования производит сбор статистики, для определения периодичности покрытия территории Украины зонами обзора с солнечно-синхронной орбиты КА. На освещенной поверхности Земли наблюдается прохождение подспутниковой точки примерно в 11 часов местного времени. Орбита *обратная*, со стороны восходящего узла КА движется с юга на север и с востока на запад. Мониторинг освещенной поверхности Земли осуществляется на нисходящих участках орбиты при движении КА с севера на юг. Ночные участки трассы имеют наклон влево, по ним КА движется с юга на север.

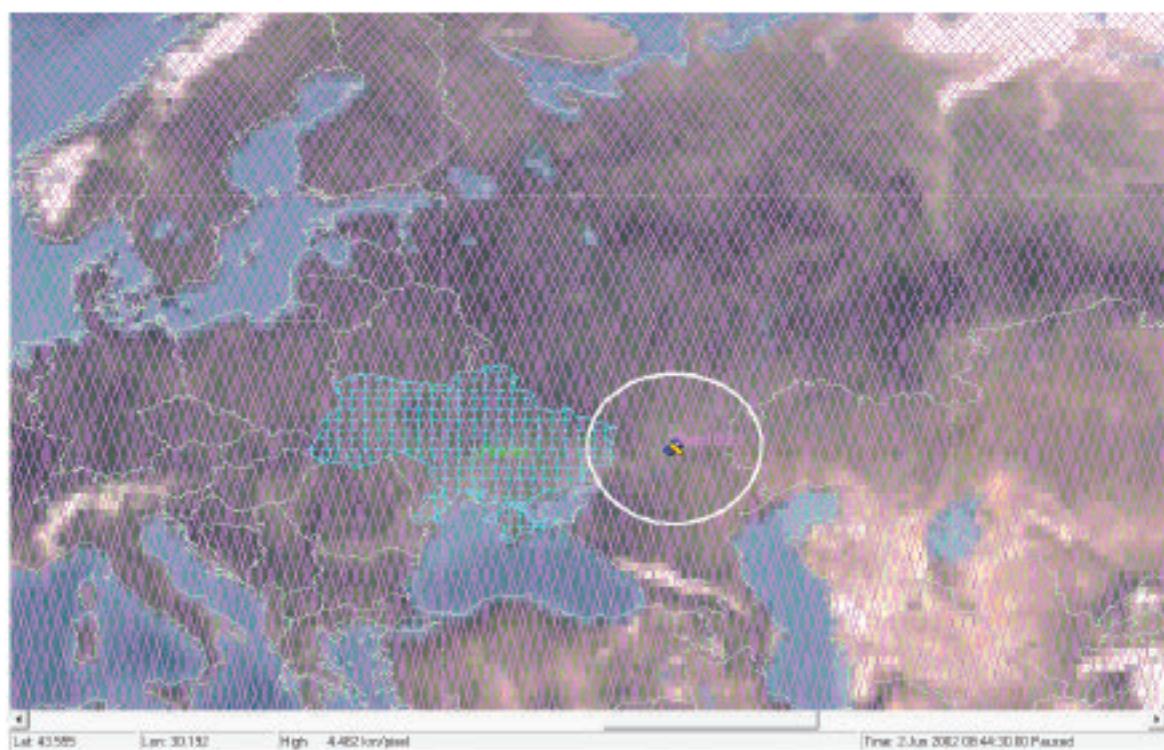


Рис. 7.2. Иллюстрация процесса моделирования для оценки периодичности покрытия территории Украины зонами обзора

Дневные участки трассы наклонены вправо, по ним КА, осуществляя мониторинг, движется с севера на юг. Достигимая, при указанных выше разворотах КА, мгновенная зона обзора моделировалась коническим бортовым углом обзора $\gamma=30^0$. Мгновенная модельная зона обзора показана на рисунке белым контуром. Элементы модельного точечного покрытия контролируемой зоны обозначены знаками «+». Результаты численного моделирования и статистического анализа наблюдений с КА за покрытием территории Украины приведены в приложении Д. Статистический анализ выполнен по основным критериям оценки периодичностей повторного просмотра территории. Определено: минимальное, максимальное и среднее время повторного просмотра. Для того, чтобы исключить влияние начальных условий на статистику наблюдений моделирование осуществлялось на временном интервале в один месяц: с 12 час. 1 июня до 12 часов 1 июля. Мировое время привязано к 2002 году. Согласно проведенным расчетам

минимальное, максимальное и среднее время повторного просмотра объектов территории составило (суток): 0,987; 3; 2,3.

Следующим шагом в анализе наблюдений территории Украины с КА на солнечно-синхронной орбите является составление поминутного расписания наблюдений, с одновременным сбором статистики определения процента покрытия и процента общего покрытия территории на текущую дату (см. приложение Д). За начало сбора статистики наблюдений было выбрано время 4 июня 9 час. 30 минут. Именно в это время был закончен первый 100% осмотр территории, начатый 1 июня в 12 час. 00 минут. Фрагмент поминутного расписание осмотра территории и процента ее покрытия, с 4 июня 9 час. 30 минут (0%) до 7 июня 9 час. 32 минут (100%), приведен в приложении Д. Время прохождения подспутниковой точки дается в системе UTCG (по Гринвичу).

Выводы раздела 7

1. Методом статистического моделирования выполнена оценка периодичности повторного просмотра объектов на территории Украины гиперспектральной оптико-электронной системой детального разрешения, установленной на малом КА ДЗ3 в режиме наведения на объекты съемки.
2. Определены параметры рациональной солнечно-синхронной орбиты.
3. Среднее время повторного просмотра объектов составило 2,31 суток.
4. Показана принципиальная возможность осуществлять гиперспектральное наблюдение с коротким временным промежутками за объектами на территории Украины, что значительно расширяет перечень тематических задач, повышает эффективность создания и эксплуатации гиперспектральной КС ДЗ3 с режимом перенацеливания.

РАЗДЕЛ 8

ОРГАНИЗАЦИЯ АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ АЭРОКОСМИЧЕСКИМ МОНИТОРИНГОМ; ОСНОВЫ ВИЗУАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Под адаптивными (самоприспособляющимися) системами геомониторинга следует понимать системы наблюдения с ЛА, которые для достижения поставленной цели автоматически изменяют алгоритм своего функционирования и свою структуру в зависимости от результатов наблюдений. Реализация адаптивного управления системой космического геомониторинга предусматривает автоматическую классификацию объектов на борту КА по данным среднего разрешения гиперспектрального зондирования, выделение объектов интереса, определение их координат в земной системе, перенацеливание аппаратуры зондирования на объекты интереса с одновременным переключением с режима среднего разрешения на детальное зондирование. В наземные центры обработки информации ГДЗ передаются данные только детального зондирования площадей с объектами интереса. В настоящее время в КА ДЗЗ наведение оптической системы на объект съемки осуществляется путем разворота корпуса КА в направлении оптической оси на цель по заданным координатам цели. Для разворота в качестве исполнительных органов используют двигатели-маховики, которые устанавливаются в корпусе КА, а необходимые для управления и стабилизации текущие параметры движения КА определяются информационной измерительной системой.

В разделах 2 – 5 проведено обоснование, разработка и приведены примеры реализации методов автоматизированной классификации объектов и их состояний по гиперспектральным данным оптического диапазона, что делает возможным на современном уровне развития систем управления КА применять для поисковых задач режим адаптивного управления гиперспектральным мониторингом.

Применение абстрактно-алгебраических (непрерывно-групповых) методов для описания функционирования систем адаптивного типа, которые содержат в конурах управления устройства визуального наблюдения и распознавания, было предложено академиком НАНУ А.И. Кухтенко. Общие вопросы обоснования выбора этих методов изложены в совместном докладе с соискателем на симпозиуме IFToMM [35]. В настоящее время, в связи с развитием информационных технологий ГДЗ, многие приложения этой теории становятся актуальными.

8.1. Обоснование эффективности гиперспектрального зондирования с беспилотных летательных аппаратов

Летательные аппараты, на которых могут быть установлены сенсоры дистанционного зондирования, включают и класс беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) [129]. Предпосылкой для эффективного применения БПЛА в качестве носителя аппаратуры гиперспектральной съемки территорий является ряд недостатков традиционных способов получения данных ГДЗ, с помощью КА и авиационных пилотируемых ЛА.

К недостаткам использования материалов гиперспектрального зондирования с КА следует отнести следующие факторы:

- малое количество КА, снимки, с которых являются общедоступными на коммерческой основе;
- низкая точность геопривязки данных детального ГДЗ при совместной работе датчиков углового положения со сканером;
- проблема больших объемов информации в гиперкубе данных ГДЗ (см. подраздел 1.3), а также связанные с этим сложность передачи и обработки данных;
- наличие облачности существенно влияет на качество снимков и на фактическую периодичность мониторинга. Решение многих задач ГДЗ по снимкам со спутников является неэффективным. При детальной

гиперспектральной съемке теряется основное преимущество космических наблюдений – глобальность обзора.

Гиперспектральные аэросъемочные системы лишены многих перечисленных выше недостатков. Например, наиболее известный и распространенный, в своем классе, прибор последнего десятилетия гиперспектральный сканер CASI_1500 (ITRES Ltd., Канада) насчитывает 288 спектральных каналов [130]. Спектральный диапазон 380÷1050 нм, количество пикселей линейки приемника 1500, спектральное разрешение 2,4 нм, пространственное разрешение 0,3 м. Гиперспектральные сенсоры компании ITRES успешно используют:

- в сельском хозяйстве: пространственное распределение различных видов земель, оценка состояния посевов, ареалов распространения растений (в том числе сорных), нарушений растительного и почвенного покрова, определение типов влажных и засоленных почв и т. п.;
- в лесном хозяйстве: оценка состояния древостоя и ареалов распространения вредителей, составление карт распределения пород деревьев, определение количественных параметров запасов древесины и состояния водоемов, идентификация минералов, выявление температурных аномалий;
- в экологии: выявление и локализации дефектов нефте- и газопроводов, обнаружение нефтяной пленки и т. п.

Сканеры этой фирмы также широко применяется для оценки потерь тепла в городах и отдельных зданиях, проведения картографирования и составления минерологических карт.

Предпосылки применения БПЛА для гиперспектральной съемки. Можно прогнозировать, что дальнейшее массовое развитие гиперспектральной съемки связано с установкой гиперспектрометров (видеоспектрометров) на БПЛА. Гиперспектральные сенсоры постоянно совершенствуются, улучшаются их технические характеристики[131].

Экономическая эффективность применения БПЛА обусловлена низкой рентабельностью применения стандартных авиационных комплексов в

случаях съемки небольших объектов и малых по площади территорий. В этом случае затраты на организацию работ, приходящиеся на единицу отснятой площади, существенно превосходят аналогичные показатели при съемке больших площадей, и применения БПЛА становится экономически обоснованным. Здесь существенную роль играет стоимость бортовой системы навигации, управления и гиростабилизированных платформ на которые устанавливается видеоспектрометр. Полет БПЛА неустойчив, на него влияют порывы ветра, турбулентность и другие возмущающие факторы. Выполнение точного спектрометрирования предъявляет высокие требования к стабилизации БПЛА и наведения на объект съемки. Для этого бортовой комплекс управления должен включать полноценную навигационную систему, автопилот и гиростабилизированную платформу. Однако такие комплексы имеют высокую стоимость и на практике, даже при проведении аэрофотосъемки с БПЛА, параметры стабилизации выдерживаются далеко не всегда. Как следствие, кадры снимков, полученные с БПЛА, обладающие отличной детальностью, яркостью и контрастом могут иметь низкое фотограмметрическое качество. Таким образом, существенным моментом для массового и эффективного использования БПЛА является создание недорогой и достаточно точной бортовой системы автоматической стабилизации движением и процессом съемки. Такая бортовая система автоматического управления режимом съемки может применяться совместно с полуавтоматическим управлением БПЛА, которое может осуществляться оператором через пульт.

Принцип формирования гиперспектральных изображений по схеме "pushbroom" неразрывно связан с движением подвижного объекта (см. подраздел 1.2), и предъявляет жесткие требования к синхронному управлению сканером и параметрами движения ЛА. В БПЛА бортовые системы должны управлять вращательно-поступательным движением аппарата и в отсутствии гиростабилизированной платформы обеспечить высокую стабилизацию горизонтального движения при выполнении съемки.

В связи с необходимостью осуществлять достаточно точное совместное управлением движением ЛА и оптической аппаратурой визуального наблюдения, представляет интерес рассмотреть возможности, которые предоставляет теория визуального управления подвижным объектом. Элементы теории визуального управления развивались соискателем на протяжении ряда лет и изложены в публикациях [21-36, 42-44]. Современный этап развития технических систем управления делает возможным, и экономически обоснованным, частичную реализацию теоретических положений этой теории.

В настоящее время для реализации интеллектуального автоматического управления подвижными объектами (ПО), широко используется визуальная информация. Такие термины как *визуальная обратная связь* (visual feedback), *навигация, основанная на изображениях* (vision based navigation), *обработка изображений* (image processing) в контурах управления и многие подобные термины стали общепринятыми среди специалистов по навигации и управлению движением [132]. Интерес к использованию изображений окружающей среды для организации целенаправленного перемещения в пространстве связан с большой информативностью изображений, а также требованием выполнять перемещения, согласуясь с изменениями в окружающей среде. В полном объеме такая кибернетическая постановка задачи интеллектуального управления ПО приводит к рассмотрению в контурах управления подсистем распознавания зрительных образов и принятия решений [21, 22, 26, 27, 35, 36, 44]. Управление по принципу визуальных обратных связей допускает поэтапное совершенствование таких систем управления, которое может осуществляться по мере развития алгоритмов распознавания и принятия решений, сам же принцип управления остается неизменным. Отличительной особенностью метода решения задачи управления с применением визуальной обратной связи, кроме очевидной возможности определять текущие координаты поступательного движения и ориентации по изображениям визуальной обстановки, является способ

описания (параметризации) кинематических параметров пространственного движения твердого тела [21, 36, 44]. Вращательное движение тела, помимо матрицы направляющих косинусов, можно описать различными известными способами, например параметрами Родрига–Гамильтона, Кэйли–Клейна, углами Эйлера, Эйлера–Крылова [133], а также кватернионами [134].

Для решения задач управления такими сложными интеллектуальными системами, которые состоят из различных по составу и принципу действия подсистем, важную роль играет выбор единого формализма для описания функционирования системы. Так, например применение в инженерной практике формализма кватернионов при синтезе управляющих воздействий и описания кинематики вращательного движения твердого тела [134] стимулировало создание совершенных систем управления ориентацией и систем стабилизации нескольких поколений космических аппаратов и прочих подвижных объектов [132]. Визуальное управление для описания кинематических параметров твердого тела использует восемь параметров проективной группы Ли, а отображение визуальной обстановки рассматривается на проективной плоскости. Такой единый формализм в описании картин окружающей подвижный объект среды и его кинематических параметров перемещения, позволяет провести синтез визуального управления и согласовать изменения в среде с целями управления. Подвижным объектом, с борта которого производится съемка, может быть космический аппарат или БПЛА с видеоспектрометром в качестве полезной нагрузки.

8.2. Постановка задачи визуального управления. Визуальная обратная связь

Верbalная постановка. Приведем общую вербальную постановку задачи визуального управления. На борту БПЛА, кроме видеоспектрометра который является полезной нагрузкой, жестко закреплена цифровая камера, которая фиксирует текущее изображение визуальной обстановки (ВО)

(рис.8.16). Требуется сформировать управляющие воздействия (силы, моменты) для того, чтобы БПЛА принял положение, которое соответствует изображению ВО, приведенному на рис.8.1а. Необходимо ликвидировать рассогласования в положении и ориентации БПЛА по информации содержащейся в последовательности «подвижных» изображений визуальной обстановки [34], без привлечения дополнительной информации от бортовых пилотажно-навигационных систем.

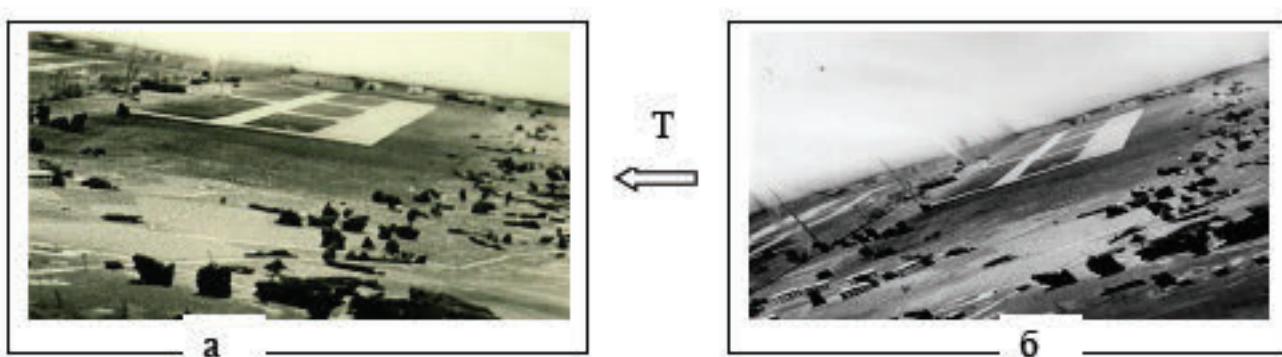


Рис. 8.1. Изображения визуальной обстановки с борта БПЛА, а) требуемое положение, б) текущее положение

Решение этой задачи в полном объеме предусматривает:

- 1) определение вида преобразований T , связывающих участки изображений, которые имеют один прообраз на плоскости земли (соответственные участки);
- 2) формирование по параметрам преобразования T управляющих воздействий на органы управления БПЛА.

В соответствии с постановкой задачи введем ряд определений.

Визуальная обстановка (ВО) – отображение внешней по отношению к подвижному объекту среды способом центрального проецирования на плоскость изображения (картинную плоскость). Отображение внешней среды и формирование изображений может осуществляться различными техническими устройствами в различных диапазонах излучения электромагнитных волн.

Визуальное управление подвижным объектом – процесс формирования управляющих воздействий по информации, содержащейся в изображениях окружающей среды (визуальной обстановки), для достижения заданных целей управления [26, 27]. Термин визуальное управление подвижным объектом был определен соискателем в работах [21, 22] как управление по изображениям визуальной обстановки. Принцип и математические модели визуального управления допускают различные способы формирования изображений ВО как по форме представления информации, так и по набору технических средств для сбора и отображения информации. В простейшем случае ВО состоит из образов нескольких реперных точек в плоскости изображения. Сами же реперные точки располагаются в одной плоскости на поверхности исследуемого района, и выполняются в виде точечных источников излучений. Система распознавания должна обнаружить их, установить за ними непрерывное слежение и обеспечить систему управления координатами направлений на источники излучений. Реперные точки могут формироваться искусственными источниками излучения, а их координаты определяются в однородной и неоднородной системе координат на проективной плоскости. Помимо различных оптических средств сбора и отображения информации о реперных точках могут применяться радиотехнические средства.

Математическая постановка. Рассмотрим математическую постановку задачи управления, удовлетворяющую условиям:

- формировать управляющие воздействия по направлениям на реперные точки или по изображениям ВО согласно цели движения;
- обеспечить устойчивость движения к цели.

Рассматривается объект управления как динамическая система:

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{F}[\mathbf{X}(t), \mathbf{u}(t)], \quad (8.1)$$

где $\mathbf{X}(t)$ – вектор состояния системы, $\mathbf{u}(t)$ – вектор управления.

Пусть в некоторый момент времени t_0 объект управления оказался в состоянии $\mathbf{X}(t_0) \neq 0$. Требуется найти такое управляющее воздействие $\mathbf{u}(t)$, зависящее от начального состояния $\mathbf{X}(t_0)$, которое приводило бы объект в начало координат пространства состояния, то есть

$$\mathbf{X}[t_1; t_0, \mathbf{X}(t_0), \mathbf{u}(t)] = 0, \quad (8.2)$$

переход должен осуществляться за конечное время $t_1 - t_0 > 0$ или в асимптотическом смысле:

$$\mathbf{X}[t_1; t_0, \mathbf{X}(t_0), \mathbf{u}(t)] \rightarrow 0 \text{ при } t \rightarrow \infty. \quad (8.3)$$

Необходимо найти управляющую функцию $\mathbf{u}(t)$, которая удовлетворяет условиям:

- а) управляющие воздействия формируются по изображениям ВО согласно целям управления;
- б) необходимо обеспечить устойчивость движения.

Управляющая функция $\mathbf{u}(t)$, решающая эту задачу, разыскивается в виде функции от выходов системы:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}[t, \phi(t)], \quad (8.4)$$

где $\phi(t) = \rho(\mathbf{X}(t))$ уравнение выходов системы. Компоненты векторной функции выходов $\phi(t)$, подлежат измерению в процессе управления системой и характеризуют вектор состояния $\mathbf{X}(t)$ системы. Реализация такого подхода связана с организацией управления системой по **принципу обратной связи**.

В задачах визуального управления векторная функция $\phi(t) = \rho(\mathbf{X}(t))$ от выходов системы заменяется моделью визуальной обстановки на проективной плоскости, однако, сохраняется принцип обратной связи, рассмотренный выше. Такому определению соответствует понятие «**визуальная обратная связь** (ВОС).

Общая постановка задачи управления подвижными объектами по принципу ВОС приводит к дальнейшему усовершенствованию методов управления и в общем случае связана с включением в состав системы управления элементов распознавания реперных точек и определения направления на них. Наличие в системах управления распознающего и принимающего решения блоков позволяет формулировать и решать задачи автоматического управления движением, согласуясь с изменениями, которые происходят в окружающей среде. В такой общей постановке визуальное управление ПО рассмотрено автором в работах [21, 22, 44]. Применительно к автоматическому управлению БПЛА с гиперспектрометром в качестве полезной нагрузки, процедура распознавания и принятия решений значительно упрощается. В этом случае детальный анализ изображения ВО и окружающей сцены, в целях управления движением, не выполняется, так как управление осуществляется по реперным объектам (точкам) в плоскости изображения. Управление процессом зондирования с БПЛА может быть автоматическим или полуавтоматическим. В первом случае в системе должно быть предусмотрено автоматическое распознавание реперных ориентиров. В случае полуавтоматического управления БПЛА, оператор может получать изображение ВО с камеры, установленной на аппарате и на это изображение накладываются маркеры реперных точек. Оператор имеет возможность вмешаться в процедуру распознавания и указать новые реперные точки, или перенацелить БПЛА на выполнение другого задания.

Структурная схема реализации принципа визуальной обратной связи при управлении БПЛА гиперспектрального зондирования приведена на рис.8.2. На схеме замкнутый контур ВОС выделен жирными стрелками. Пунктирная стрелка в этом контуре показывает, что информация о текущем состоянии системы $X(t)$ поступает с выхода в виде координат наблюдаемых реперных ориентиров изображений среды, определенным образом преобразуется в каналах ВОС и подается на устройство сравнения в терминах машинных изображений.



Рис. 8.2. Структурная схема реализации принципа визуальной обратной связи при управлении БПЛА гиперспектрального зондирования

На другой вход устройства сравнения поступает описание конечной цели движения также в терминах машинных изображений реперных точек на плоскости изображения. Блоком сравнения определяется рассогласование в машинных изображениях. «Блок формирования законов управления», по рассогласованию в машинных изображениях ВО текущего положения БПЛА и заданного положения, определяет параметры преобразования, и по ним формирует управляющие воздействия.

Схема на рис. 8.2 дает четкую постановку задачи исследования, определяет принципы построения систем управления с ВОС, позволяет выбрать необходимый состав аппаратных средств для ее реализации.

Система управления подвижным объектом и относится к служебным системам и оперируют служебной информацией. Целевая информация создается и передается полезной нагрузкой, которой является гиперспектрометр. Дешифрирование данных многомерных представлений гиперспектральных снимков связано с передачей, хранением и обработкой очень больших объемов информации (см. подраздел 1.3). Характерной особенностью целевой информации является потенциально высокая скорость ее передачи. Однако потребность в этой информации может быть и нерегулярной. Возможность проводить обработку данных в реальном масштабе времени во многом определяется быстродействием методов обработки целевой информации. В подразделе 5.3 разработан метод оценок фрактальных размерностей локальной структуры спектров, который удовлетворяет этим требованиям для решения прикладной задачи выявления территорий с аномалиями природного и техногенного происхождений. При необходимости дальнейшего повышения быстродействия и точности вычислений этот метод допускает целочисленную реализацию. Разработка методов на основе целочисленной арифметики для реализации различных алгоритмов цифровой обработки данных была выполнена соискателем, основные результаты этих исследований представлены в работах [7-14]. Методы целочисленной арифметики эффективно применялись соискателем

при проведении экспресс-обработки данных результатов экспериментов с быстропротекающими процессами (см. Введение, Связь работы с научными программами...). На схеме рис. 8.2 возможность проведения экспресс-обработки целевой информации, в зависимости от результата, определяется с пункта управления. Координаты района зондирования задаются в местной системе координат относительно расположения реперных объектов, которые пересчитываются системой в перспективные изображения картин ВО.

Исследования по выбору “подходящих” областей длин волн для анализа и сегментации различных природных объектов были проведены на данных гиперспектрального зондирования аппаратурой AVIRIS (Airborne Visible and Infrared Imaging Spectrometer) [63, 140]. Установлено, что полосы поглощения основных природных минералов в горных породах и почвах расположены в области более 1 мкм. Коротковолновые спектральные каналы содержат информацию о растительном покрове.

8.3. Модель отображений кинематических параметров пространственного движения на проективную плоскость

8.3.1. Отображение параметров положения твердого тела на проективную плоскость

В традиционной постановке [134] под задачей ориентации твердого тела относительно некоторой заданной опорной системы координат I понимают задачу приведения связанной с телом системы координат E к опорной системе координат I . В качестве датчиков углового отклонения тела относительно опорной системы, могут использоваться различного рода гироколические устройства, позволяющие получать функции от углов Крылова или Эйлера. В датчиках негироколического типа, для определения положения связанных осей относительно некоторых направлений в пространстве, измеряются функции направляющих косинусов. В бесплатформенных системах управления параметры

определяются путем интегрирования кинематических уравнений, при этом предполагается первоначальная фиксация опорного базиса.

В задачах визуального управления ориентацией задание опорной системы координат I задается в виде эталонного изображения ВО, которое получается способом центрального проецирования на картинную плоскость объектов расположенных на плоской земной поверхности. Жестко связанная с твердым телом система координат E и центропроектор отображают на картинную плоскость текущие изображения ВО, знание местоположения и ориентации системы координат E в пространстве относительно базиса I предполагается только на этапе входа в зону зондирования. Вся информация, характеризующая угловое и пространственное рассогласование базисов E и I , содержится в сравниваемых картинах (эталонной и текущей). Предполагается, что в сравниваемых картинах существуют фрагменты, которые имеют общий прообраз на плоскости земли и содержат реперные точки. При визуальном управлении ориентацией также требуется совместить базисы E и I и обеспечить устойчивость процесса.

Множество перемещений твердого тела и жестко связанной с ним системы координат (СК) $OX'Y'Z'$ образует группу движений G . В терминах преобразования координат относительно инерциальной СК $\bar{O}XYZ$ группа G задается соотношениями

$$\mathbf{X}' = \alpha (\mathbf{X} - \mathbf{X}_0), \quad (8.5)$$

$$\mathbf{X}' = \alpha \mathbf{X} - \alpha \mathbf{X}_0, \quad (8.5 \text{ a})$$

где

\mathbf{X}', \mathbf{X} – вектор-столбцы с элементами x', y', z' и x, y, z составлены из координат произвольной точки пространства в подвижной и инерциальной СК;

$\alpha = (\alpha_{sk})$ $s, k = \overline{1, 3}$ – ортогональная матрица поворота (см. [133], стр.43), таблица косинусов углов между осями неподвижной системы $\bar{O}XYZ$ и осями подвижной системы $OX'Y'Z'$; α^T – транспонированная матрица α ;

\mathbf{X}_0 – вектор с элементами x_0, y_0, z_0 , который характеризует поступательное перемещение тела относительно инерциальной СК.

Изображения ВО, полученные способом центрального проецирования, рассматриваются как отображение некоторого множества точек M_i плоскости земли π на картинную плоскость π' способом T_O центрального проецирования с центром перспективы в точке O ,

$$T_O : M_i \rightarrow N_i; \quad M_i \in \pi, \quad N_i \in \pi'.$$

Для того, чтобы такое соответствие было взаимно однозначным, плоскости π и π' дополняются несобственными элементами до проективных плоскостей Π и Π' . Проективная плоскость Π может вводиться в рассмотрение как математическая конструкция, задаваемая с помощью различных аксиом проективной геометрии [135-137], и как некоторый способ регистрации информации об окружающей подвижный объект среде на евклидову плоскость π' . Плоскость π' жестко связана с СК и телом, которое совершает перемещение в пространстве относительно инерциальной СК.

Введем следующее определение. Точки плоскости называются *коллинеарными* если они принадлежат одной прямой. Определим аффинную плоскость π , которая является обычной евклидовой плоскостью.

Аффинной плоскостью называется множество элементов, именуемых точками, и система его подмножеств, именуемых прямыми для которых выполняются три аксиомы.

1. Для любых двух различных точек P и Q существует одна и только одна прямая, проходящая через них.
2. Для любых заданных прямой l и точки P существует одна и только одна проходящая через P прямая m , параллельная l .
3. Существуют три неколлинеарные точки (не лежащие на одной прямой).

Аффинным отображением пл. π на пл. π' называется такое отображение, при котором всякие три точки, расположенные на одной прямой, переходят в три точки, также расположенные на одной прямой.

Аффинным преобразованием плоскости π называется аффинное отображение плоскости пл. π на себя.

В результате аффинных преобразований прямые линии переходят в прямые, сохраняется параллельность прямых линий, но могут изменяться величины углов и площадей фигур. Аналогичными свойствами обладает и аффинное преобразование плоскости. Например, прямоугольник преобразуется в параллелограмм. Примером аффинного отображения двух плоскостей является параллельное проецирование.

Формирование ВО происходит, по определению, способом центрального проецирования. Отображение евклидовой (аффинной) плоскости π на картинную пл. π' осуществляется проецированием с центром проецирования в некоторой точке O , которая не принадлежит рассматриваемым плоскостям. Центральное проецирование устанавливает перспективное соответствие между плоскостями. Изображения ВО на картинной плоскости являются перспективным изображением точек расположенных на плоскости земли. Для описания перспективных изображений ВО, плоскость земной поверхности π и картинной плоскости π' пополняются новыми элементами (точками), благодаря чему перспективное соответствие становится взаимно однозначным. Элементы, которыми пополняются аффинные плоскости, называются: «несобственными», «бесконечно удаленными» или «идеальными» точками. Пополнение аффинной плоскости идеальными точками производится при соблюдении следующих условий:

- 1) каждая прямая m пл. π пополняется единственной несобственной (бесконечно удаленной) точкой;
- 2) две прямые m' и m пл. π тогда и только тогда имеют общую несобственную точку, когда они параллельны (т.е. параллельные прямые

пересекаются в этой точке, а несобственная точка задает направление рассматриваемых параллельных прямых).

3) совокупность всех несобственных точек плоскости образует несобственную или бесконечно удаленную проективную прямую.

Проективной плоскостью Π называется множество, состоящее из всех точек евклидовой (аффинной) пл. π и всех несобственных точек этой плоскости.

Более строго проективную плоскость Π можно определять различной системой аксиом, что позволяет использовать понятие «проективная плоскость» в самых различных приложениях, абстрагируясь от физической сущности проблемы. Приведем одну из возможных систем аксиом [135].

Проективной плоскостью Π называется множество точек, определенные подмножества которого называются прямыми, если выполняются следующие аксиомы.

1. Через две различные точки пл. Π можно провести одну и только одну прямую.

2. Любые две прямые пл. Π пересекаются, по меньшей мере, в одной точке.

3. Существуют три неколлинеарные точки.

4. Прямая содержит, по меньшей мере, три точки.

Важным отличием проективной плоскости Π от аффинной π является то, что на проективной плоскости нет параллельных прямых: всякие две проективные прямые пл. Π пересекаются.

Введем геометрические определения проективных отображений и проективных преобразований.

Проективным отображением проективной пл. Π на проективную плоскость Π' называется такое взаимно однозначное отображение пл. Π на Π' , при котором любым трем различным точкам пл. Π , лежащим на одной прямой, соответствуют три точки пл. Π' , также лежащие на одной прямой.

Проективным преобразованием проективной пл. Π называется проективное отображение пл. Π' на себя.

Определение 8.1. Преобразование проективной плоскости, сохраняющее коллинеарность точек, является проективным преобразованием.

Важно отметить, что проективное преобразование плоскости совпадает с определением аффинного преобразования, так как требует соблюдения коллинеарности точек плоскости, т.е. прямые линии преобразуются в прямые. Однако эти определения относятся к разным объектам. Аффинное отображение и преобразование выполняется над точками евклидовой (аффинной) плоскости π , проективное преобразование – над точками проективной плоскости Π .

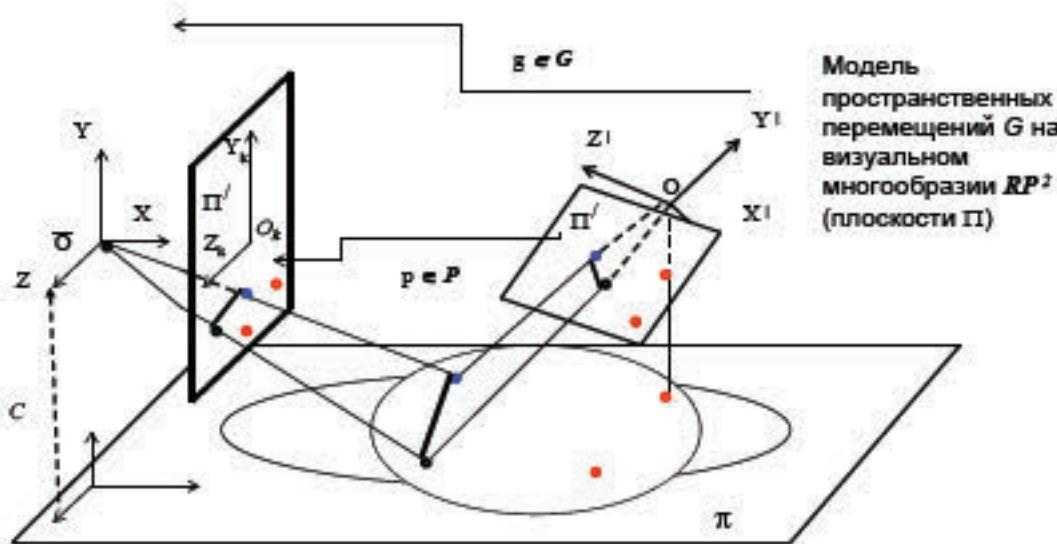
Проективные преобразования переводят прямую в прямую, но не сохраняют параллельность прямых. Следовательно, проективными преобразованиями прямоугольник может быть преобразован в трапецию.

Определим понятие «связка прямых», которое эквивалентно понятию «пучок прямых».

Пучок прямых. Множество прямых образует пучок, если: все прямые этого множества проходят через некоторую точку O ; либо все прямые множества параллельны некоторой прямой (пучок параллельных прямых).

Примером проективного отображения одной проективной пл. на другую является перспективное отображение, которое имеет место при формировании изображений ВО. Рис. 8.3 иллюстрирует перспективное соответствие точек пл. земли и картинной пл. изображений $u_k z_k$. Будем называть центропроектором жестко связанные с ЛА (подвижным объектом), систему координат, центр проецирования O и картинную плоскость. Обозначим картинную пл. π' , дополненную до проективной плоскости, через Π' (на рис. 8.3 эти обозначения не вводились), а плоскость земли π дополнена до проективной плоскости через Π . При перемещении

центропроектора в пространстве R^3 имеет место проецирование точек пл. Π , с приписанной каждой точке определенной функции излучения, на пл. Π' .



$$\begin{aligned} T(z_k, y_k) &= (z'_k, y'_k) \\ \text{- множество преобразований } T \\ (\text{гомеоморфизмов}) \text{ пл. } \Pi \text{ при движении } G \end{aligned}$$

$$\left| \begin{array}{l} P = Aut \Pi, \text{ группа автоморфизмов, сохраняющая} \\ \text{коллинеарность точек} \\ z' = \frac{a_1 z + a_2 y + a_3}{a_4 z + a_5 y + 1}, \quad y' = \frac{a_6 z + a_7 y + a_8}{a_4 z + a_5 y + 1}. \end{array} \right.$$

Рис. 8.3. Иллюстрация к модели отображения кинематических параметров пространственного движения твердого тела на проективную плоскость

Между множеством всех точек пл. Π и пучком прямых O устанавливается взаимно однозначное соответствие. Аналогично каждой точке пл. Π' можно поставить в соответствие определенную прямую пучка O . Следовательно, множество всех точек плоскостей Π и Π' приводится во взаимно однозначное соответствие, если считать образом для точки M , расположенной на пл. Π , точку M' пл. Π' , соответствующую той же прямой пучка (связки) O , что и точка M . Рассмотрим возможные характерные случаи

взаимного расположения плоскостей и прямых связки O при формировании изображений ВО.

Пусть пл. Π' не параллельна пл. Π . Тогда каждая прямая связки не параллельная одной из плоскостей устанавливает взаимно однозначное соответствие между всеми собственными точками плоскостей Π и Π' . В этом случае собственной прямой k пл. Π соответствует собственная прямая k' пл. Π' . Такое соответствие взаимно однозначное.

Для прямых связки O параллельных пл. Π можно указать собственную прямую k' , которая является образом несобственной прямой k пл. Π . Образ несобственной прямой k на пл. изображения Π' есть линия горизонта k' . Аналогично прямым связки параллельным пл. Π' соответствует несобственная (бесконечно удаленная) прямая k' , которая является образом собственной прямой k пл. Π (пл. земли).

Если две проективные плоскости Π и Π' (пл. картинная и пл. земли) параллельны между собой, всякой собственной точке пл. Π будет соответствовать собственная точка пл. Π' и наоборот. Всякой же несобственной точке одной плоскости будет соответствовать несобственная точка другой плоскости.

Рассмотренными выше особенностями соответствия картинной плоскости и плоскости земли, относительно которой производится перемещение центропроектора, и исчерпываются все возможные случаи перспективного отображения двух плоскостей, которое является взаимно однозначным.

Для установления закономерностей формирования ВО на картинной плоскости введем проективные координаты. Для обычной (аффинной, евклидовой) плоскости π вводится декартова прямоугольная система координат. Для того, чтобы корректно произвести описание несобственных (бесконечно удаленных) элементов проективной плоскости Π вводится однородная система координат. На рис. 8.4 приведен центропроектор,

который включает связанную с твердым телом систему координат $X_1X_2X_3$ и картинную плоскость π параллельную пл. OX_1X_2 с введенной на этой плоскости СК XY . Любая собственная точка M пл. π имеет неоднородные координаты (x,y) .

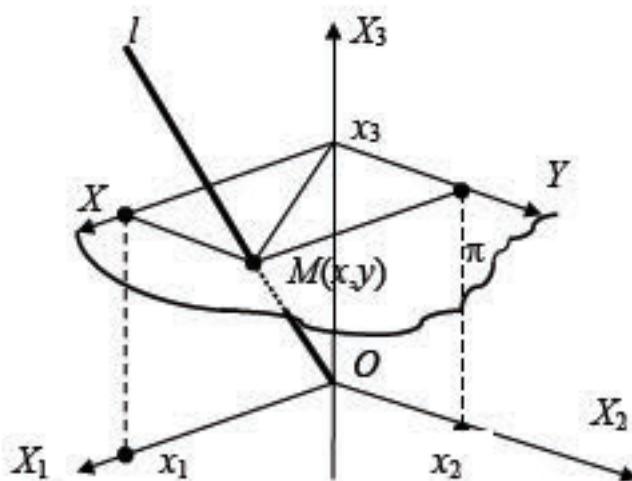


Рис. 8.4. Связь неоднородных и однородных проективных координат плоскости π в модели изображений ВО

Между множеством всех собственных точек пл. π и подмножеством прямых связки O , которые не параллельны пл. π , существует взаимно однозначное соответствие, что позволяет представить точку M соответствующей ей прямой l связки в пространстве R^3 . Назвав прямую l «точкой», определим ее однородные координаты на пл. π как координаты произвольной точки на прямой l (x_1, x_2, x_3) не совпадающие с центром проецирования $O(0,0,0)$ в СК $X_1X_2X_3$. Следовательно, однородные координаты любой собственной точки M задаются множеством троек $(\lambda x_1, \lambda x_2, \lambda x_3)$, где $\lambda \in R, \lambda \neq 0, x_3 \neq 0$. Для всех собственных точек картинной плоскости неоднородные координаты (x,y) связаны с однородными координатами (x_1, x_2, x_3) соотношениями вида

$$x = \frac{x_1}{x_3}, \quad y = \frac{x_2}{x_3}. \quad (8.6)$$

В случае если «точке» l соответствует несобственная точка пл. Π , то прямая l параллельна пл. π и ее однородные координаты $(x_1, x_2, x_3 = 0)$ являются координатами вектора, коллинеарного прямой l и лежащего в пл. π .

В этой модели проективной плоскости «точкой» является прямая $l \in L$, (где L пучок прямых) которая задается в пространстве R^3 пропорциональным набором троек $(\lambda x_1, \lambda x_2, \lambda x_3)$, где x_1, x_2, x_3 – проекции любой точки лежащей на прямой l и проходящей через M на оси системы $OXYZ$. Так вводится однородная СК проективной плоскости. Уравнение прямой в однородной СК на проективной плоскости, которая проходит через начало координат O , записывается в виде

$$a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 = 0.$$

Дальнейшее изучение свойств преобразований изображений ВО на проективной плоскости, при всех возможных перемещениях ЛА в пространстве, проводится с привлечением аппарата теории групп Ли, необходимые общие сведения о котором кратко изложены в пункте 2.4.3 диссертационной работы. В частности, как следует из определения 2.1, введение дифференцирования для определения инфинитезимальных операторов требует, чтобы множество, на которое действует группа, удовлетворяло условиям дифференцируемости. В случае изображений ВО таким множеством является проективная плоскость. Изучение топологических свойств проективной плоскости Π показывает, что плоскость Π является топологическим пространством RP^2 , причем связным и компактным, и может рассматриваться как замкнутое двумерное многообразие. Следовательно, на таком множестве может быть определена группа Ли.

На рис. 8.3 приведена схема формирования ВО на картинной координатной плоскости с четырьмя реперными точками. Координаты

образов реперных точек используются в контуре управления БПЛА, который должен принять заданное положение и ориентацию для проведения гиперспектральной съемки, а также используются для стабилизации режима съемки.

При действии преобразований группы движений G на связанную с БПЛА систему координат и центропроектор происходит перемещение точек изображения ВО по картинной проективной пл. П. Каждому положению центропроектора и каждому виду движения соответствует своя конфигурация точек и траекторий их движения на картинной пл. П.

Пусть задана действительная матрица

$$A = (a_{ij}), i, j = \overline{1, 3}$$

и П – действительная проективная плоскость с однородными координатами на ней. Преобразование T_A пл. П переводит точку с однородными координатами (x_1, x_2, x_3) в точку

$$p_A(x_1, x_2, x_3) = (x'_1, x'_2, x'_3),$$

где

$$x'_i = \sum_{j=1}^3 a_{ij} x_j, i = \overline{1, 3}. \quad (8.7)$$

Множество преобразований вида (8.7) при $\det A \neq 0$ задает группу проективных преобразований P плоскости в однородных координатах. Преобразования точек проективной плоскости (8.7) сохраняет коллинеацию точек плоскости, переводя прямые снова в прямые. Доказательство этого утверждения можно найти в работе [135]. Преобразование, сохраняющее коллинеацию, определяется как автоморфизм проективной плоскости: ($\text{Aut } P$). Множество преобразований вида (8.7) образует группу автоморфизмов действительной проективной плоскости П, $P = \text{Aut } P$.

Изучение проективных отображений и преобразований пл. П может быть сведено к изучению этих преобразований в собственных точках проективной плоскости в неоднородной системе координат. Переход к записи группы проективных преобразований в неоднородных координатах

осуществляется по соотношениям (8.6), которые применяются к записи группы P вида (8.7), и позволяют представить множество проективных преобразований в неоднородных координатах в виде

$$\begin{aligned}x' &= (a_1x + a_2y + a_3)/(a_4x + a_5y + 1), \\y' &= (a_6x + a_7y + a_8)/(a_4x + a_5y + 1).\end{aligned}\quad (8.8)$$

Для изучения движения твердого тела в пространстве R^3 , по изменениям координат образов точек M'_i на картинной плоскости Π' , определим вид преобразования, связывающий соответствующие точки изображений ВО при различных и произвольных положениях центропроектора. На картинной плоскости Π' введем декартову СК: $O_kY_kZ_k$ (см. рис. 8.3). Рассмотрим множество соответственных фрагментов изображений ВО, наблюдаемых с борта ЛА при различных положениях центропроектора. Напомним, что, по введенной выше терминологии, соответственными фрагментами изображения ВО называются участки изображений, имеющие один и тот же прообраз N в плоскости земли

$$N = A_{\Pi}(l_O^i) \cap A_{\Pi}(l_O^j) \neq \emptyset,$$

где $A_{\Pi}(l_O^i)$ – часть пл. Π земной поверхности при проецировании ее из положения центропроектора l_O^i на картинную плоскость; центр проецирования точка О подвижной системы координат OXYZ жестко связанной с ЛА. Аналогично $A_{\Pi}(l_O^j)$ – часть пл. Π наблюдаемая из положения центропроектора l_O^j . Тогда $N_{\Pi'}(l_O^i)$, $N_{\Pi'}(l_O^j)$ два соответственных фрагмента изображений ВО на проективной пл. Π' , которые имеют прообраз N . Определим вид преобразования t , которое переводит один фрагмент во второй

$$N_{\Pi'}(l_O^i) \xrightarrow{t} N_{\Pi'}(l_O^j).$$

Соответственные фрагменты изображений топологически эквивалентны, т.е гомеоморфны, а преобразование t автоморфизм проективной плоскости при котором сохраняет коллинеарность точек проективной плоскости. Отрезок прямой в пл. Π при перспективном отображении из произвольного положения центропроектора отображается в отрезок прямой на картинной плоскости. Следовательно, по определению 8.1, в силу которого преобразование проективной плоскости сохраняющее коллинеарность точек является проективным преобразованием, t – проективное преобразование картинной плоскости Π' . Множество движений ЛА в пространстве R^3 , определяемое группой движений G , индуцирует множество проективные преобразований P точек картинной плоскости Π' . В системе введенных неоднородных координат на картинной плоскости $O_kY_kZ_k$, преобразования $t(z, y) = (z', y')$ принадлежат восьмипараметрической группе проективных преобразований P

$$z'_k = \frac{a_1 z_k + a_2 y_k + a_3}{a_4 z_k + a_5 y_k + 1}, \quad y'_k = \frac{a_6 z_k + a_7 y_k + a_8}{a_4 z_k + a_5 y_k + 1}. \quad (8.9)$$

Каждому вещественному значению набора параметров

$$\{a_1, a_2, \dots, a_8\} \quad (8.10)$$

отвечает проективное преобразование p , которое выполняется над точками картинной плоскости. Все множество наборов значений параметров задает группу проективных преобразований P , в которой $p \in P$. Таким образом, при перемещении ЛА в пространстве, координаты точек соответственных фрагментов ВО $N_{\Pi'}(l_O^i), N_{\Pi'}(l_O^j)$ связаны между собой преобразованиями проективной группы P вида (8.9).

Для реализации принципа визуального управления гиперспектральной съемкой на платформе БПЛА, следует указать метод определения параметров (8.10) проективных преобразований $p \in P$ по перемещению точек,

составляющих изображение ВО на картинной плоскости. Следует также определить *минимальное* число точек (репер) по координатам которых однозначно определяется набор параметров проективных преобразований.

Приведем без доказательства следующую теорему проективной геометрии, позволяющую решить поставленную задачу.

Теорема 8.1. Пусть A, B, C, D и A', B', C', D' две четверки точек действительной проективной плоскости Π , любые три из которых неколлинеарные. Тогда существует единственный автоморфизм $T \in \text{Aut } \Pi$ такой, что: $T(A) = A'$, $T(B) = B'$, $T(C) = C'$, $T(D) = D'$.

Обобщим результаты этой теоремы, которое сформулируем в виде двух следствий, в которых используется понятие подвижного репера группы, введенное Эли Картаном в исследования непрерывных групп преобразований [138].

Следствие 8.1. За подвижный репер группы проективных преобразований может быть принята фигура, образованная четырьмя точками, никакие три из которых неколлинеарны.

Укажем способ вычисления конкретного вида преобразований $p \in P$ по координатам двух положений репера [21-25, 30, 31, 33, 36, 44].

Следствие 8.2. Любое преобразование $p \in P$ может быть определено, если известны координаты (z, y) точек $A(z_1, y_1), B(z_2, y_2), C(z_3, y_3), D(z_4, y_4)$ и $A'(z'_1, y'_1), B'(z'_2, y'_2), C'(z'_3, y'_3), D'(z'_4, y'_4)$ двух положений R и R' подвижного репера на картинной плоскости, путем решения системы линейных алгебраических уравнений вида:

$$\begin{aligned} z_i a_1 + y_i a_2 + a_3 - (z'_i z_i) a_4 - (z'_i y_i) a_5 &= z'_i, \\ - (y'_i z_i) a_4 - (y'_i y_i) a_5 + z_i a_6 + y_i a_7 + a_8 &= y'_i, \end{aligned} \quad (8.11)$$

$$i = \overline{1, 4};$$

относительно искомых параметров $\{a_1, a_2, \dots, a_8\}$ группы P .

Следствие 8.2 указывает метод вычисления параметров группы P для определения конкретного вида проективных преобразований $p \in P$ по неоднородным координатам образов соответственных точек на картинной плоскости. Система линейных алгебраических уравнений восьмого порядка (8.11) составлена по уравнениям (8.9). Матрица A системы (8.11) составлена из координат реперных точек, в записи которых индекс k опущен. Существование единственного решения системы (8.11): $\det(A) \neq 0$, выполняется при соблюдении условий теоремы 8.1. В силу групповых свойств, обратное к p преобразование p^* находится также с помощью решения системы (8.11). Для этого необходимо за новые координаты реперных точек, обозначенные штрихом, принять старые координаты точек.

Найдем связь параметров группы движений G с параметрами группы проективных преобразований P .

Утверждение. Группа проективных преобразований P картинной плоскости является гомоморфным образом группы движений G пространства R^3 .

Доказательство утверждения основано на введении в рассмотрение подвижного репера группы P и наличия групповых свойств в рассматриваемых математических конструкциях, в силу которых

$$\exists g, g', g'' \in G : gg' = g'',$$

$$\exists p, p', p'' \in P : pp' = p''$$

и свойств отображений ϕ

$$(g)\phi = p, \quad (g')\phi = p', \quad (g'')\phi = p'',$$

$$(gg')\phi = (g)\phi(g')\phi = pp'$$

и

$$\text{сом } \phi : G \rightarrow P.$$

Обозначим параметрическое пространство группы движений G через W с элементами (α, X_0) , где α – элементы матрицы направляющих косинусов

параметров вращательного движения, X_0 – параметры поступательного движения. Параметрическое пространство группы проективных преобразований P обозначим через U с элементами $(a_i)_{i=1}^8$. Отображение τ пространства параметров W группы движений в пространства параметров U

$$\tau: W \rightarrow U \quad (8.12)$$

позволяет определить положение твердого тела в R^3 на проективной плоскости Π .

Определение параметров проективных преобразований через параметры группы движений. Решение задачи нахождения вида связей параметров группы G с параметрами группы проективных преобразований P сводится к определению вида отображения τ . Для определения аналитического вида этих связей рассмотрим систему пространственных и плоскостных координат (рис. 8.5), которые составляют центропроектор в разных его положениях в пространстве R^3 . Центропроектор имеет жестко связанную с твердым телом СК, которая в опорном положении обозначена как $\bar{O}XYZ$ с центром проецирования \bar{O} , совпадающим с центром масс тела. На расстоянии r от координатной пл. $\bar{O}XZ$, параллельно ей, расположена картинная плоскость π , с введенными на ней прямоугольными координатами $O_kY_kZ_k$, оси которой параллельны и равномасштабны осям OX, OZ . Центральный луч проективной связи \bar{O} проходит через начало координат O_k пл. π . Пусть известны координаты произвольной точки $\bar{A}(x, y, z)$ пространства в опорной СК, определим координаты образа этой точки на картинной пл. π в СК $O_kY_kZ_k$.

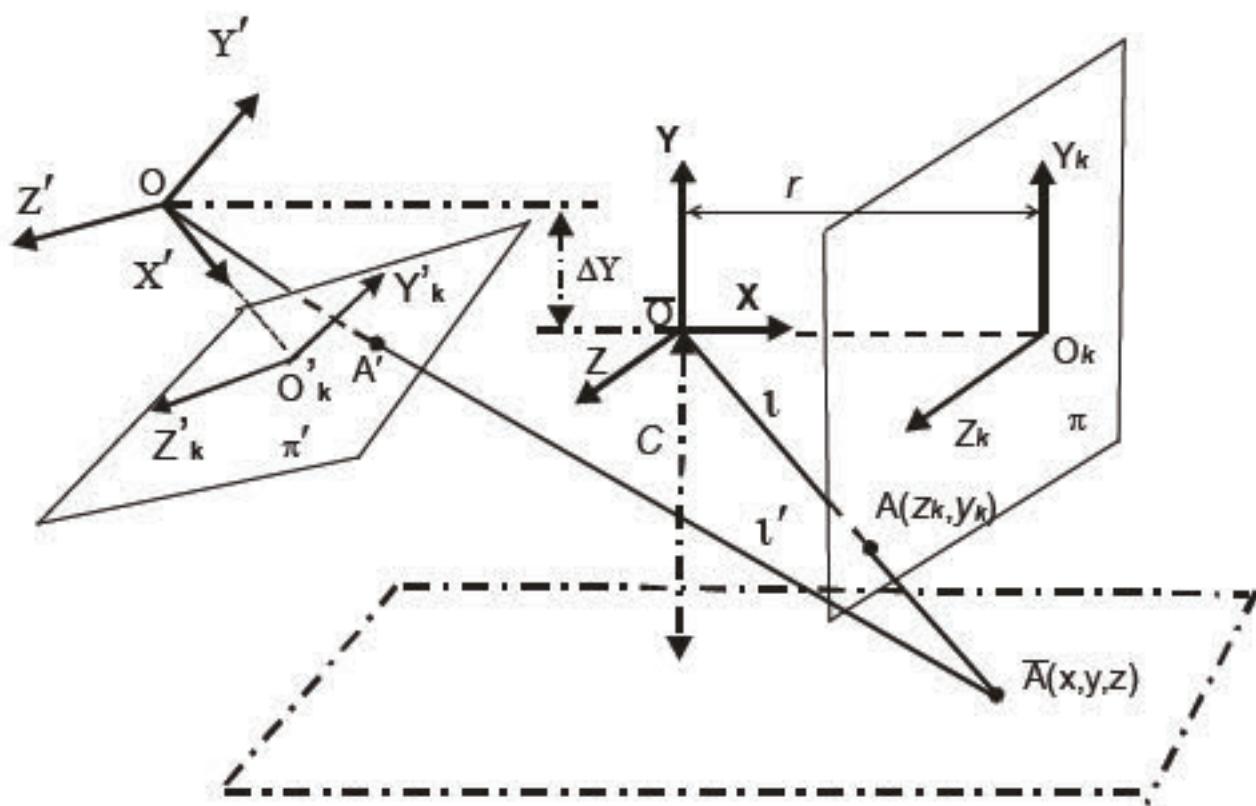


Рис. 8.5. Иллюстрация к определению координат образов точек пространства на картинной плоскости π

Запишем уравнение прямой l в пространстве, проходящей через две точки

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1} \quad (8.13)$$

для точек $\bar{O}(x_1 = 0, y_1 = 0, z_1 = 0)$, $\bar{A}(x_2 = x_{\bar{A}}, y_2 = y_{\bar{A}}, z_2 = z_{\bar{A}})$

$$\frac{x}{x_{\bar{A}}} = \frac{y}{y_{\bar{A}}} = \frac{z}{z_{\bar{A}}}, \quad (8.14)$$

а также уравнение картинной плоскости π , которая параллельна координатной плоскости $\bar{O}XZ$ и отстоит от нее на расстояние r

$$x - r = 0. \quad (8.15)$$

Решая совместно симметричное уравнение (8.14) и уравнение (8.15) найдем искомые координаты (z_k, y_k) точки $A(z_k, y_k)$ на пл. π .

1. Определение y_k

$$\frac{x}{x_{\bar{A}}} = \frac{y}{y_{\bar{A}}}, \quad x = r \Rightarrow \frac{r}{x_{\bar{A}}} = \frac{y}{y_{\bar{A}}} \Rightarrow y = r \frac{y_{\bar{A}}}{x_{\bar{A}}};$$

из условия параллельности и равномасштабности осей $\bar{O}Y \parallel O_k Y_k$ следует:

$$y = y_k; \quad y_k = r \frac{y_{\bar{A}}}{x_{\bar{A}}}.$$

Опуская обозначение произвольно выбранной точки \bar{A} в записи ее координат, окончательно приходим к искомому выражению координаты y_k точки $A(z_k, y_k)$ на картинной плоскости π в СК $O_k Y_k Z_k$

$$y_k = r \frac{y}{x}. \quad (8.16)$$

2. Определение z_k

$$\frac{x}{x_{\bar{A}}} = \frac{z}{z_{\bar{A}}}, \quad x = r \Rightarrow \frac{r}{x_{\bar{A}}} = \frac{z}{z_{\bar{A}}} \Rightarrow z = r \frac{z_{\bar{A}}}{x_{\bar{A}}};$$

из условия параллельности и равномасштабности осей $\bar{O}Z \parallel O_k Z_k$ следует,

$$z = z_k; \quad z_k = r \frac{z_{\bar{A}}}{x_{\bar{A}}},$$

и окончательно приходим к искомому выражению координаты z_k ,

$$z_k = r \frac{z}{x}. \quad (8.17)$$

В выражениях (8.16), (8.17) (x, y, z) – координаты произвольной точки пространства \bar{A} в системе $\bar{O}XYZ$, (z_k, y_k) – координаты образа A этой точки на картинной плоскости пл. π в системе $O_k Y_k Z_k$.

При любом другом положении центропроектора относительно опорного положения, координаты той же точки \bar{A} в новых системах пространственной $OX'Y'Z'$ и плоскостной $O'_k Y'_k Z'_k$ координатах примет вид

$$y'_k = r \frac{y'}{x'}, \quad z'_k = r \frac{z'}{x'}, \quad (8.18)$$

$$\mathbf{X}' = \alpha \mathbf{X} - \alpha \mathbf{X}_0, \quad (8.19)$$

где \mathbf{X}' – вектор составленный из координат точки $\bar{A}(x', y', z')$ в системе $OX'Y'Z'$;

\mathbf{X}_0 – вектор начала координат центра O «новой» СК в «старой» (опорной СК), который характеризует поступательное перемещение твердого тела;

\mathbf{X} – вектор составленный из координат точки \bar{A} в СК $\bar{O}XYZ$;

$\alpha = (\alpha_{sk})$, $s, k = \overline{1, 3}$ – матрица направляющих косинусов углов между осями системы $\bar{O}XYZ$ и осями $OX'Y'Z'$.

Пусть опорное положение I твердого тела и СК $\bar{O}XYZ$ центропроектора располагаются вне плоскости, на которой находятся прообразы реперных точек. На рис. 8.5 показано расположение центропроектора над поверхностью земли на высоте $h = -c$, а координатная пл. $\bar{O}XZ$ параллельна земной. Точка \bar{A} с координатами $(x, y = c, z)$ расположена в пл. земли. Координаты образа этой точки на картинной плоскости $A(z_k, y_k)$ определяются согласно выражениям (8.16), (8.17)

$$y_k = r \frac{c}{x}, \quad z_k = r \frac{z}{x}. \quad (8.20)$$

Преобразования (8.20), из опорного положения I центропроектора обратимы, что позволяет по измеренным координатам точки $A(z_k, y_k)$ и известной высоте $h = -c$ выразить координаты точки \bar{A} в координатах картинной плоскости и известной третьей координаты $y = c$

$$x = r \frac{c}{y_k}, \quad z = c \frac{z_k}{y_k}, \quad y = c. \quad (8.21)$$

Пусть центропроектор из опорного положения I переведен в произвольное положение E . В СК $OX'Y'Z'$ координаты точки \bar{A} определяются

преобразованием (8.19), а координаты образа A точки \bar{A} на картинной пл. π' в СК $O'_k Y'_k Z'_k$ находятся по соотношениям (8.18). Проделаем эти преобразования, согласно обозначениям рис. 8.5.

Компонентами вектора поступательного движения тела X_0 являются,

$$\mathbf{X}_0^T = (x_0, \Delta y, z_0), \quad (8.22)$$

где $x_0, \Delta y, z_0$ – продольное перемещение, изменение высоты движения, боковое уклонение по отношению к опорному положению. Обозначим в выражении (8.19)

$$\alpha \mathbf{X}_0 = \mathbf{X}'_0, \quad (8.23)$$

где \mathbf{X}'_0 – вектор визуальных параметров поступательного перемещения тела,

$$(\mathbf{X}'_0)^T = (x'_0, \Delta y', z'_0). \quad (8.24)$$

В терминах этих обозначений соотношение (8.19) запишется в виде

$$\mathbf{X}' = \alpha \mathbf{X} - \mathbf{X}'_0. \quad (8.25)$$

Координаты точки \bar{A} в системе плоских координат $O_k Y_k Z_k$ и известной третьей координаты $y = c$ находятся по соотношениям (8.21). Определим их значения в развернутом виде при положении центропроектора E в СК $O X' Y' Z'$ по соотношению (8.25),

$$\begin{aligned} x' &= \alpha_{11}(r \frac{c}{y_k}) + \alpha_{12}c + \alpha_{13}(c \frac{z_k}{y_k}) - x'_0, \\ y' &= \alpha_{21}(r \frac{c}{y_k}) + \alpha_{22}c + \alpha_{23}(c \frac{z_k}{y_k}) - \Delta y', \\ z' &= \alpha_{31}(r \frac{c}{y_k}) + \alpha_{32}c + \alpha_{33}(c \frac{z_k}{y_k}) - z'_0. \end{aligned} \quad (8.26)$$

Пользуясь соотношением (8.18) определяем координаты точки $A'(z'_k, y'_k)$ на картинной пл. π' при положении центропроектора E через координаты соответственной точки $A(z_k, y_k)$ на пл. π и параметры движений (α, \mathbf{X}'_0),

$$\begin{aligned} z_k' &= \frac{r[\alpha_{31}(r \frac{c}{y_k}) + \alpha_{32}c + \alpha_{33}(c \frac{z_k}{y_k}) - z_0']}{\alpha_{11}(r \frac{c}{y_k}) + \alpha_{12}c + \alpha_{13}(c \frac{z_k}{y_k}) - x_0'}, \\ y_k' &= \frac{r[\alpha_{21}(r \frac{c}{y_k}) + \alpha_{22}c + \alpha_{23}(c \frac{z_k}{y_k}) - \Delta y']}{\alpha_{11}(r \frac{c}{y_k}) + \alpha_{12}c + \alpha_{13}(c \frac{z_k}{y_k}) - x_0'}. \end{aligned} \quad (8.27)$$

Приведем преобразования (8.27) к виду преобразований проективной группы в записи (8.9)

$$\begin{aligned} z_k' &= \frac{\frac{\alpha_{33}}{\alpha_{11}}z_k + (\frac{\alpha_{32}}{\alpha_{11}} - \frac{z_0'}{c\alpha_{11}})y_k + \frac{\alpha_{31}r}{\alpha_{11}}}{\frac{\alpha_{13}}{\alpha_{11}r}z_k + (\frac{\alpha_{12}}{\alpha_{11}r} - \frac{x_0'}{\alpha_{11}cr})y_k + 1}, \\ y_k' &= \frac{\frac{\alpha_{23}}{\alpha_{11}}z_k + (\frac{\alpha_{22}}{\alpha_{11}} - \frac{\Delta y'}{\alpha_{11}c})y_k + \frac{\alpha_{21}r}{\alpha_{11}}}{\frac{\alpha_{13}}{\alpha_{11}r}z_k + (\frac{\alpha_{12}}{\alpha_{11}r} - \frac{x_0'}{\alpha_{11}cr})y_k + 1}. \end{aligned} \quad (8.28)$$

Искомый вид гомоморфизма τ , связывающий пространство параметров представления группы движений в записи (8.25), с параметрами группы проективных преобразований, в записи (8.9), задается соотношениями

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{\alpha_{33}}{\alpha_{11}}, \quad a_2 = \frac{\alpha_{32}}{\alpha_{11}} - \frac{z_0'}{c\alpha_{11}}, \quad a_3 = \frac{\alpha_{31}r}{\alpha_{11}}, \quad a_4 = \frac{\alpha_{13}}{\alpha_{11}r}, \\ a_5 &= \frac{\alpha_{12}}{\alpha_{11}r} - \frac{x_0'}{\alpha_{11}cr}, \quad a_6 = \frac{\alpha_{23}}{\alpha_{11}}, \quad a_7 = \frac{\alpha_{22}}{\alpha_{11}} - \frac{\Delta y'}{\alpha_{11}c}, \quad a_8 = \frac{\alpha_{21}r}{\alpha_{11}}. \end{aligned} \quad (8.29)$$

На двенадцать параметров представления группы движений G в R^3 , с девятыми направляющими косинусами матрицы α , накладываются дополнительные стандартные связи

$$\begin{aligned} \alpha_{11}^2 + \alpha_{12}^2 + \alpha_{13}^2 &= 1, & \alpha_{11}\alpha_{21} + \alpha_{12}\alpha_{22} + \alpha_{13}\alpha_{23} &= 0, \\ \alpha_{21}^2 + \alpha_{22}^2 + \alpha_{23}^2 &= 1, & \alpha_{21}\alpha_{31} + \alpha_{22}\alpha_{32} + \alpha_{23}\alpha_{33} &= 0, \\ \alpha_{31}^2 + \alpha_{32}^2 + \alpha_{33}^2 &= 1, & \alpha_{31}\alpha_{11} + \alpha_{32}\alpha_{12} + \alpha_{33}\alpha_{13} &= 0. \end{aligned} \quad (8.30)$$

Эталонное изображение ВО на картинной плоскости и координаты 4-х реперных точек в составе этого изображения, полученные в опорном положении твердого тела, выполняют роль опорного трехгранника, заменяющего гиростабилизированную платформу для обеспечения ориентации измерительных осей, а также задают опорное положение центра масс тела.

Избыточная параметризация представления группы движений применяется в беспилотных инерциальных навигационных системах (БИНС) для управления подвижными объектами [132, 139]. Если реализация управления подвижным объектом предполагает применение принципов визуального управления совместно с БИНС, например для коррекции последних, то вид связей целесообразно сохранить в записи (8.25), (8.30).

Рассмотрим шестипараметрическое представление группы движений в R^3 . Для этого подгруппу вращений представим как результат последовательных трех плоских поворотов, например на углы γ, ϑ, ψ . Приняв за положительное направление повороты против часовой стрелки, определим матрицу направляющих косинусов путем перемножения в обратной последовательности матриц плоских вращений

$$\alpha = \alpha_\psi \alpha_\vartheta \alpha_\gamma, \quad (8.31)$$

$$\alpha = \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 & -\sin \psi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \psi & 0 & \cos \psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \vartheta & \sin \vartheta & 0 \\ -\sin \vartheta & \cos \vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & \sin \gamma \\ 0 & -\sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \cos \psi \cos \vartheta & \cos \psi \sin \vartheta \cos \gamma + \sin \psi \sin \gamma & \cos \psi \sin \vartheta \sin \gamma - \sin \psi \cos \gamma \\ -\sin \vartheta & \cos \vartheta \cos \gamma & \cos \vartheta \sin \gamma \\ \sin \psi \cos \vartheta & \sin \psi \sin \vartheta \cos \gamma - \cos \psi \sin \gamma & \sin \psi \sin \vartheta \sin \gamma + \cos \psi \cos \gamma \end{pmatrix}. \quad (8.32)$$

Подстановка найденных значений матрицы поворотов (8.32) в соотношения (8.29) дает аналитическую запись гомоморфизма τ параметрических пространств шестипараметрической группы движений, с параметрами $\{\gamma, \vartheta, \psi, x_0^{'}, \Delta y_0^{'}, z_0^{'}\}$, в пространство параметров проективной группы, с параметрами $\{a_1, a_2, \dots, a_8\}$,

$$z_k^{'} = \frac{a_1 z_k + a_2 y_k + a_3}{a_4 z_k + a_5 y_k + 1}, \quad y_k^{'} = \frac{a_6 z_k + a_7 y_k + a_8}{a_4 z_k + a_5 y_k + 1}, \quad (8.33)$$

где

$$\begin{aligned} a_1 &= (\cos \gamma \cos \psi + \sin \gamma \sin \psi \sin \vartheta) / (\cos \psi \cos \vartheta), \\ a_2 &= [-z_0^{'} + c(\sin \gamma \cos \psi + \cos \gamma \sin \psi \sin \vartheta)] / (c \cos \psi \cos \vartheta), \\ a_3 &= r \operatorname{tg} \psi, \\ a_4 &= (-\cos \gamma \sin \psi + \sin \gamma \cos \psi \sin \vartheta) / (c \cos \psi \cos \vartheta), \\ a_5 &= [-x_0^{'} + c(\sin \gamma \sin \psi + \cos \gamma \cos \psi \sin \vartheta)] / (r c \cos \psi \cos \vartheta), \\ a_6 &= \sin \gamma / \cos \psi, \\ a_7 &= (-\Delta y^{'} + c \cos \gamma \cos \vartheta) / (c \cos \psi \cos \vartheta), \\ a_8 &= -r \sin \vartheta / (\cos \psi \cos \vartheta). \end{aligned} \quad (8.34)$$

Соотношения (8.27, 8.28) и (8.33, 8.34) задают отображение параметров положения твердого тела на проективную плоскость.

8.3.2. Однопараметрические группы отображений вращательно-поступательного движения твердого тела на проективной плоскости. Алгебра операторов

Исследуем частные случаи движений твердого тела (см. рис. 8.5) по их отображениям на картинной плоскости (8.33), (8.34) из опорного положения I. Далее рассматриваются точки на картинной плоскости, и в записи их координат индекс k опускается.

Поступательное движение

Поступательное движение характеризуется единичной матрицей поворотов $\alpha = e$ и вектором $X_0 = X_0^I$, см. выражения (8.22–8.25). В отсутствии вращений тела параметры поступательного перемещения равны визуальным параметрам

$$x_0^I = x_0, \Delta y^I = \Delta y, z_0^I = z_0.$$

Перемещение твердого тела в направлении оси $\bar{O}X$. Этому виду перемещений тела соответствуют значения параметров группы движений $\{\gamma = 0, \vartheta = 0, \psi = 0, x_0 = 0, \Delta y_0 = 0, z_0 = 0\}$ в R^3 . Вид преобразований изображения ВО и реперных точек на картинной плоскости находятся из соотношений (8.33), (8.34)

$$a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = a_6 = a_8 = 0, \quad a_5 = -x_0^I / (rc), \quad a_7 = 0.$$

Искомое множество преобразований картинной плоскости запишется в виде

$$z^I = \frac{z}{\frac{x_0}{rc}y + 1}, \quad y_k^I = \frac{y}{\frac{x_0}{rc}y + 1}. \quad (8.35)$$

В преобразовании (8.35, 8.33) обозначим $a = a_5$ и используя определение инфинитезимального оператора,

$$L = X_1 \frac{\partial}{\partial z} + X_2 \frac{\partial}{\partial y}, \text{ где } X_1 = \left. \frac{\partial(z')}{\partial a} \right|_{a=0}, \quad X_2 = \left. \frac{\partial(y')}{\partial a} \right|_{a=0}, \quad (8.36)$$

для преобразования вида

$$z' = \frac{z}{ay+1}, \quad y' = \frac{y}{ay+1} \quad (8.36)$$

находим оператор L_x , который определяет поступательное перемещение твердого тела в R^3 на проективной плоскости Π

$$X_1 = -yz, \quad X_2 = -y^2, \quad L_x = -yz \frac{\partial}{\partial z} - y^2 \frac{\partial}{\partial y}. \quad (8.37)$$

Необходимые сведения о применяемом математическом аппарате теории групп Ли приведены в пункте 2.4.3. По инфинитезимальному оператору (8.37) определим орбиты однопараметрической группы (8.36), которые являются инвариантами преобразования и находятся из решения дифференциального уравнения

$$\frac{dz}{-yz} = \frac{dy}{-y^2}, \quad y = C_1 z, \quad C_1 = \text{const.} \quad (8.38)$$

Найденные орбиты являются семейством радиальных прямых и инвариантами отображения горизонтального перемещения твердого тела в R^3 на картинную плоскость.

Перемещение твердого тела в направлении оси \overline{OZ} (боковое уклонение). Этому виду отображения движений на картинную плоскость соответствует преобразование, см. (8.34), вида

$$z'_k = z_k - \frac{z_0}{c} y_k, \quad y'_k = y_k.$$

Введем новые обозначения для преобразований, в которых $a = -\frac{z_0}{c}$ параметр

$$z' = z + ay, \quad y' = y. \quad (8.39)$$

Действуя аналогично рассмотренному выше, определим инфинитезимальный оператор L_z преобразования (8.39) и инвариантное множество (орбиты)

$$L_z = y \frac{\partial}{\partial z}, \quad (8.40)$$

$$\frac{dz}{y} = \frac{dy}{0}, \quad y = C_1, \quad C_1 = \text{const}. \quad (8.41)$$

Из уравнения (8.41) следует, что боковое уклонение тела описывается на картинной плоскости семейством прямых, параллельных оси $O_k Y_k$.

Перемещение твердого тела в направлении оси \overline{OY} (изменение высоты). Вертикальное перемещение центропроектора задается подгруппой трансляций группы движений G с параметром Δy

$$x' = x, \quad y' = y + \Delta y, \quad z' = z.$$

Подгруппа трансляций движений в R^3 вдоль вертикальной оси индуцирует преобразований картинной плоскости при следующих значениях параметров проективной группы:

$$a_2 = a_3 = a_4 = a_5 = a_6 = a_8 = 0, \quad a_1 = 1, \quad a_7 = (-\Delta y + c)/c.$$

Обозначив параметр $a = (-\Delta y + c)/c$, найдем оператор $L_{\Delta y}$ преобразования

$$z' = z, \quad y' = ay,$$

$$L_y = y \frac{\partial}{\partial y},$$

и орбиты группы как решение дифференциального уравнения

$$dz/0 = dy/y, \quad z = C_1, \quad C_1 = \text{const}.$$

Орбиты группы (8.40) изображаются семейством прямых параллельных оси $O_k Z_k$ картинной плоскости.

Вращательное движение

Вращательное движение из опорного положения I характеризуется нулевыми значениями параметров поступательного перемещения

$$x_0' = 0, \Delta y' = 0, z_0' = 0.$$

Изменение угла γ (крана). Матрица вращений центропроектора задана плоским вращением в R^3 вокруг оси \overline{OX} (см. (8.32)), которое индуцирует преобразования картинной плоскости с параметрами

$$a_3 = a_4 = a_5 = a_8 = 0, \quad a_1 = \cos \gamma, \quad a_2 = -\sin \gamma, \quad a_6 = \sin \gamma, \quad a_7 = \cos \gamma.$$

На картинную плоскость действует однопараметрическая подгруппа с параметром γ следующего вида:

$$z' = (\cos \gamma) z - (\sin \gamma) y, \quad y' = -(\sin \gamma) z + (\cos \gamma) y. \quad (8.42)$$

Инфинитезимальный оператор L_γ группы (8.42) имеет вид

$$L_\gamma = -y \frac{\partial}{\partial z} + z \frac{\partial}{\partial y}.$$

Орбиты группы (8.42) находятся как решение дифференциального уравнения

$$\frac{dz}{-y} = \frac{dy}{z}, \quad y^2 + z^2 = C_1^2, \quad C_1 = \text{const}.$$

Орбиты имеют вид семейства концентрических окружностей.

Изменение угла ϑ (тангажа). Матрица вращений центропроектора на угол ϑ задана плоским вращением в R^3 вокруг оси \overline{OZ} (см. (8.32) и рис. 8.5) и индуцирует преобразования картинной плоскости с параметрами

$$a_2 = a_3 = a_4 = a_6 = 0, \quad a_1 = 1/\cos \vartheta, \quad a_5 = \sin \vartheta / (r \cos \vartheta), \quad a_7 = 1, \quad a_8 = -r \sin \vartheta / \cos \vartheta.$$

На картинную плоскость действует преобразование с параметром ϑ следующего вида:

$$z' = [(1/\cos \vartheta) z] / [(\sin \vartheta) y / (r \cos \vartheta) + 1], \\ y' = [y - (r \sin \vartheta) / \cos \vartheta] / [(\sin \vartheta) y / (r \cos \vartheta) + 1].$$

Эти соотношения при $r = 1$ приводятся к виду

$$\begin{aligned} z' &= (1 + \operatorname{tg}^2 \vartheta)^{(1/2)} z) / [1 + (\operatorname{tg} \vartheta) y], \\ y' &= (y - \operatorname{tg} \vartheta) / \cos \vartheta) / [1 + (\operatorname{tg} \vartheta) y]. \end{aligned} \quad (8.43)$$

Инфинитезимальный оператор L_ϑ группы (8.43) имеет вид

$$L_\vartheta = -yz \frac{\partial}{\partial z} - (1 + y^2) \frac{\partial}{\partial y}.$$

Орбиты группы (8.43) находятся как решение дифференциального уравнения

$$\frac{dz}{yz} = \frac{dy}{1 + y^2}, \quad \frac{z^2}{C_1^2} z^2 - y^2, \quad C_1 = \text{const},$$

и представлены семейством гипербол.

Изменение угла ψ (рысканья). Матрица вращений центропроектора на угол ψ задана плоским вращением в R^3 , из опорного положения, вокруг оси $\bar{O}Y$ (см. (8.32) и рис. 8.5). На картинной плоскости определено множество преобразований (8.33, 8.34) при значениях параметров:

$$a_2 = a_5 = a_6 = a_8 = 0, \quad a_1 = 1, \quad a_3 = r \operatorname{tg} \psi, \quad a_4 = -r \operatorname{tg} \psi, \quad a_7 = 1 / \cos \psi.$$

При $r = 1$ преобразования плоскости задают однопараметрическую группу

$$\begin{aligned} z' &= (z + \operatorname{tg} \psi) / (1 - z \operatorname{tg} \psi), \\ y' &= (1 - \operatorname{tg}^2 \psi)^{(1/2)} y) / [1 - (\operatorname{tg} \psi) z] \end{aligned}$$

и инфинитезимальный оператор этой группы

$$L_\psi = (1 + z^2) \frac{\partial}{\partial z} + z y \frac{\partial}{\partial y}. \quad (8.44)$$

Орбиты группы определяются по оператору (8.44) как решение уравнения

$$\frac{dz}{1+z^2} = \frac{dy}{yz}$$

и представляют семейство гипербол

$$y/c_1^2 - z^2 = 1.$$

Все вычисленные орбиты групп преобразований картинной плоскости являются инвариантами этих преобразований (см. пункт 2.4.3, определения 2.4–2.6). Найденные орбиты однопараметрических групп преобразований проективной плоскости являются визуальными инвариантами соответствующих частных случаев движения центропроектора, связанного с твердым телом. Это значит, что изображения этих кривых на картинной плоскости, при рассмотренных частных случаях движения, не претерпевают изменений. В табл. 8.1, табл. 8.2 приведены рассмотренные частные случаи движения твердого тела и связанного с ним центропроектора, аналитические выражения орбит групп преобразований (инвариантных кривых) картинной плоскости и их изображения на картинной плоскости. Движения изображающих точек на картинной плоскости образуют линии, которые не меняют своего вида при данном частном случае движения. Так, например, при съемке видеоспектрометром с подвижного объекта, следует осуществлять строго горизонтальное движение. Следовательно, образы всех реперных точек должны двигаться по картинной плоскости строго по пучку прямых, приведенных в первой строке табл. 8.1. Система управления должна парировать отклонения от этого движения, назначая соответствующие управления.

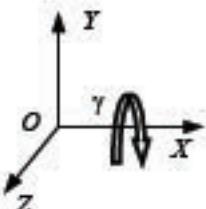
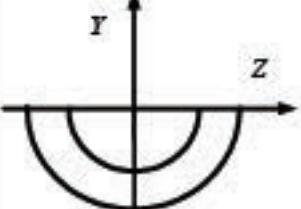
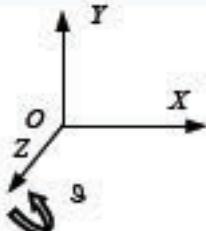
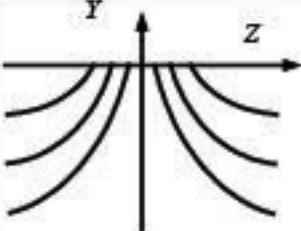
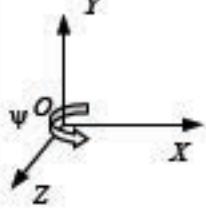
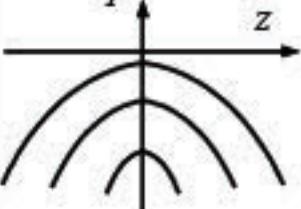
Таблица 8.1

Отображение пространственного поступательного движения подвижного объекта на проективной плоскости

| Вид движения центропроектора E в R^3 | Визуальные инварианты на картинной плоскости | Орбиты группы Ли | Оператор группы Ли |
|--|--|------------------|---|
| | | $Y = CZ$ | $L_X = -yz \frac{\partial}{\partial z} - y^2 \frac{\partial}{\partial y}$ |
| | | $Z = C$ | $L_y = y \frac{\partial}{\partial y}$ |
| | | $Y = C$ | $L_z = y \frac{\partial}{\partial z}$ |

Таблица 8.2

Отображение пространственного вращательного движения подвижного объекта на проективную плоскость

| Вид движения центропроектора E в R^3 | Визуальные инварианты на картинной плоскости | Орбиты группы Ли | Оператор группы Ли |
|---|---|---------------------|--|
|  |  | $z^2 + y^2$ | $L_\gamma = -y \frac{\partial}{\partial z} + z \frac{\partial}{\partial y}$ |
|  |  | $z^2/C^2 - y^2 = 1$ | $L_\theta = -yz \frac{\partial}{\partial z} - (1+y^2) \frac{\partial}{\partial y}$ |
|  |  | $y^2/C^2 - z^2 = 1$ | $L_\psi = (1+z^2) \frac{\partial}{\partial z} + yz \frac{\partial}{\partial y}$ |

Дальнейшее исследование групповых свойств множества преобразований картинной плоскости проведем, используя основные понятия алгебры Ли. Кратко напомним необходимые для этого факты [97-99].

Из r операторов r -параметрической группы преобразований с n переменными, имеющих вид:

$$L_\rho = \sum_{i=1}^n \eta_{ip}(x) \frac{\partial}{\partial x_{ip}}, \quad \rho = \overline{1, r} \quad (8.45)$$

можно образовать производные операторы или коммутаторы, иногда называемые скобкой Пуассона, или скобкой Ли:

$$[L_\rho, L_\sigma] = L_\rho L_\sigma - L_\sigma L_\rho. \quad (8.46)$$

Коммутаторы являются также операторами первого порядка и удовлетворяют соотношению:

$$[L_\rho, L_\sigma] = L_\rho L_\sigma - L_\sigma L_\rho = \sum_{k=1}^r C_{\rho\sigma}^k L_k, \text{ где } C_{\rho\sigma}^k = \text{const}. \quad (8.47)$$

Последнее соотношение означает, что все коммутаторы линейно выражаются через инфинитезимальные операторы группы. Коэффициенты $C_{\rho\sigma}^k$ называются структурными константами группы Ли. Следовательно, r -параметрической группе преобразований соответствует r линейно независимых операторов L_ρ . Из этих операторов можно составить линейные комбинации и получить r -мерное векторное пространство. В дальнейшем рассматривается вещественное векторное пространство величин

$$\sum_{\rho=1}^r b_\rho L_\rho, \quad (8.48)$$

где b_ρ – вещественные числа. Соотношение (8.47) задает в этом пространстве «умножение», а соотношение (8.48) – «сложение». Следовательно, r -параметрической группе Ли отвечает вещественное r -мерное векторное пространство величин (8.47), замкнутое относительно «произведения» (8.47). Такая структура называется алгеброй Ли группы Ли. Каждой алгебре Ли соответствует некоторая группа Ли, а каждой подгруппе соответствует подалгебра.

Как было установлено выше, каждому частному случаю движения твердого тела и жестко связанного с ним центропроектора соответствует однопараметрическая группа преобразований картинной плоскости. Если множество преобразований картинной плоскости, определяемое операторами

табл. 8.1 и табл. 8.2, дополнить преобразованиями однопараметрических групп с операторами

$$L_p = \frac{\partial}{\partial z}, \quad L_k = z \frac{\partial}{\partial z},$$

образуется восьмипараметрическая группа преобразований с алгеброй операторов, заданной таблицей умножения коммутаторов [*] (см. табл. 8.3).

Таблица 8.3

Таблица "умножения" алгебры Ли визуального управления

| [*] | L_x | L_y | L_z | L_3 | L_γ | L_ψ | L_p | L_k |
|------------|-----------------|-------------------|--------------|---------------|--------------------|-----------------|---------------|--------------------|
| L_x | 0 | $-L_x$ | 0 | $-L_k - 2L_y$ | $L_\psi + L_p$ | L_z | L_z | 0 |
| L_y | L_x | 0 | L_z | $2L_x - L_3$ | $-2L_z - L_\gamma$ | 0 | 0 | 0 |
| L_z | 0 | $-L_z$ | 0 | L_p | $L_y - L_k$ | $-L_x$ | 0 | L_z |
| L_3 | $L_k + 2L_y$ | $-2L_x + L_3$ | $-L_p$ | 0 | L_ψ | $-L_\gamma$ | L_z | 0 |
| L_γ | $-L_\psi + L_p$ | $2L_z + L_\gamma$ | $-L_y + L_k$ | $-L_\psi$ | 0 | L_3 | $L_3 - L_x$ | $-2L_z - L_\gamma$ |
| L_ψ | $-L_z$ | 0 | L_x | L_γ | $-L_3$ | 0 | $-2L_k - L_y$ | $-L_\psi + 2L_p$ |
| L_p | $-L_z$ | 0 | 0 | $-L_z$ | $-L_3 + L_x$ | $2L_k + L_y$ | 0 | L_p |
| L_k | 0 | 0 | $-L_z$ | 0 | $2L_z + L_\gamma$ | $L_\psi - 2L_p$ | $-L_p$ | 0 |

Таблица умножения коммутаторов антисимметрична. В таблице выделена подалгебра вращательного движения, которой соответствует трехпараметрическая группа преобразований. Конфигурация 4-х реперных точек на картинной плоскости полностью описывает текущее положение твердого тела в пространстве. Этот факт далее используется при синтезе управления движением твердого тела.

Каждой алгебре коммутаторов, построенной из r инфинитезимальных операторов, замкнутых относительно операции умножения, соответствует r параметрическая группа преобразований. Следовательно, изучая множество перемещений центропроектора и связанного с ним твердого тела в R^3 , приходим к определению некоторой восьмипараметрической группы

преобразований над точками проективной плоскости Π . Эта группа визуального управления задается восьмью инфинитезимальными операторами

$$\begin{aligned} L_x &= -yz \frac{\partial}{\partial z} - y^2 \frac{\partial}{\partial y}, \quad L_y = y \frac{\partial}{\partial y}, \quad L_z = y \frac{\partial}{\partial z}, \quad L_\gamma = -y \frac{\partial}{\partial z} + z \frac{\partial}{\partial y}, \\ L_9 &= -yz \frac{\partial}{\partial z} - (1+y^2) \frac{\partial}{\partial y}, \quad L_\psi = (1+z^2) \frac{\partial}{\partial z} + zy \frac{\partial}{\partial y}, \quad L_p = \frac{\partial}{\partial z}, \quad L_k = z \frac{\partial}{\partial z}. \end{aligned}$$

Из таблицы умножения алгебры Ли визуального управления видно, что операторы L_γ , L_9 , L_ψ образуют подалгебру визуального управления вращательным движением, которой соответствует трехпараметрическая подгруппа, заданная конечными уравнениями

$$z' = z + a_3, \quad y' = y + a_6 z + a_8. \quad (8.49)$$

8.3.3. Кинематические уравнения вращательного движения на проективной плоскости

Для вывода кинематических уравнений на проективной плоскости используется следующая последовательность действий. Выводятся кинематические уравнения пространственного вращательного движения в параметрах введенных углов, далее по соотношениям (8.34), (8.49) осуществляется отображение этих параметров в параметры группы визуального управления.

Соотношениями (8.31), (8.32) для описания положения твердого тела введены углы и последовательность их поворотов γ, ϑ, ψ . На рис. 8.6 приведена последовательность поворотов на введенные углы и оси поворотов

$$\dot{\gamma}, \dot{\vartheta}, \dot{\psi}. \quad (8.50)$$

Для получения связей компонентов угловой скорости ω с производными от углов (8.50) используем тот факт, что вектор угловой скорости равен сумме векторов угловых скоростей относительных составляющих движений.

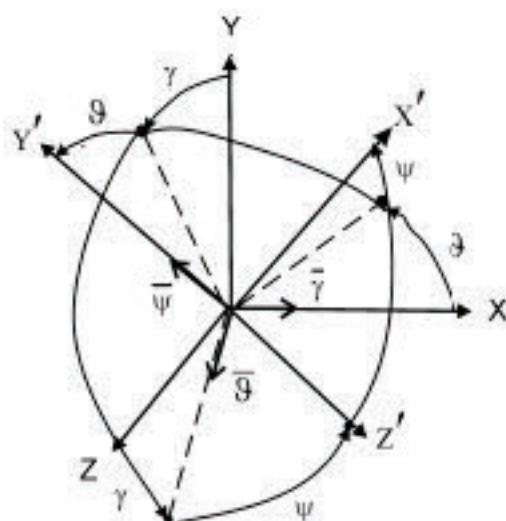


Рис. 8.6. Последовательность поворотов на углы γ, θ, ψ .

На рисунке обозначено: $\bar{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt}$, $\bar{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$, $\bar{\psi} = \frac{d\psi}{dt}$

Найдем проекции вектора угловой скорости на связанный базис E :

$$\begin{aligned}\omega_z &= \dot{\theta} \cos \psi + \dot{\gamma} \sin \psi \cos \theta, \\ \omega_x &= -\dot{\theta} \sin \psi + \dot{\gamma} \sin \psi \cos \theta, \\ \omega_y &= -\dot{\gamma} \sin \theta \quad + \dot{\psi}.\end{aligned}\tag{8.51}$$

Разрешив систему (8.51) относительно производных, находим запись кинематических уравнений Эйлера для принятых углов γ, θ, ψ

$$\begin{aligned}\dot{\gamma} &= (\omega_z \sin \psi + \omega_x \cos \psi) / \cos \theta, \\ \dot{\theta} &= \omega_z \cos \psi - \omega_x \sin \psi, \\ \dot{\psi} &= (\omega_z \sin \psi + \omega_x \cos \psi) \operatorname{tg} \theta + \omega_y.\end{aligned}\tag{8.52}$$

Система уравнений (8.52) – это стандартная форма записи кинематических уравнений вращательного движения твердого тела в пространстве R^3 . Для получения аналога этих уравнений в терминах параметров преобразований

реперных точек на проективной плоскости, воспользовавшись соотношениями (8.49) и (8.34) определяем значения параметров подгруппы вращений

$$\begin{aligned} a_3 &= r \operatorname{tg} \psi, \\ a_6 &= \sin \gamma / \cos \psi, \\ a_8 &= -r \sin \vartheta / (\cos \psi \cos \vartheta). \end{aligned} \quad (8.53)$$

Из соотношений (8.53) находим производные введенных углов, выраженные через параметры подгруппы вращений и их производных

$$\begin{aligned} \dot{\psi} &= r \dot{a}_8 / B^2, \quad \dot{\vartheta} = (a_3 \dot{a}_3 a_8 - \dot{a}_8 B^2) / (s^2 B), \\ \dot{\gamma} &= r (\dot{a}_6 B^2 - \dot{a}_3 a_3 \dot{a}_6) / (A B^2), \end{aligned} \quad (8.54)$$

$$\text{где } A^2 = a_3^2 + r^2 - a_6^2 r^2, \quad B^2 = a_3^2 + r^2, \quad s^2 = a_8^2 + a_3^2 + r^2. \quad (8.55)$$

Кинематические уравнения (8.52) с учетом соотношений (8.53), (8.54) преобразуются к виду

$$\begin{aligned} \dot{a}_3 &= -a_8 \omega_x + \frac{B^2}{r} \omega_y - \frac{a_3 a_8}{r} \omega_z, \\ \dot{a}_6 &= \left(\frac{s A}{B^2} - \frac{a_3 a_6 a_8}{B^2} \right) \omega_x + \frac{a_3 a_6}{r} \omega_y + \left(\frac{a_3 s A}{B^2 r} - \frac{a_6 a_8 a_3^2}{B^2 r} \right) \omega_z, \\ \dot{a}_8 &= \left(\frac{a_3^2}{B^2} - \frac{a_3^2 a_8^2}{B^2} \right) \omega_x + \frac{a_3 a_8}{r} \omega_y - \left(\frac{r s^2}{B^2} + \frac{a_3^2 a_8^2}{B^2 r} \right) \omega_z, \end{aligned} \quad (8.56)$$

где A^2, B^2, s^2 задаются соотношениями (8.55).

Система уравнений (8.56) определяет на проективной плоскости кинематические уравнения Эйлера вращательного движения твердого тела в пространстве R^3 для принятых в работе углов. Уравнения позволяют по известным компонентам угловой скорости вращения твердого тела определять параметры преобразований картин ВО или реперных точек на проективной плоскости.

8.4. Синтез визуального управления движением

8.4.1. Кинематическое управление вращательно-поступательным движением

Вращательное движение. Кинематическая задача визуальной ориентации заключается в том, что твердому телу и связанному с ним центропроектору E сообщается абсолютная угловая скорость коррекции ω , назначение которой состоит в изменении ориентации базиса E таким образом, чтобы вызвать совпадение изображений визуальной обстановки и реперных точек на картинной плоскости с изображением в опорном положении I центропроектора. Наличие рассогласования в картинах визуальной обстановки и конфигурации реперных точек соответствует численным значениям параметров $a_3(t), a_6(t), a_8(t)$ группы проективных преобразований P , которые отличаются от тождественного преобразования группы. Напомним, что параметры группы P вычисляются по координатам реперов как решение системы линейных алгебраических уравнений вида (8.11). Кинематическая постановка задачи ориентации несколько схематизирует управление положением твердого тела, которое, в действительности, управляет моментами, приложенными к нему. Однако, при достаточно больших ускорениях от управляющих моментов характер движения близок к рассматриваемому. К тому же введение в рассмотрение уравнений моментов отражает лишь специфику динамики движения тела, не связанную с общей задачей визуального управления, сформулированной в постановке подраздела 8.2 в терминах соотношений (8.1) – (8.4). **Решение кинематической задачи управления ориентацией является первым и необходимым этапом общей динамической задачи управления.**

Синтез управления ориентацией проведем для системы, представленной кинематическими уравнениями (8.56) на проективной плоскости, которые соответствуют вращательному движению твердого тела (8.52) в пространстве

R^3 . Компоненты $a_3(t), a_6(t), a_8(t)$ подлежат измерению в процессе управления и характеризуют рассогласование в визуальных картинах. Равенство нулю рассматриваемых параметров означает, что объект управления принял в пространстве R^3 заданное положение, а СК E совпадает с опорной I . В уравнениях (8.1), (8.56) вектор $\mathbf{u} = \{\omega_x, \omega_y, \omega_z\}$ является управлением, которое задается в осях связанной с телом СК и система управления регулирует величины проекции угловой скорости ω на оси тела.

Синтез управляющих воздействий проводится в соответствии со вторым методом Ляпунова. Для этого необходимо построить положительно определенную функцию W , зависящую от фазовых переменных $a_3(t), a_6(t), a_8(t)$ системы (8.56), такую, что эта функция обращается в нуль только при совпадении базисов E и I . При всех остальных положениях базисов функция должна иметь положительное значение. Производная по времени от этой функции, взятая в силу уравнений движения, должна быть отрицательно определенной функцией. В этом случае положение равновесия системы (8.56) будет устойчивым.

В соответствии с требованиями метода синтеза выбираем функцию W равную

$$W = \frac{1}{2}(a_3^2 + a_6^2 + a_8^2), \quad (8.57)$$

и определяем производную от нее

$$\begin{aligned} \dot{W} &= a_3 \dot{a}_3 + a_6 \dot{a}_6 + a_8 \dot{a}_8 = \\ &= \frac{1}{B^2}(-B^2 a_8 a_3 + a_6 s A - a_8 a_3 a_6^2 + a_8 a_3 s^2 - a_8^3 a_3) \omega_x + \\ &\quad + \frac{a_3}{r}(B^2 + a_6^2 + a_8^3) \omega_y + \\ &\quad + \frac{1}{r B^2}(-B^2 a_8 a_3^2 + a_3 a_6 s A - a_8 a_3^2 a_6^2 - a_8 s^2 r^2 - a_8^3 a_3^2) \omega_z. \end{aligned} \quad (8.58)$$

Управление компонентами угловой скорости ω выбираем так, чтобы \dot{W} , в силу уравнений движения (8.56), являлась определенно отрицательной функцией:

$$\begin{aligned}\omega_x &= -k_{\omega x} \frac{1}{B^2} (-B^2 a_8 a_3 + a_6 s A - a_8 a_3 a_6^2 + a_8 a_3 s^2 - a_8^3 a_3), \\ \omega_y &= -k_{\omega y} \frac{a_3}{r} (B^2 + a_6^2 + a_8^3), \\ \omega_z &= -k_{\omega z} \frac{1}{r B^2} (-B^2 a_8 a_3^2 + a_3 a_6 s A - a_8 a_3^2 a_6^2 - a_8 s^2 r^2 - a_8^3 a_3^2).\end{aligned}\quad (8.59)$$

При $\{k_{\omega x}, k_{\omega y}, k_{\omega z}\} > 0$ производная \dot{W} отрицательно определенная форма везде, кроме ориентированного положения. Таким образом, управление (8.59) обеспечивает сходимость процесса управления к положению равновесия.

Поступательное и вращательно-поступательное движение. В кинематической постановке управление поступательным движением твердого тела осуществляется проекциями скорости перемещения центра масс твердого тела V_x, V_y, V_z на связанные оси трехгранника $OX'Y'Z'$ (см. рис. 8.5)

$$\dot{\mathbf{X}} = \alpha^T \mathbf{V}. \quad (8.60)$$

Производные от вектора визуального перемещения центра масс твердого тела равны проекциям абсолютной скорости на связанные оси

$$\dot{x}_0' = V_x, \quad \dot{\Delta y}' = V_y, \quad \dot{z}_0' = V_z. \quad (8.61)$$

Согласно второму методу Ляпунова вводим положительно определенную функцию H , зависящую от фазовых переменных $x_0', \Delta y', z_0'$ системы (8.61)

$$H = \frac{1}{2} [(x_0')^2 + (\Delta y')^2 + (z_0')^2],$$

и определяем производную от этой функции

$$\dot{H} = \dot{x}_0' x_0' + \dot{\Delta y}' \Delta y' + \dot{z}_0' z_0',$$

которая в силу уравнений движения (8.60)

$$\dot{H} = x_0' V_x + \Delta y' V_y + z_0' V_z$$

должна быть отрицательно определенной функцией. Такому условию удовлетворяют значения

$$V_x = -k_{vx} x_0', \quad V_y = -k_{vy} \Delta y', \quad V_z = -k_{vz} z_0', \quad (8.62)$$

где $\{k_{vx}, k_{vy}, k_{vz}\} > 0$, $\{x_0', \Delta y', z_0'\}$ – составляющие вектора визуального перемещения центра масс. Из соотношений (8.34) находим выражение составляющих вектора визуального перемещения центра масс через параметры проективных преобразований

$$\begin{aligned} x_0' &= r c (r a_5 B^2 - a_3 a_6 s + a_8 A) / (B^2 s), \\ \Delta y' &= c (r a_7 - A) / s, \\ z_0' &= c (r a_2 B^2 + a_3 a_8 A + r^2 a_6 s) / (B^2 s), \end{aligned} \quad (8.63)$$

где значения A, B, s определены соотношением (8.55). Управление, заданное выражениями (8.62), (8.63) обеспечивает сходимость процесса управления к положению равновесия.

Совместное кинематическое управление $\mathbf{u} = \{\omega_x, \omega_y, \omega_z, V_x, V_y, V_z\}$, вращательным и поступательным движением, заданные значениями (8.59), (8.61), (8.62), реализуют совместное вращательно-поступательное управление движением объекта к требуемому положению равновесия.

8.4.2. Динамическая задача управления ориентацией

Под динамической задачей ориентации твердого тела будем понимать задачу приведения связанной с телом СК E к опорной (эталонной) I . Управлением является величина момента M , прикладываемого к твердому телу, управляющий момент вызывает соответствующее движение твердого тела. Необходимым условием для решения задачи ориентации является возможность определять текущие значения сигналов углового рассогласования положений твердого тела в системе E и I . В случае визуального управления ориентацией положения опорного и связанного

базисов задаются оптическими изображениями визуальной обстановки или реперными точками, входящими в состав ВО. Кинематическими параметрами рассогласования выступают параметры $a_3(t), a_6(t), a_8(t)$ 3-х параметрической группы (8.49) преобразований картинной плоскости, которые определяются посредством визуальной обратной связи. Тождественное преобразование этой группы, $a_3 = a_6 = a_8 = 0$, характеризует отсутствие рассогласования в изображениях и означает, что системы E и I совмещены. Условия кинематической устойчивости являются необходимыми условиями и для динамической устойчивости процесса управления. Требование динамической устойчивости процесса коррекции приводит к необходимости вводить в закон управления демпфирующие составляющие, содержащие угловую скорость, при определенной зависимости управления от кинематического управления. В случае визуального управления ориентацией роль демпфирующих составляющих выполняют производные от упомянутых выше параметров a_3, a_6, a_8 . Топологические свойства проективной плоскости, рассмотренные в пункте 8.3.1, характеризуют картинную плоскость как двумерное многообразие, что позволяет корректно вводить операцию дифференцирования.

Вращательное движение твердого тела описывается динамическими уравнениями Эйлера

$$\begin{aligned} J_{xx} \dot{\omega}_x + (J_{zz} - J_{yy})\omega_y \omega_z &= M_x, \\ J_{yy} \dot{\omega}_y + (J_{xx} - J_{zz})\omega_x \omega_z &= M_y, \\ J_{zz} \dot{\omega}_z + (J_{yy} - J_{xx})\omega_x \omega_y &= M_z, \end{aligned} \quad (8.64)$$

где J_{xx}, J_{yy}, J_{zz} – главные центральные моменты инерции тела,

M_x, M_y, M_z – внешние управляемые моменты.

Уравнения (8.63) совместно с кинематическими уравнениями (8.52) или кинематическими уравнениями на проективной плоскости (8.56) полностью описывают управляемое вращательное движение твердого тела. Для

обеспечения устойчивости процесса управления синтез управляемых воздействий проводим согласно второму методу Ляпунова. Используя опыт, накопленный при решении задач управления движением твердого тела с одной неподвижной точкой [134], функцию Ляпунова разыскиваем в виде

$$T = Q + W, \quad (8.65)$$

где W – «кинематическая» функция Ляпунова вида (8.57), которая подробно исследована при решении задачи визуального управления в кинематической постановке в пункте 8.4.1, и согласно которой кинематическое управление выбрано в виде (8.59). Функция Q определяется динамикой движения тела и выбирается равной кинетической энергии тела

$$Q = \frac{1}{2}(J_{xx}\omega_x^2 + J_{yy}\omega_y^2 + J_{zz}\omega_z^2). \quad (8.66)$$

Функция T равная

$$T = \frac{1}{2}(J_{xx}\omega_x^2 + J_{yy}\omega_y^2 + W) \quad (8.67)$$

положительно определена и имеет один нуль в ориентированном положении, при совпадении базисов I и E : $\omega_x = \omega_y = \omega_z = 0$, $W = 0$.

Для определения производной от функции T , составленной в силу уравнений движения (8.64), необходимо в выражение \dot{T} подставить значения $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ из уравнений (8.64) и, после приведения подобных членов, находим

$$\dot{T} = M_x\omega_x + M_y\omega_y + M_z\omega_z + \dot{W}, \quad (8.68)$$

где \dot{W} определено выражением (8.58). Выбираем следующий закон формирования управляемых моментов

$$\begin{aligned} M_x &= -h_1\omega_x - q_1\dot{W}, \\ M_y &= -h_2\omega_y - q_2\dot{W}, \\ M_z &= -h_3\omega_z - q_3\dot{W}. \end{aligned} \quad (8.69)$$

Находим функции управляющих моментов в развернутом виде

$$\begin{aligned} M_x &= -h_1 \omega_x - q_1 \frac{1}{B^2} (-B^2 a_8 a_3 + a_6 s A - a_8 a_3 a_6^2 + a_8 a_3 s^2 - a_8^3 a_3), \\ M_y &= -h_2 \omega_y - q_2 \frac{a_3}{r} (B^2 + a_6^2 + a_8^3), \\ M_z &= -h_3 \omega_z - q_3 \frac{1}{r_B^2} (-B^2 a_8 a_3^2 + a_3 a_6 s A - a_8 a_3^2 a_6^2 - a_8 s^2 r^2 - a_8^3 a_3^2), \end{aligned} \quad (8.70)$$

$$\text{где } A^2 = a_3^2 + r^2 - a_6^2 r^2, \quad B^2 = a_3^2 + r^2, \quad s^2 = a_8^2 + a_3^2 + r^2,$$

r – расстояние от центра проецирования до картинной плоскости.

При значениях коэффициентов усиления $q_i = 1$, $h_i > 0$, $i = \overline{1, 3}$ и управляющих моментах вида (8.69) производная \dot{T} отрицательно определена и обращается в нуль в положении требуемой ориентации. Таким образом, функция (8.67) является функцией Ляпунова и управление (8.70) обеспечивает сходимость процесса управления к положению равновесия. Кроме того, визуальное управление ориентацией твердого тела может быть выполнено и при других законах управления.

Визуальное динамическое управление ориентацией твердого тела управляющими моментами, которые формируются по закону (8.69) требует информации о проекциях вектора угловой скорости. Для реализации управления подвижным объектом это связано с установкой сенсоров угловых скоростей по осям объекта. Получить полностью автономную систему визуального управления возможно, если выразить угловые скорости через производные параметров проективной группы. Для этого из соотношений (8.34) определяются тригонометрические функции введенных углов:

$$\begin{aligned} \sin \gamma &= r a_6 / B, \quad \cos \gamma = A / B, \quad \sin \vartheta = -a_8 / s, \quad \cos \vartheta = B / s, \\ \operatorname{tg} \vartheta &= -a_8 / B, \quad \sin \psi = a_3 / B, \quad \cos \psi = r / B. \end{aligned} \quad (8.71)$$

Для выражения проекций вектора угловой скорости на оси связанного базиса, через параметры группы и производные от параметров, используются уравнения (8.51) и соотношения (8.71):

$$\begin{aligned}\omega_x &= \frac{1}{s^2 B^2} (\dot{a}_8 a_3 B^2 - a_3 a_3^2 a_8) + \frac{r^2}{A_s B^2} (\dot{a}_6 B^2 - a_3 a_3 a_6), \\ \omega_y &= \frac{r}{B^2} \dot{a}_3 + \frac{r a_8}{A_s B^2} (\dot{a}_6 B^2 - a_3 a_3 a_6), \\ \omega_z &= \frac{r}{s^2 B^2} (\dot{a}_3 a_3 a_8 - \dot{a}_8 B^2) + \frac{r a_3}{A_s B^2}.\end{aligned}\quad (8.72)$$

Управление ориентацией твердого тела моментами, которые формируются согласно выражениям (8.70), (8.72) обеспечивает автономное визуальное управление.

8.5. Компьютерное моделирование визуального управления

Для комплексной проверки на компьютерных моделях метода управления по принципу визуальной обратной связи соискателем была разработана системы моделирования визуального управления и изображений процесса управления вращательно-поступательным движением подвижного объекта по четырем реперным точкам на экране дисплея [26-29]. На рис. 8.7 приведен внешний вид интерфейса системы и процесс вывода на экран результатов моделирования. В левом верхнем углу показан лист условий эксперимента. Ниже располагается изображения фрагментов визуальной обстановки, которые содержат реперные точки. Для удобства визуального контроля, реперные точки соединены отрезками прямых линий. Машинное изображение визуальной обстановки в процессе перемещения подвижного объекта в пространстве к заданному положению – это серия совмещенных в различные моменты времени кадров ВО, циркулирующих в канале визуальной обратной связи. По машинным изображениям реперных точек происходит формирование функций управления, сначала в терминах параметров групп Ли, а затем осуществляется их перевод во входные управляющие воздействия. В правой части нижнего ряда рисунка приведен фрагмент снимка местности. Программно-вычислительная система позволяет

строить графики управляющих воздействий и рассогласований по каналам управления, а также выводить на экран численные расчеты.

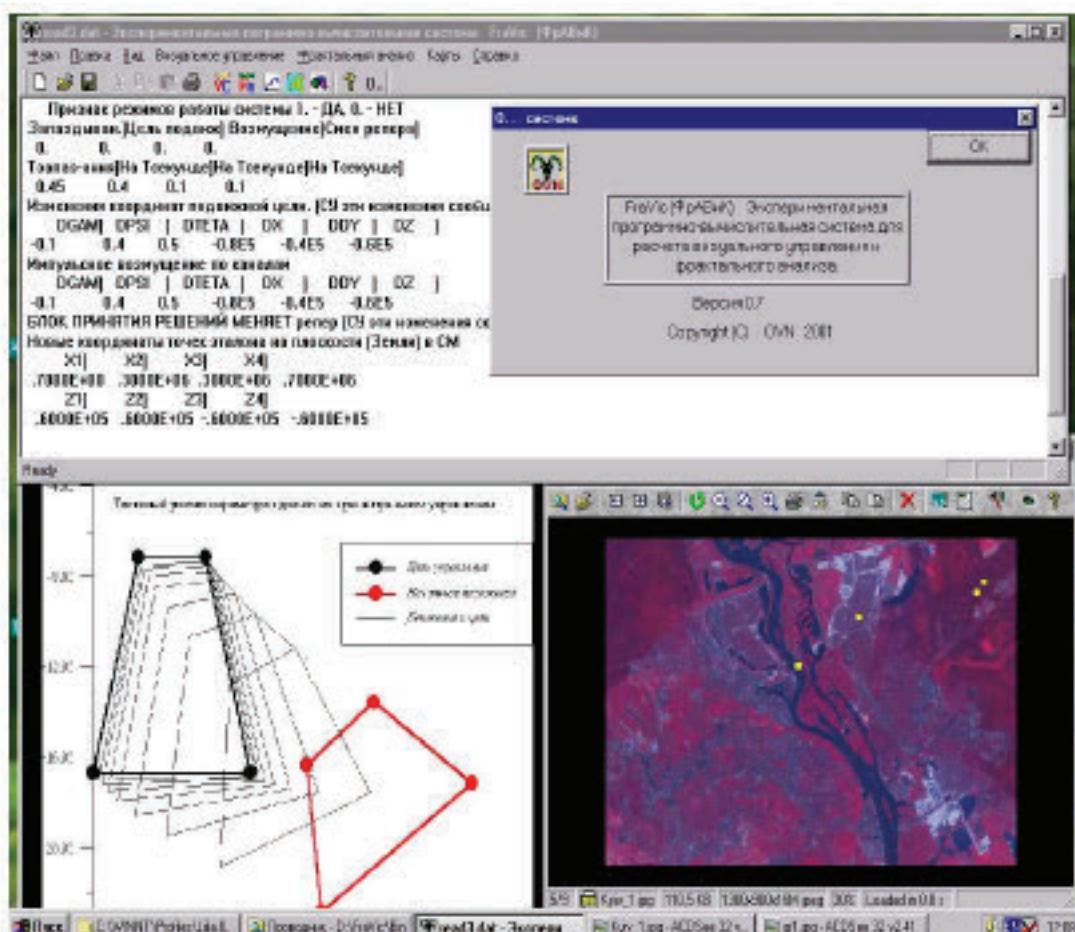


Рис. 8.7. Внешний вид интерфейса системы моделирования визуального управления

Рассмотрим демонстрационный пример визуального кинематического управления вращательно-поступательным движением подвижного объекта (см. пункт 8.4.1), выполненного с помощью системы моделирования.

В местной системе координат задается опорное положение I подвижного объекта и опорной СК $\bar{O}XYZ$ (см. рис. 8.5). Это положение, в которое должен быть переведен объект управления. Относительно СК I пересчитываются, заданные в местной системе, координаты 4-х источников излучения для формирования эталонного (опорного) изображения. В примере

координаты источников излучения в опорной системе имели следующие значения в метрах:

$$\begin{aligned} A(x = 7 \cdot 10^3, y = -1 \cdot 10^3, z = 6 \cdot 10^2), \\ B(x = 3 \cdot 10^3, y = -1 \cdot 10^3, z = 6 \cdot 10^2), \\ C(x = 3 \cdot 10^3, y = -1 \cdot 10^3, z = -6 \cdot 10^2), \\ D(x = 7 \cdot 10^3, y = -1 \cdot 10^3, z = -6 \cdot 10^2). \end{aligned} \quad (8.73)$$

Эталонное изображение реперных точек на картинной плоскости формируется по формулам (8.16), (8.17) и координатам точек (8.73). Расстояние от центра проецирования \bar{O} до картинной плоскости $r = 0,5$ м. На рис. 8.8 приведены изображения реперных точек на картинной плоскости. Эталонное изображение репера обозначено символом Fin. Значения координат точек на картинной плоскости приведены в сантиметрах. В рассматриваемом примере уравнения движения подвижного объекта задавались кинематическими уравнениями вращательно-поступательного движения твердого тела (8.32), (8.60), (8.61), а результат движения, в виде картин ВО и координат реперных точек, выводился на экран (рис. 8.7, рис. 8.8) и использовался для формирования управляющих воздействий (рис. 8.9) на объект. В начальный момент времени $t = 0$ с объект управления находился в положении 1, которое фиксируется по координатам репера на картинной плоскости (см. рис. 8.8).

Система управления объектом в каждый момент времени определяет рассогласования между текущими координатами репера и координатами эталонного репера в опорном положении (эталонного изображения Fin). Рассогласование определяется значениями параметров проективного преобразования, которые вычисляются как решение системы линейных алгебраических уравнений восьмого порядка (8.11), и значения которых отличаются от тождественного преобразования. По параметрам проективного преобразования, которое вычисляется не на каждом шаге интегрирования уравнений движения, а с некоторым запаздыванием, назначаются управляющие воздействия $u = \{\omega_x, \omega_y, \omega_z, V_x, V_y, V_z\}$, которые являются только функциями аргументов проективных преобразований.

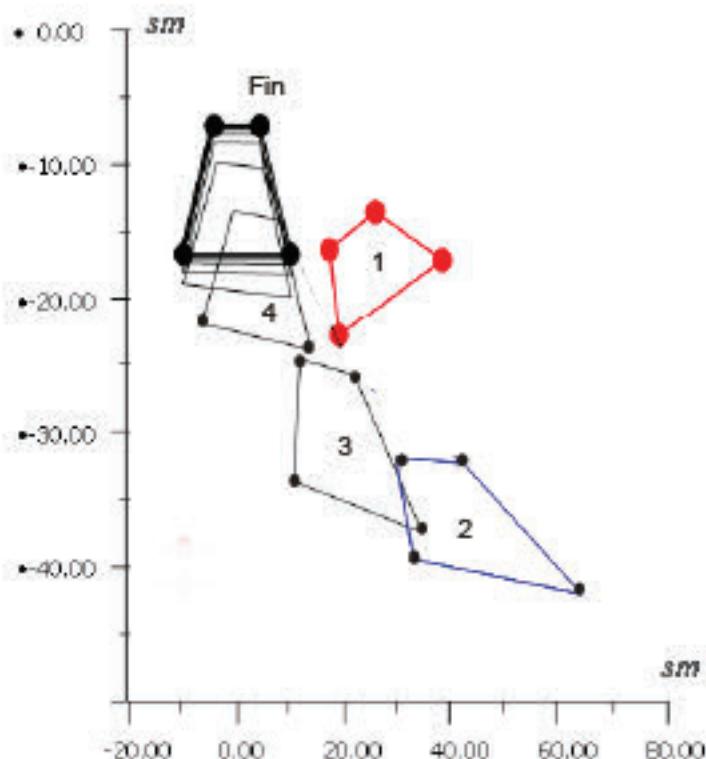


Рис. 8.8. Управление процесса перемещения подвижного объекта в пространстве к заданному положению Fin по реперным точкам на картинной плоскости

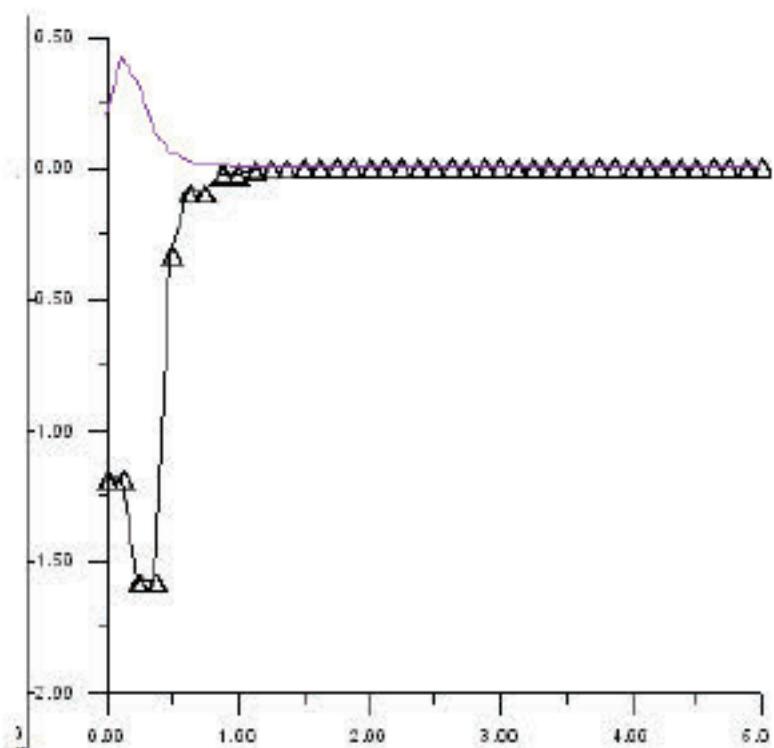


Рис. 8.9. Переходные процессы в канале тангажа. Управляющее воздействие: — Δ , (рад/с); рассогласование в положении объекта: — (рад)

В обсуждаемом примере запаздывание составляло 0,2 с, коэффициенты усиления по каналам имели следующие значения:

$$k_{\omega x} = 4,8; k_{\omega y} = 3,8; k_{\omega z} = 3,6; k_{vx} = k_{vy} = k_{vz} = 5.$$

На 0,1 секунде, от начала работы системы управления, значительное импульсное возмущение перевело объект управление в положение 2 (рис. 8.8). Последующие промежуточные положения объекта и его движение к заданному положению равновесия, а также удерживание объекта в этом положении, свидетельствуют о работоспособности рассмотренного метода визуального управления. В приложении Е приведены примеры и подробные результаты моделирования процесса визуального управления.

Выводы раздела 8

1. Проведено обоснование эффективности применения ГДЗ с беспилотных ЛА оборудованных адаптивной системой автоматического управления зондированием. Рассмотрена структурная схема организации управления зондированием по отклонению с применением принципа визуальной обратной связи.
2. Рассмотрены математические основы визуального автоматического управления движением ЛА в режиме ГДЗ. Под визуальным управлением следует понимать процесс формирования управляющих воздействий по информации, содержащейся в изображениях визуальной обстановки. Минимальный состав ВО – это отображение на связанную с ЛА картинную плоскость четырех реперных источников излучения, расположенных в плоскости земной поверхности. Формирование управляющих воздействий на ЛА происходит посредством визуальной обратной связи, которая фиксируют рассогласования в динамических изображениях ВО по отклонениям значений параметров проективных преобразований от тождественного.
3. Построена модель отображений кинематических параметров пространственного движения твердого тела на проективную плоскость.

Модель основана на отображении параметрического пространства группы движений в параметрическое пространство группы проективных преобразований картинной плоскости. Разработаны аналитические методы определения кинематических параметров (пространственное положение, угловые скорости) движения по перемещениям реперных точек на картинной плоскости.

4. Выведены дифференциальные кинематические уравнения отображающие пространственное движение твердого тела на проективную плоскость. Уравнения, аналогичные кинематическим уравнениям Эйлера, связывают дифференциальными зависимостями параметры группы преобразований плоскости с угловыми скоростями.

5. Проведен синтез законов визуального управления вращательным и вращательно-поступательным движением твердого тела на проективной плоскости. Рассмотрено применение второго метода Ляпунова для синтеза законов визуального управления в кинематической и динамической постановке.

6. На примерах управления движением твердого тела проведено компьютерное моделирование законов визуального управления, которое подтвердило их работоспособность.

7. Особенностью визуального управления является то, что вся необходимая для управления информация содержится в наблюдаемых технической системой визуальных картинах окружающей среды, которые в простейшем случае состоят из образов 4-х реперных точек. Управление, а также стабилизация движения в режиме зондирования, строятся по замкнутому контуру в виде визуальной обратной связи, и осуществляются путем формирования управляющих сил и моментов, необходимых для устойчивого движения к цели. Задание конечной цели управления формируется в виде визуальных картин или траекторий движения реперных точек на картинной плоскости.

ВЫВОДЫ

В диссертации приведено теоретическое обоснование и предложено новое решение комплексной научной проблемы разработки моделей описания структуры спектральных данных, методов обработки и интерпретации результатов аэрокосмического гиперспектрального геомониторинга и методов управления мониторингом для эффективного применения гиперспектральных технологий при решении природоохранных и природоресурсных задач. Основные результаты диссертации отражены в следующих выводах:

1. На основе анализа технической сути процессов формирования, дешифрирования и интерпретации больших объемов данных (информационных технологий) детального гиперспектрального аэрокосмического геомониторинга разработаны вычислительные методы для автоматизации тематической обработки данных и экспресс-обработки данных, которые могут применяться на борту ЛА. Автоматизация обработки данных ГДЗ снижает трудоемкость процесса, повышает оперативность и достоверность полученных результатов. Возможность обработки гиперспектральных данных на борту ЛА позволит применить для решения поисковых мониторинговых задач системы аэрокосмического геомониторинга адаптивного типа.

2. Разработка методов дешифрирования результатов ГДЗ проведена с учетом специфики спектрального анализа – отображать химическую (биохимическую) структуру материала объекта зондирования в структуре спектра отражений. Для описания структуры спектров выполнен синтез трех базовых математических моделей: непрерывно-групповой, фрактальной, мультифрактальной. Каждая модель использует свой математический аппарат вычислений инвариантов степенных распределений, что позволило описать структуру спектра как отношения между спектральными интенсивностями в терминах инвариантов. Такой подход формализует и обосновывает корректность вывода вычислительных методов как процедур идентификации

моделей по данным ГДЗ. Инварианты и методы их вычислений, прошедшие верификацию, применены как индикаторные признаки объектов и их состояний, которые определяются по данным ГДЗ.

3. *Впервые* произведена математическая постановка задачи сегментации и классификации данных ГДЗ по масштабным инвариантам степенных распределений и фрактальным размерностям (инвариантам) спектров отражений.

4. *Впервые* синтезирована и верифицирована непрерывно-групповая модель симметрии степенных распределений гиперспектральных отражений природных объектов и метод идентификации модели по данным ГДЗ, а именно:

4.1. Метод идентификации структуры и параметров непрерывно-групповой модели, который основан на математическом аппарате теории групп Ли и вычислении кратных двойных инвариантов (КДИ) симметрии степенных распределений спектральных интенсивностей.

4.2. Методы вычислений кумулятивных функций распределений с контролируемой точностью и вычислений КДИ по кумулятивным функциям степенных распределений.

4.3. По данным спектральных отражений растений и растительных покровов *впервые* идентифицированы на значительных интервалах спектральных интенсивностей степенные частотные распределения типа Ципфа-Парето, что характеризует аналогичное распределение химического, биохимического, минерального состава в структуре объектов зондирования.

4.4. На экспериментальном материале проведена верификация непрерывно-групповой модели спектров отражений, которая показала, что КДИ характеризует физиологическое состояние растительных покровов и может использоваться как индикаторный признак и численный критерий в задаче поиска залежей углеводородов способами дистанционной и контактной спектрометрической фитоиндикации. Пороговая сегментация данных ГДЗ по индикаторному признаку КДИ участков месторождений с глубоким

залеганием углеводородов позволяет выделять области перспективные для проведения буровых работ.

4.5. Для анализа ГСИ разработана методика автоматизированной сегментации и классификации объектов методом аппроксимации распределений кратными двойными инвариантами. Методика верифицирована на ГСИ среднего пространственного и спектрального разрешений (30 м/п, 10 нм) г. Киева с EO-1 "Hyperion". Метод КДИ и методика может быть использованы для автоматизации комплексной оценки антропогенных изменений территорий по ГСИ. Метод КДИ может быть использован в контурах управления адаптивных систем аэрокосмического геомониторинга при выполнении поисковых задач. В этом случае мониторинг проводится со средним разрешением и автоматическим вычислением КДИ; при обнаружении по КДИ объектов интереса активизируется режим перенацеливания сенсора, который выполняется разворотом корпуса ЛА, и осуществляется детальное ГДЗ объекта; в наземный центр передаются только данные детального ГДЗ.

5. Впервые синтезирована неоднородная фрактальная модель спектров отражений, в рамках которой получили дальнейшее развитие модификации методов вычислений фрактальных размерностей, а именно:

5.1. Метод вычисления фрактальных размерностей локальной структуры спектров и гиперспектральных изображений.

5.2. Метод экспресс-оценок фрактальных размерностей спектров. Метод может использоваться для вычисления на борту КА фрактальных размерностей спектров подстилающей поверхности зондирования, что приводит к значительному (от 200 до 1000 раз) сокращению объемов передаваемой целевой информации для последующей фрактальной сегментации данных и интерпретации результатов.

5.3. Для проведения фрактальной сегментации и интерпретации данных разработаны вычислительный и методика построения поля и среднего по спектру поля фрактальных размерностей ГСИ. Этим методом проводится

построение и анализ поля индикаторного признака – фрактальных размерностей пространственно-спектральной структуры подстилающей поверхности. Скалярное поле индикаторного признака является достаточно гладким для однородных объектов, но терпит значительные скачки или разрывы на объектах разной структуры. Однородные по составу объекты имеют близкие значения фрактальных размерностей, что позволило использовать фрактальную размерность как критерий и индикаторный признак для сегментации данных. Метод и методика представлены в виде способа фрактальной спектрометрической фитоиндикации выявления аномалий природного и техногенного происхождения. Применение способа продемонстрировано на примерах решения задач поиска нефти и газа, определения и уточнения границ залежей углеводородов; способ верифицирован в районах геологических аномалий и подземного хранилища газа.

6. Впервые выявлена мультифрактальная структура гиперспектральных отражений листьев и лиственных покровов, что позволило:

- а) построить мультифрактальную модель гиперспектральных отражений, которая базируется на определении энтропии Ренни;
- б) провести мультифрактальный анализ гиперспектральных отражений лесной растительности в зонах геологических аномалий.

6.1. Экспериментально подтверждено, что вариабельность показателя Липшица-Гельдера мультифрактального спектра является индикаторным признаком физиологического состояния лесной растительности. В зоне аномалий, вызванных концентрацией природного газа и нефти, вариабельность показателя уменьшается, и достигает минимума при однородном распределении интенсивностей гиперспектральных отражений.

7. Методом статистического компьютерного моделирования выполнена оценка периодичности повторного просмотра объектов на территории Украины с квазиоптимальной для наблюдений солнечно-синхронной орбиты КА в режиме перенацеливания. Показано, что среднее время повторного

просмотра объектов составляет 2,3 суток. Следовательно, односпутниковая мониторинговая КС ГДЗ в режиме перенацеливания будет эффективной для использования в тематических задачах ДЗЗ с короткими разрывами в наблюдениях за объектами.

8. Общая тенденция развития ГДЗ с воздушных носителей позволяет прогнозировать массовое применение БПЛА с гиперспектральными сенсорами для детального зондирования локальных территорий. Необходимым условием реализации является требование прецизионной пространственной стабилизации щелевого гиперспектрометра и носителя, которые работают в условиях турбулентности атмосферы. Реализация развитых в диссертации методов визуального управления БПЛА позволит отказаться от тяжелых гиростабилизованных платформ, на которые устанавливаются авиационные гиперспектрометры, и заменить их аналитическими платформами, работающими по принципу визуальных обратных связей. Реализация принципов визуального управления и стабилизации режимами съемки открывает новые возможности для использования ГДЗ с БПЛА.

Комплексное использование разработанных методов и методик ГДЗ будет способствовать повышению эффективности гиперспектральных технологий в аэрокосмических дистанционных исследованиях. Исходя из опыта проведенных работ, следует считать перспективным дальнейшее прикладное развитие разработанных методов в тематических задачах ДЗЗ и управления геомониторингом.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Артюшенко М.В. Фрактальный анализ спектрограмм растительного покрова в задачах природопользования / М.В. Артюшенко, Л.В. Подгородецкая, А.Д. Федоровский // Доповіді Національної академії наук України. – 2010. – № 8. – С. 113–119.
2. Артюшенко М.В. Мультифрактальный анализ биоразнообразия и ценотической структуры сообщества растений по данным дистанционного зондирования / М.В. Артюшенко, Л.Н. Зуб, Л.В. Подгородецкая, А.Д. Федоровский // Доповіді Національної академії наук України. – 2011. – №9. – С.132–141.
3. Федоровский А.Д. Методы фрактальной геометрии при дешифрировании ландшафтных комплексов на космических снимках / А.Д. Федоровский, В.Г. Якимчук, О.В. Никитенко, М.В. Артюшенко, С.А. Рябоконенко // Доповіді Національної академії наук України. – 2002. – № 9. – С. 119–124.
4. Способ фрактальної спектрометричної фітоіндикації виявлення аномалій природного та техногенного походження [Текст] : ПАТЕНТ на винахід № 104360 / Артюшенко М.В., Дугін С.С., Федоровський О.Д. : власник патенту ДУ “Нуковий центр аерокосмічних досліджень Землі Інституту геологічних наук НАН України”. – № а 2012 09155 ; заявл. 25.07.2012 ; опубл. 27.01.2014, Бюл. № 2 – 1 с.
5. Артюшенко М.В. / Компьютерные методы исследования фрактальных свойств систем с хаотической динамикой / М.В. Артюшенко, О.В. Никитенко // Проблемы управления и информатики. – 1998. – № 4. – С. 17-28.
6. Artyushenko M.V., Nikitenko O.V. Computer Methods for Study of Fractal Properties of Systems with Chaotic Dynamics // J. of Automation and Information Sciences. NY. : Begell House Inc. – 1999. – Vol 31. is. 4-5. – P. 12-21.

7. Артюшенко М.В. Применение метода целочисленной арифметики в задачах цифровой обработки сигналов / М.В. Артюшенко // Кибернетика и вычислительная техника: Республиканский межведомственный сб. науч. тр. / АН УССР, Ин-т кибернетики. – К. : Наукова думка, 1987. – вып. 73. – С. 55-61.
8. Artyushenko M.V. Integer Arithmetic in Digital signal Processing // Cybernetics and Computing Technology. NY. : Allerton Press Inc. – 1987. Num. 73, P. 55-61.
9. Артюшенко М.В. Реализация передаточных функций методом целочисленной арифметики / М.В. Артюшенко // Кибернетика и вычислительная техника : Республиканский межведомственный сб. науч. тр. / АН УССР, Ин-т кибернетики. – К. : Наукова думка, 1984. – вып. 62. – С. 63-67.
10. Artyushenko M.V. Integer Arithmetic transfer function implementation // Cybernetics and Computing Technology. NY. : Allerton Press Inc. – 1985. Num. 62, P. 94-99.
11. Артюшенко М.В. Вычисление орбит групп преобразований динамических систем / М.В. Артюшенко // Кибернетика и вычислительная техника : Респуб. межвед. сб. науч. тр. / АН УССР, Ин-т кибернетики. – К. : Наукова думка, 1987. – вып. 75. С. 74-77.
12. Artyushenko M.V. Calculating dynamic-system transformation-group orbits // Cybernetics and Computing Technology. NY. : Allerton Press Inc. – 1987. Num. 75, P. 111-115.
13. Артюшенко М.В. Пакет прикладных программ для автоматизации проектирования нелинейных характеристик / М.В. Артюшенко, О.П. Петров // Кибернетика вычислительная техника : Респуб. межвед. сб. науч. тр. / АН УССР, Ин-т кибернетики. – К. : Наукова думка, 1982. – вып. 56. – С. 73-77.
14. Artyushenko M.V., Petrov O.P. Applications package for cad of nonlinear characteristics // Cybernetics and Computing Technology. NY. : Allerton Press Inc. – 1982. Num. 56, P. 73-76.

15. Артюшенко М.В. Об одном численном методе описания инвариантных решений динамических систем / М.В. Артюшенко // Кибернетика и вычислительная техника : Респуб. межвед. сб. науч. тр. / АН УССР, Ин-т кибернетики. – К. : Наукова думка, 1981. – вып. 51. – С. 79-84.
16. Артюшенко М.В. Абстрактно-алгебраические методы распознавания многогранников и определение их ориентации в пространстве / М.В. Артюшенко // Кибернетика и вычислительная техника : Респуб. межвед. сб. науч. тр. / АН УССР, Ин-т кибернетики. – К. : Наукова думка, 1975. – вып. 27. – С. 101-109.
17. Артюшенко М.В. Моделирование и синтез орбитальной группировки космических аппаратов зонального наблюдения территории Украины / М.В Артюшенко, С.С. Дугин, А.Д. Федоровский // Космічна наука і технологія. – 2011. – Т.17, №5. – С. 50-57.
18. Федоровский А.Д. Параметрический синтез космических систем зондирования Земли на основе генетического метода. Постановка задачи и пути решения / А.Д. Федоровский, З.В. Козлов, М.В. Артюшенко // Космічна наука і технологія. – 2004. – Т.10, №1. – С. 54-60.
19. Артюшенко М.В. Экономико-математические методы анализа и модели оптимизации информационных систем по качественным характеристикам / М.В.Артюшенко, Н.М.Артюшенко // Проблемы управления и информатики. – 2006. – № 3. – С. 129-146.
20. Artyushenko M.V., Artyushenko N.M. Economic and Mathematical Methods of Analysis and Optimization Models of Information Systems by Quality Characteristics // J. of Automation and Information Sciences. NY. : Begell House Inc. – 2006. – Vol. 38. is. 6. – P. 54-71.
21. Артюшенко М.В. Основы синтеза алгоритмов визуального управления подвижным объектом / М.В. Артюшенко // Кибернетика и вычислительная техника : межвед. сб. науч. тр. / НАНУ, Ин-т кибернетики. – 1994. – вып. 104. – С. 37-44.

22. Artyushenko M.V. Foundations of synthesis of visual control algorithms for a moving object / M.V. Artyushenko // Cybernetics and Computing Technology. NY.: Allerton Press Inc. – 1996. Num. 104, P. 34-39.
23. Артюшенко М.В. Динамическая задача визуального управления ориентацией / М.В. Артюшенко // Кибернетика и вычислительная техника : межвед. сб. науч. тр. / НАНУ, Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова. – 1997. – вып. 108. – С. 46-54.
24. Artyushenko M.V. Dynamic problem of visual attitude control / M.V. Artyushenko // Cybemetics and Computing Technology. NY.: Allerton Press Inc. – 1997. Num. 108, P. 36-43.
25. Артюшенко М.В. Абстрактно-алгебраические методы в определении параметров движения твердого тела / М.В. Артюшенко // Кибернетика и вычислительная техника : Респуб. межвед. сб. науч. тр. / АН УССР, Ин-т кибернетики. – К. : Наукова думка, 1983. – вып. 58. – С. 56-64.
26. Артюшенко М.В. Информационные технологии визуального управления. Часть 1. Принципы организации / М.В. Артюшенко, Д.В. Лебедев, О.В. Никитенко, Н.К. Печурин // Проблемы управления и информатики. – 2002. – № 6. – С. 132-139.
27. Artyushenko M.V., Lebedev D.V., Nikitenko O.V., Pechurin N.K. Information Technologies of Visual Control. Part 1. The Organization Principles // J. of Automation and Information Sciences. NY.: Begell House Inc. – 2002. – Vol. 34. is.12, P. 34-41.
28. Артюшенко М.В. Информационные технологии визуального управления. Часть 2. Математические модели. Синтез алгоритмов / М.В. Артюшенко, Д.В. Лебедев, О.В. Никитенко // Проблемы управления и информатики. – 2003. – № 1. – С. 129-142.
29. Artyushenko M.V., Lebedev D.V., Nikitenko O.V. Information Technologies of Visual Control. Part 2. Mathematical Models. Synthesis of Algorithms // J. of Automation and Information Sciences. NY.: Begell House Inc. – 2003. – Vol. 35. is.2, P. 64-77.

30. Артюшенко М.В. Управление кинематическими параметрами твердого тела по визуальной информации / М.В. Артюшенко // Кибернетика и вычислительная техника : Респуб. межвед. сб. науч. тр. / АН УССР, Ин-т кибернетики. – К. : Наукова думка, 1988. – вып. 77. – С. 56-62.
31. Artyushenko M.V. Control of kinematics parameters of rigid body motion using visual information / M.V. Artyushenko // Cybernetics and Computing Technology. NY.: Allerton Press Inc. – 1988. Num. 77, P. 15-17.
32. Артюшенко М.В. Разработка специальных методов моделирования управляемых динамических систем / М.В. Артюшенко // Кибернетика и вычислительная техника : Респуб. межвед. сб. науч. тр. / АН УССР, Ин-т кибернетики. – К. : Наукова думка, 1979. – вып. 43. – С. 8-12.
33. Артюшенко М.В. Алгебра Ли визуального пилотирования / М.В. Артюшенко // Кибернетика и вычислительная техника : Респуб. межвед. сб. науч. тр. / АН УССР, Ин-т кибернетики. – К. : Наукова думка, 1973. – вып. 19. – С. 37-41.
34. Артюшенко М.В. Описание многообразия движений систем одного класса / М.В Артюшенко // Кибернетика и вычислительная техника : Респуб. межвед. сб. науч. тр. / АН УССР, Ин-т кибернетики. – К. : Наукова думка, 1976. – вып. 31. – С. 61-63.
35. Artiushenko M.V. Abstract algebraic description methods of a functioning process of some kind of adaptive robots / M.V. Artiushenko, A.I. Kukhtenko, V.N. Semenov // First CISM (Centre International des Sciences Mecaniques) – IFToMM Symposium on Theory and Practice of Robots and Manipulators, Udine, Italy 5-8 Sep. 1973.: Courses and Lectures № 201, On Theory and Practice of Robots and Manipulators, Vol. II Udine: Springer-Verlag Wien GmbH. – 1974. – P. 17-30.
36. Артюшенко М.В. Модель искусственного интеллекта в задаче визуального управления твердым телом / М.В. Артюшенко // Сложные системы управления : сб. науч. тр. – К. : Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова. – 1989. – С.15–26.

37. Федоровский А.Д. Поисковое проектирование космических систем зондирования Земли / А.Д. Федоровский, З.В. Козлов, М.В. Артюшенко // Системный анализ и управление: тезисы докладов 9-й Международной конференции, (Евпатория, 4–11 июля 2004). – М. : Московский авиационный институт. – 2004. – С. 85-86.
38. Артюшенко М.В. Экономико-математические модели анализа эффективности применения методов ДЗЗ / М. В. Артюшенко, Л.В. Підгородецька, Л.М. Колос // Можливості сучасних ГІС/ДЗЗ- технологій у сприянні вирішення проблем Черкащини: матеріали регіональної наради, (Черкаси, 29-30 червня 2006). –К.: НКАУ, 2006. – С. 40.
39. Подгородецкая Л.В. Фрактальный анализ спектров отражения растительности при гиперспектральном дистанционном зондировании / Л.В. Подгородецкая, М.В. Артюшенко, О.В. Никитенко // Автоматика-2009: тези доповідей 16-ї Міжнародної конференції з автоматичного управління, (Чернівці, 22-25 вересня 2009). – Чернівці: Книги-XXI. – 2009. – С. 356–358.
40. Подгородецкая Л.В. Исследования экологии внутренних водоемов по структуре фитоценозов, наблюдаемых с КА ДЗЗ / Л.В. Подгородецкая, М.В. Артюшенко, А.Д. Федоровский // 11-а українська конференція з космічних досліджень: тези доповідей, (Євпаторія, 29 серп. - 2 вер. 2011). – К.: ІКД НАНУ-НКАУ. – 2011. – С. 76.
41. Артюшенко М.В. Анализ динамики диссипативных структур геосистем с космических аппаратов / М.В. Артюшенко // Автоматика-2012: матеріали XIX Міжнародної конференції з автоматичного управління, (Київ, 26-28 вересня 2012). – К.: НУХТ. – 2012. – С. 140.
42. Артюшенко М.В. Синтез алгоритмов управления систем с визуальной обратной связью / М.В. Артюшенко // Автоматика-95: праці Другої Української конф. з автоматичного керування, (Львів, 26-30 вер. 1995). – Львів: Державний НДІ інформаційної інфраструктури. – 1995. – т.1. – С. 98.

43. Артюшенко М.В. Симметрия в математических моделях визуального управления. Синтез алгоритмов управления / М.В. Артюшенко // Автоматика-96: праці 3-ї Української конф. з автоматичного керування, (Севастополь, 9-14 вер. 1996). – Севастополь: СевГТУ. – 1996, т. 2. – С. 88.
44. Артюшенко М.В. Визуальное управление твердым телом / М.В. Артюшенко, О.В. Никитенко, В.Н. Семенов // Всесоюзная конференция по искусственному интеллекту, (Переславль-Залесский, 21-25 ноября 1988) : тезисы докладов. – М.: АН СССР. – 1988, т.2, С. 135-140.
45. Бондур В.Г. Современные подходы к обработке больших потоков гиперспектральной и многоспектральной аэрокосмической информации / В.Г. Бондур // Исслед. Земли из космоса. – 2014. – №1. – С.4–16.
46. Родионов И.Д. Авиационные гиперспектральные комплексы для решения задач дистанционного зондирования / И.Д. Родионов, А.И. Родионов, Л.А. Ведешин, А.Н. Виноградов, В.В. Егоров, А.П. Калинин // Исслед. Земли из космоса. – 2013. – №6. – С.81–93.
47. Algorithms and Technologies for Multispectral, Hyperspectral, and Ultraspectral Imagery XX, Conference 9088, Baltimore, USA, 5-9 May 2014 [Электронный ресурс] / Режим доступа: <http://spie.org/x26898.xml>
48. Овчинников А.М. Аппаратно-программный комплекс для обработки спектральной информации / А.М. Овчинников, Д.С. Ролдугин, М.Ю. Овчинников // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша. – 2008. №71. – 26 с. [Электронный ресурс] / Режим доступа : <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2008-71>
49. Амбросимов А.В, Черепанов А.С. Обработка гиперспектральных изображений в ПК ENVI [Электронный ресурс] // Геопрофи. – № 2 – 2007. – Режим доступа: http://www.geoprofi.ru/technology/Article_2831_10.htm
50. Феликс Э.С. Предпринимательство и новаторство в теории национальных инноваций / Э.С. Феликс // Экономика и математические методы. – 2013. – т. 49, №4. – С. 105–110.

51. Орлов А.Г. Разработка и исследование авиационного гиперспектрометра видимого и ближнего ИК диапазонов : автореф. дис. на соискание ученой степени канд. техн. наук : спец. 01.04.01 “Приборы и методы экспериментальной физики” / А.Г. Орлов. – М., 2008. – 26 с.
52. Журкин И.Г. Методика и технология геометрической коррекции нестабилизированных изображений бортового гиперспектрометра / И.Г. Журкин, Ю.А. Никишин // Изв. ВУЗов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2010. – № 5. – С.86-92.
53. Горелов В.А., Лукашевич Е.Л., Стрельцов В.А. Космические системы детального наблюдения Земли [Электронный ресурс] / Режим доступа : <http://www.cerebralgalsy.ru:8080/library/geodisk2000/contents/obzori/GOSCENTR.htm>
54. Лобанов А.Н. Фотограмметрия / А.Н. Лобанов, М.И. Буров, Б.В. Краснопевцев. – М. : Недра, 1987. – 310 с.
55. Фукс А.Ф. Определение орбиты и ориентации ИСЗ с помощью наземных ориентиров / А.Ф. Фукс, С.Е. Велез, С.С. Гоад // Экспресс-информация. Астронавтика и ракетодинамика. – 1978. – № 41. – С. 38–47.
56. Лебедев Д.В. Навигация и управление ориентацией малых космических аппаратов / Д.В. Лебедев, А.И. Ткаченко. – К. : Наукова думка НАНУ., 2006.– 299 с.
57. Ким Н.В. Автоматическая посадка гражданского самолета с использованием наземных ориентиров / Н.В. Ким, Ен Мок Хюн // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 2005. – № 3. – С.126–135.
58. Terui F. Visual feedback attitude control experiment of a bias momentum micro satellite / F. Terui, Sh. Kimura, Y. Nagai, H. Yamamoto, K. Yoshihara, T. Yamamoto, Sh. Nakasuka // 16 IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace. June 14–18, 2004. St. Petersburg, Russia. Preprints. – Vol. 1. – P. 67–72.

59. Fedosov E. High-precision navigation and guidance systems of aerial vehicles is the use of computer vision technologies / E. Fedosov, G. Sebryakov, W. Insarov // 16 IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace. June 14–18, 2004. St. Petersburg, Russia. Preprints. – Vol. II. – P. 27–32.
60. Johns Hopkins University spectral library [Электронный ресурс] / Режим доступа: http://speclib.jpl.nasa.gov/documents/jhu_desc.htm
61. JPL spectral library [Электронный ресурс] / Режим доступа: <http://speclib.jpl.nasa.gov/>
62. USGS Spectroscopy Lab's splib06 [Электронный ресурс] / Режим доступа: <http://speclab.cr.usgs.gov/spectrallib.html>
63. Козодеров В.В. Система обработки самолетных изображений лесных экосистем данным высокого спектрального и пространственного разрешения / В.В. Козодеров, Е.В. Дмитриев, В.П. Каменцев // Исследование Земли из космоса. – 2013. – №6. – С.57–64.
64. Васильев Л.Н. Фрактальность геофизических полей, определяемых аэрокосмическими методами / Л.Н. Васильев, А.С. Тюфлин // ДАН РФ. – 1992. – т. 325, №1. – С. 154–158.
65. Васильев Л.Н. Фрактальность пространственных структур геосистем / Л.Н. Васильев, А.С. Тюфлин // Исслед. Земли из космоса. – 1991. – №1. – С. 44–52.
66. Барьяхтар В.Г. Природа сложной структуры пятна загрязнений радионуклидами в результате аварии на ЧАЭС / В.Г. Барьяхтар, В.Ю. Гончар, В.В. Яновский // Укр. физ. ж. – 1993. – т. 38, №7. – С. 967- 975.
67. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы: пер. с англ. / Бенуа Мандельброт. – М. : Ин-т компьютерных исследований, 2002. – 656 с.
68. Федер Е. Фракталы: пер. с англ. / Енс Федер. – М. : Мир, 1991. – 254 с.
69. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы: пер. с англ. / Манфред Роберт Шредер. – Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 528 с.
70. Грузман И.С. Цифровая обработка изображений в информационных системах : учебное пособие / И.С. Грузман, В.С. Киричук, В.П. Косых, Г.И. Перетягин, А.А. Спектор. – Новосибирск : НГТУ, 2002. – 352 с.

71. Geman S. Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images / S. Geman, D. Geman // IEEE Trans. Pattern Anal. and Machine Intell. – 1984. – № 6. – Р. 721–741.
72. Mumford D. Optimal approximation by piecewise smooth functions and associated variational problems / D. Mumford, J. Shah // Comm. Pure Appl. Math. – 1989. – № 42. – Р. 577–685.
73. Бакут П.А. Сегментация изображений: методы пороговой обработки / П.А. Бакут, Г.С. Колмогоров, Н.Э. Ворновицкий // Зарубежная радиоэлектроника. – 1987. – № 10. – С. 6–24.
74. Прэтт У.К. Применение моделей стохастических текстур для обработки изображений / У.К. Прэтт, О.Д. Фожра, А. Гагалович // ТИИЭР. – 1981. – т. 69. – № 5. – С. 54–64.
75. Carlsson E. An algebraic topological method for feature identification / E. Carlsson, G. Carlsson, V. de Silva // Inter. J. of Comp. Geometry and Applic. – 2006. – № 16(4). – Р. 291314.
76. Carlsson G. On the local behavior of spaces of natural images / G. Carlsson, T. Ishkanov, V. de Silva, A. Zomorodian // Inter. J. of Comp. Vision. – 2008. № 76(1). – Р. 1–12.
77. Huang J. Statistics of natural images and models / J. Huang, D Mumford // Proc. of the ICCV. – 1999. – № 1. – Р. 541–547.
78. Grazzini J. Edge-preserving smoothing of high-resolution images with a partial multifractal reconstruction scheme / J. Grazzini, A. Turiel, H. Yahia, L. Herlin // Proc. of ISPRS'04. – 2004. – Р. 1125–1129.
79. Макаренко Н.Г. Мультифрактальная сегментация данных дистанционного зондирования / Н.Г. Макаренко, О.Г. Круглан, И.Н. Макаренко, Л.М. Каримова // Исслед. Земли из космоса. – 2008. – № 3. – С. 18–26.
80. Макаренко Н.Г. Исследования экологии внутренних водоемов по структуре фитоценозов, наблюдавшихся с КА ДЗЗ / Н.Г. Макаренко, И.С. Князева // 6 Всероссийская открытая конференция «Современные проблемы ДЗЗ из космоса», Москва, 10 - 14 янв. 2008 г.: тези доп. – : ИКИ РАН. – С. 34.

81. Nevado A. Scene dependence of the non-gaussian scaling properties of natural images / A. Nevado, A. Turiel, N. Parga // Network. – 2000. – № 11. – P. 131–152.
82. Laporyerie-Djean F. Presegmentation of high-resolution images thanks to the morphological pyramid / F. Laporyerie-Djean, E. Lopez-Ornelas, G. Flouzat // Proc. of IGARSS. – 2005. – № 3. – P. 2042–2044.
83. Levy Veher J., Mignot P., Berroir J.P. Texture and multifractals: New Tools for image Analysis // Rapports de Recherche. 1992. RR-1706 [Электронный ресурс] / Режим доступа: <http://www.inria.fr/rrf/rr-1706.html>
84. Turiel A. The multi-fractal structure of contrast changes in natural images: from sharp edges to textures / A. Turiel, N. Parga // Neural Comput. – 2000. – № 12. – P. 763793.
85. Иванов В.К. Использование теории фракталов для анализа радиолокационных изображений поверхности Земли / В.К. Иванов, Р.Э. Пашенко, А.М. Стадник, С.Е. Яцкевич, А.С. Васильев // Успехи современной радиоэлектроники. – 2006. – № 5. – С. 17-44.
86. Лялько В.І. Дослідження варіацій індексів червоного краю спектрів відбиття пшеници над газовим родовищем / В.І. Лялько, З.М. Шпортьюк, О.М. Сибірцева, С.С. Дугін, А.І. Воробйов // Космічна наука і технологія. – 2010. – т. 16. – № 6. – С. 5- 10.
87. Li Lin. Application of AVIRIS data in detection of oil-induced vegetation stress and cover change at Jomada, New Mexico / Lin Li, Susan L. Ustin, Mui Lay // Remote Sensing of Environment. – 2004. – Vol. 94. – P.1–16.
88. Gitelson A.A. Use of a Green Channel in Remote Sensing of Global Vegetation from EOS-MODIS / A.A. Gitelson, Y.J. Kaufman, M.N. Merzlyak // Remote Sens. of Environment. – 1996. – Vol. 58. – P. 289–298.
89. Хит О. Фотосинтез: Физиологические аспекты: пер. с англ. / О. Хит. – М.: Мир, 1972. – 315 с.
90. Мерзляк М. Н. Пигменты, оптика листа и состояние растений // МГУ им. М.В. Ломоносова [Электронный ресурс] / Режим доступа: <http://www.pereplet.ru/obrazovanie/stsoros/524.html>

91. Эбелинг В. Образование структур при необратимых процессах : пер. с немец. / Вернер Эбелинг. – М. : Мир, 1979. – 277 с.
92. Башкиров А.Г. Энтропия Рены и степенные распределения в естественных и гуманитарных науках / А.Г. Башкиров, А.В. Витязев // ДАН РФ. – 2007. – т. 412, №4. – С. 476–479.
93. Иванюк Г.Ю. Самоорганизация рудных комплексов. Синергетические принципы прогнозирования и поисков полезных ископаемых / Г.Ю. Иванюк, П.М. Горяинов, Я.А. Пахомовский, Н.Г. Коноплева, В.Н. Яковенчук, А.В. Базай, А.О. Калашников. – М. : геокарта-геос, 2009. – 392 с.
94. Гелашвили Д.Б. Степенной характер накопления видового богатства как проявление фрактальной структуры биоценоза / Д. Б. Гелашвили, Д. И. Иудин, Г. С. Розенберг, В. Н. Якимов // Журнал общей биологии. – 2007.– т. 68, № 3. – С. 170-179.
95. Кендалл М. Теория распределений: пер. с англ. / М. Кендалл, А. Стюарт. – М. : Наука, 1966. – 588 с.
96. Овсянников Л.В. Групповой анализ дифференциальных уравнений / Л.В. Овсянников. – М. : Наука, 1978. – 399 с.
97. Чеботарев Н.Г. Теория групп Ли / Н.Г. Чеботарев. – М. : Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2011.– 400 с.
98. Постников М.М. Группы и алгебры Ли / М.М. Постников. – М.: Наука, 1982.– 447 с.
99. Hoffman W.C. Visual illusions of angle as an application of Lie transformation groups / William C Hoffman // SIAM Review. – 1971. – Vol. 13, № 20. – P. 169–183.
100. Inoue Y. Diagnostic mapping of canopy nitrogen content in rice based on hyperspectral measurements / Y. Inoue, E Sakaiya., Y. Zhu, W. Takahashi // Remote Sensing of Environment. – 2012. – Vol. 126. – P. 210-221.
101. Mandelbrot B.B. The Fractal Geometry of Nature / B.B. Mandelbrot. – N.Y.: Freeman, 1982. – 468 p.

102. Mandelbrot B.B. Self-affine fractal sets / B.B. Mandelbrot // Fractals in Physics. – North-Holland, Amsterdam: L. Pietronero L. & E. Tosatti, 1988. – P. 3-28.
103. Демьянов В.Ф. Обобщение понятия производной в негладком анализе / В.Ф. Демьянов // Соросовский образовательный журнал. Математика. – 1996. – №5. – С. 121–127.
104. Данилов Ю. А. Лекции по нелинейной динамике / Ю.А. Данилов. – М.: КомКнига, 2006. – 208 с.
105. Монин А. С. Уравнение турбулентной диффузии / А.С. Монин // ДАН СССР. – 1955. – т. 105, № 2. С 256–259.
106. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. Ч. 2. / А.С. Монин , А.М. Яглом. – М.: Наука, 1967. 720 с.
107. Деза Е.И., Деза М.М. Энциклопедический словарь расстояний: пер. с англ. / Е.И. Деза, М.М. Деза. – М.: Наука, 2008. – 430 с.
108. Александров П.С. Введение в теорию размерности / П.С. Александров, Б.А. Пасынков. – М.: Наука, 1973. – 576 с.
109. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. – М: Высш. шк., 1999.– 576 с.
110. Newman M. E. J. Power laws, Pareto distributions and Zipf's law / Mark E. J. Newman // J. Contemporary Physics.– 2005.– 46. – P. 323-351.
111. Noomen M.F., van der Meer F.D., Skidmore A.K. Hyperspectral Remote Sensing for Detecting the Effects of Three Hydrocarbon Gases on Maize Reflectance. –2005. In: Proc. of the 31-st internat. Symposium on Remote Sensing of Environment: Global monitoring for sustainability and security. Saint-Petersburg, 20-24 June. –2005., ICRSE International Society for Photogrammetry and Remote Sensing. –P.4.
112. Noomen M.F., Skidmore A.K., van der Meer F.D. Detecting the Influence of Gas Seepage on Vegetation using Hyperspectral Remote Sensing. 3-th EARSeL Workshop on Imaging Spectroscopy. Herrsching 13-16 May, -2003. –P.252-256.

113. Вишик М.И. Фрактальная размерность множеств / М.И. Вишик // Соросовский образовательный журнал. Математика. 1998. – №1. – С. 122–127.
114. Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории: пер. с англ. / Р.М. Кроновер. – М.: Постмаркет, 2000. – 352 с.
115. Falconer K. Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications / Kenneth. Falconer. – N.Y.: J. Wiley & Sons, 2004. – 366 p.
116. Barnsley M. F. Fractals everywhere / M.F. Barnsley. – London: Acad. Press, 1988. – 396 p.
117. Space mission analysis and design / [Second edition, edited by W.J. Larson, J.R. Wertz]. – California : Microcosm. Inc. Torrance, Kluwer Academic Publishers, 1997. – 823 p.
118. Renyi A. On a new axiomatic theory of probability / Alfred Renyi // Acta Mathematica Hungarica. – 1955. – V. 6. – P. 285–335.
119. Renyi A. Probability Theory / Alfred Rényi. – N.Y. : American Elsevier Publishing Co., 1970. – 666 p.
120. Башкиров А.Г. Энтропия Ренъи как статистическая энтропия для сложных систем / А.Г. Башкиров // Теоретическая и математическая физика. – 2006. – т. 149, № 2.– С. 299–317.
121. Саульский В.К. Многократный непрерывный обзор Земли на основе многоспутниковых систем с линейной структурой / В.Г. Саульский // Исследование Земли из космоса. – 2009. – №2. – С. 164-175.
122. Walker J.G. Some Circular Orbit Patterns Providing Continuous Whole-Earth Coverage / J.G. Walker // J. of the British Interplanetary Society. – 1971. – V. 24. – P. 369-384.
123. Можаев Г.В. Синтез орбитальных структур спутниковых систем / Г.В. Можаев. – М.: Машиностроение, 1989.– 304 с.
124. Adams W.S. Circular Polar Constellations Providing Continuous Single or Multiple Coverage Above a Specified Latitude / W.S. Adams, L. Rider // J. Astronaut Sci. – 1987. – V. 35, №2. – P. 155-192.

125. Crossley W.A., Williams E.A. Simulated Annealing and Genetic Algorithm Approaches for Discontinues Coverage Satellite Constellation Design / W.A. Crossley, E.A. Williams // Engineering Optimization. – 2000. – V. 32. – P. 353-371.
126. Эльясберг П.Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли / П.Е. Эльясберг. – М: Наука, 1965. – 494 с.
127. Баринов К.Н. Динамика и принципы построения орбитальных систем космических аппаратов / К.Н. Баринов, М.Н. Бурдаев, П.А. Мамон. – М.: Машиностроение, 1975. – 232 с.
128. Саульский В.К. Метод оптимизации орбит и структуры систем ИСЗ для периодического круглосуточного обзора Земли / В.К. Саульский // Исследование Земли из космоса. – 1987. – № 1. – С.. 111-121.
129. Зинченко О.Н. Бесспилотные летательные аппараты: применение в целях аэрофотосъемки для картографирования (часть 1) [Электронный ресурс] // Ракурс. Режим доступа : <http://www.racurs.ru/>
130. Электронный ресурс: <http://www.itres.com/assets/pdf/CASI-1500.pdf>
131. Patent issued to Earth Search Sciences for OmniProbe [Электронный ресурс] // Режим доступа : <http://www.m2.com/m2/web/story.php/2007F2D57ACCFB4CAAFF802572D0002749D4>
132. Лебедев Д.В. Навигация и управление ориентацией малых космических аппаратов / Д.В. Лебедев, А.И. Ткаченко. – К.: Наукова думка, 2006.– 299 с.
133. Лурье А.И. Аналитическая механика / А.И. Лурье. – М.: Физматгиз, 1961.– 824 с.
134. Бранец В.Н. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела / В.Н. Бранец, И.П. Шмыглевский. – М.: Наука, 1973.– 320 с.
135. Хартсхорн Р. Основы проективной геометрии / Р. Хартсхорн. М.: Мир, 1970. – 160 с.
136. Моденов П.С. Геометрические преобразования / П.С. Моденов, А.С. Пархоменко. – М.: Изд-во МГУ, 1961. – 232 с.
137. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии / П.С. Александров. – М: Наука, 1968. – 911 с.

138. Картан Э. Теория конечных непрерывных групп и дифференциальная геометрия, изложенные методом подвижного репера / Эли Картан. – М: МГУ, 1963. – 367 с.
139. Fay S. Leveling of analytic platforms / S. Fay // IEEE Trans. on Aerospace and Electron. Syst. – 1969. – Р. 111-121.
140. Vane G. Terrestrial imaging spectroscopy / G. Vane, A. Goetz // Remote Sensing of Environment. – 1988. – V. 24. – Р. 1-29.
141. Артюшенко М.В. Непрерывно-групповые модели аттракторов систем с хаотической динамикой / М.В. Артюшенко, О.В. Никитенко // Автоматика-2000: праці Міжнародної конференції з автоматичного управління, (Львів, 11-15 вересня 2000). – Львів: Державний НДІ інформаційної інфраструктури. – 2000. – т.1. – С. 35–40.
142. Артюшенко М.В. Визуальное управление движением системами с элементами искусственного интеллекта / М.В Артюшенко // Автоматика-97: матеріали 4-ї Української конф. з автоматичного управління за участю міжнародних спеціалістів, (Черкаси, 23-28 червня 1997). – Черкаси: ЧПТІ. – 1997, т. 2. – С. 70.
143. Федоровский А.Д. Параметрический синтез космических систем зондирования Земли с использованием с использованием генетических алгоритмов / А.Д. Федоровский, М.В. Артюшенко // Третья Украинская конференция по перспективным космическим исследованиям, (Кацивели, Крым, 15-18 сентября 2003).: сборник тезисов. – К.: ИКИ НАНУ-НКАУ. – 2004. – С. 85-86.
144. Артюшенко М.В. Исследование методов цифровой обработки сигналов / М.В. Артюшенко // Сложные системы управления.: сб. науч. тр. – К. : Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова. – 1987. – С.4–10.